

算数・数学科における批判的思考に関する一考察

菅 達徳（明治大学付属中野中高等学校）

石井 勉（文教大学教育学部）

Consideration in Relation to Critical Thinking in Math Classes

SUGA TATSUNORI, ISHII TSUTOMU

(Nakano Junior and Senior High School Attached to Meiji University)
(Faculty of Education, Bunkyo University)

要旨

算数・数学科における様々な思考の本質は数学的思考に他ならない。しかし、その論拠を明確にさせるために、授業の中で批判的思考を促進することを提言し、その詳細を検討した。その結果、算数・数学科の授業において批判的思考は、数学的推論を深めることなどが明らかになった。

1. はじめに

いまの世の中は、インターネットをはじめとするIT分野の発展により、国内外の情報をすばやく手に入れるのができることや、遠く離れた人とコミュニケーションを図ることが容易になっている。新しいと思われたモノ・方法・情報などが、すぐに新鮮さを失い、次々と刷新されていく。その変化の速さには目を見張るものがあり、多くの情報にあふれている情報過多の世の中と言っても過言ではない。とても変化の激しい世の中である。このような中に生れ、将来を担う子どもたちにとって必要な力として、学習指導要領では次のように「生きる力」の力量形成に重きを置いて編成している。

生徒に生きる力をはぐくむことを目指し、創意工夫を生かした特色ある教育活動を展開する中で、基礎的・基本的な知識及び技能を確実に習得させ、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力をはぐくむとともに、主体的に

学習に取り組む態度を養い、個性を生かす教育の充実に努めなければならない。

平成17年1月17日付中教審の答申どおり21世紀は新しい知識・情報・技術が、政治・経済・文化をはじめ社会のあらゆる領域において、活動の基盤となっている「知識基盤社会」であることが重視されているからである。知識基盤社会の特質には、

- (1) 知識には国境がなく、グローバル化が一層進む。
- (2) 知識は日進月歩であり、競争と技術革新が絶え間なく生まれる。
- (3) 知識の進展は旧来のパラダイムの転換を伴うことが多く、幅広い知識と柔軟力に基づく判断が一層重要になる。
- (4) 性別や年齢を問わず参画することが促進される。

とされており、知識基盤社会で考えられる現象には、グローバル化によって、アイディアなどの知識や人材をめぐる国際競争や流動が激しくなるとともに、異なる文化・文明に対

する共存や協力・理解の必要性が増していくことが考えられる。

どのような情勢であっても、人は他者や社会との関わりをもって生き、一人一人には興味や関心などに違いがあるものの、社会のめまぐるしい変化に対応する能力が求められる。それを前提にして、それぞれが責任を果たし、他者と協力し役割を果たすために、基礎的・基本的な知識・技能の習得。それらを活用して課題を見いだし、その解決を果たさなければならぬ。問題解決をする力として、思考力・判断力・表現力等の生きる力が必要になっているのである。これらは主要能力（キー・コンピテンシー）に関わる部分と考えることもできる。

PISA調査を実施しているOECDでは、1997年から2003年にかけて、DeSeCoプロジェクトにより多くの国々の認知科学や評価の専門家、教育関係者などの協力を得て、「知識基盤社会」の時代を担う生徒たちに必要な能力を「キー・コンピテンシー」として定義付けた。キー・コンピテンシーを養うためには批判的思考法を養うことが必要であると考え本研究に着手した。

2. キー・コンピテンシー

算数・数学科における批判的思考を考察するにあたり、まずキー・コンピテンシーについて述べていきたいと思う。

2.1 DeSeCo

PISAでの調査内容の概念の基となったのが、DeSeCoプロジェクト（Definition & Selection of Competencies Theoretical & Conceptual Foundations「コンピテンシーの定義と選択：その理論的・概念的基礎」）で策定された「キー・コンピテンシー」である。DeSeCoはOECDの主導の下、1997年からスイス連邦主導で実行されてきた。以下の3つの一般的な基準に基いて概念の枠組み構築を求めた。

(1) 全体的な人生の成功と正常に機能する社

会という点から、個人および社会のレベルで高い価値観をもつ結果に貢献する。

個人的、経済的、社会的な幸福に関して、人的・社会的資本におかれた重要なもので、人的資本への投資によって、よりよい健康、福祉の改善、よりすぐれた子育て、社会的・政治的関与の増大などの重要な個人的、社会的な利益が生まれ出されるものである。

(2) 幅広い文脈において、重要で複雑な要求や課題に答えるために有用である。

さまざまな社会領域にまたがって個人がうまく対処し、参加するのを可能にすることをめざしているものである。

(3) すべての個人にとって重要である。

単にエリートの利益を促進するのではなく、むしろ社会的平和に貢献するよう能力を高めることにこだわることで、政治的な選択を反映しているものである。

DeSeCoはこのようにして、1999年と2002年にシンポジウムを開催し、キー・コンピテンシーを策定し終了した。

2.2 3つのカテゴリー

DeSeCoで策定されたキー・コンピテンシーは以下の3つのカテゴリーがある。

カテゴリー1 「相互作用的に道具を用いる」

1A) 言語、シンボル、テクストを相互作用的に用いる

1B) 知識や情報を相互作用的に用いる

1C) 技術を相互作用的に用いる

道具を多義的な視点でとらえるもので、たとえばコンピューターについて考えてみると、一度操作を覚えればよいというものではなく、それよりも新しい機種やソフトに更新されるたびに、我々は合わせてスキルも更新されなければならない。このカテゴリーが「数学的リテラシー」「情報リテラシー」に通じるのである。具体的には言語スキルや、計算その他の数学的スキル（たとえばグラフ、表、さまざまな形のシンボルなど）をさまざまな状況（家族、職場、市民生活など）にお

いて効果的に活用することに焦点がおかれている。この能力の例は「読解力リテラシー」の枠組みが多いが、数量的思考力、すなわち計算能力や数学的リテラシーの概念もある。

カテゴリー2 異質な集団で交流する

2A) 他者といい関係をつくる。

2B) 協力する、チームで働く

2C) 争いを処理し、解決する

このカテゴリーの一般的な意味での能力は、個人が学習し、生活し、他者とともに取り組むために必要なものである。

カテゴリー3 自律的に活動する

3A) 大きな展望の中で活動する

3B) 人生計画や個人的なプロジェクトを設計し、実行する

3C) 自らの権利、利益、限界、ニーズを表明する

自律的活動とは、1人あるいは孤立して行動することを意味するのではなく、個人が自分の社会的な関係や果たしている役割といった自分の環境に気づくことを求めている。

2.3 キー・コンピテンシーを養う

すでに述べたように、学習指導要領では子どもたちの「生きる力」を育むことを目指している。「生きる力」とは知・徳・体のバランスのとれた力でなければならない。変化の激しいいまの世の中を生きるために、確かな学力、豊かな心、健やかな体の知・徳・体を偏りなく育てることが大切であるとしている。キー・コンピテンシーのすべてのカテゴリーの内容と照らし合わせ考察してみると、キー・コンピテンシーを養うことが必要不可欠である。具体的にどのような方策がよいのか試行錯誤を繰り返した結果、「批判的思考」を養うことが効果的であると感じた。

3. 批判的思考

3.1 批判的思考とは

まず「批判的思考」と「批判」との違いを明確にするために、「批判」の語意味を広辞苑で調べると

- (1) 物事の真偽や善悪を批評し判定すること。
- (2) 人物行為・判断・学説・作品などの価値・能力・正当性・妥当性などを評価すること。否定的内容のものをいう場合が多い。哲学では、特に認識能力の吟味を意味することがある。

と述べられている。批判は言葉の意味からイメージが好ましくないような感情が与えられるが、批判的思考とは、それとは異なる立場をとり、一定の尺度をもった視点で考えるもので目標指向のものである。批判的思考は、「広範な思考を含む概念であり、さまざまな定義がある」といわれるよう、明確な定義が定められていないのが現状である。本稿では、批判的思考の様相がどのようなものであるかまず考察していく、

3.2 学問的系譜

批判的思考の源流は古代ギリシャ哲学にさかのぼる。批判的思考に関わると思われるいくつかの哲学者について考察をすすめる。ソクラテスの問答法は「対話において相手の考えに問い合わせ出し、知識を生み出す」といわれるもので、「産婆術」ともいわれた。「無知の知」の考え方には、知らないことを自覚する知性に着目したものであった。対話から知識を生み出す方法は、目標指向概念からみて、批判的思考法を示すものと考えられる。

プラトンやアリストテレスは、論理的で体系的な思考の基礎を築いた。アリストテレスは人を説得するスキルであるレトリックを体系化している。学問的に論証する弁証術だけでなく、大衆を説得する弁論術に着目している。さらに説得の方法を、ロゴス（論理）、エートス（話し手の人格）、バトス（聞き手の感情喚起）の3つに分けている。

ピュロンの思想から始まるといわれ、「不確かなことがらについては判断を保留する」の立場をとる懐疑主義は、17世紀にデカルトが「疑うことができることがらについては判断を停止し、絶対に真であるものだけを受

け入れる」立場で「方法的懷疑」として受け継がれた。近代科学の礎となる思考の方法論を提起したものである。これらの哲学的思考法は批判的思考のスキルや態度と結びつく。

20世紀に入ってからの現代の批判的思考研究はアメリカのデューイを中心進められた。デューイは「内省的思考」という用語を用いて、「信念や知識を、それを支える根拠とそこから導出される結論に照らして、能動的、持続的、慎重に考慮する姿勢」と批判的思考を定義している。

3.3 市民社会からの系譜

15世紀に発明された活版印刷機により、それまで聖職者や富裕層のものであった聖書や書物を市民の手にもたらすことになった。市民が書物を読むという行為は情報伝達と獲得の量ならびに速度を飛躍的に高めた。その後、新聞、雑誌、テレビの普及で、マスメディアにより市民が大量の情報を容易に獲得できるようになって、メディアリテラシーと批判的思考の必要性が高まってきた。

インターネットなどIT関連の普及により、情報検索が瞬時に可能となり、また、誰もが情報の発信者となりうることができるようになった。そのため、発信されている情報の確からしさを吟味することが重要となり、情報のなかには不適切なものも含まれ、誹謗中傷による名誉毀損やだまし、詐欺などの多くの問題が生じてきている。したがって、情報リテラシーとともに批判的思考の重要性が高まっている。

3.4 批判的思考の構造

楠見によれば、スタンバーグの知能の鼎立理論を基に、批判的思考の認知基盤モデルを次の3つに大別している。

(1) 構成要素モデル

(2) 獲得モデル

(3) 文脈モデル

まず批判的思考が支えられている構成要素モデルは、スキル、知識、態度である。スキル

と知識は認知的要素、態度は非認知的要素に分類される。獲得モデルは批判的思考のスキルや知識、態度の獲得過程に関するモデルである。文脈モデルは、批判的思考が実行される状況、社会、文化的要因に着目し、どのように適応的に利用されるかを扱う。

3.5 構成要素とプロセス

批判的思考は意思決定や問題解決のため、文献や資料を読んだり、他者の話を聞いたりするなかで実行される。そこで実行されるものに含まれるものは次のようなものがある。

(1) 情報の明確化

情報の明確化はメタ認知によって自分自身の思考をモニタリングし、コントロールするプロセスに支えられる。以下にあげる点が考えられる。

a) 問題、主題、仮説を焦点化する

どのような問題に対して議論がなされ、解決しようとしているのか、それに対して出されている意見の内容はどのようなものかを明確にすることは、理解と行動を適切におこなう出発点である。

b) 情報の構造と内容を明確化する

話し手の主張、結論、根拠を明らかにすることから批判的思考が出発する。

c) 明確化のための問い合わせ

なぜ？論点はなにか？事例は？など

d) キーワード、専門用語の定義

定義や比喩や類推などの同定をおこなう

e) 隠れた前提を固定する

話し手が主張、結論を導く際に、根拠として明らかにしてなくとも、事実認識や価値観のように隠れた前提がある。受け手の知識や価値観が同じであれば気づかないが、異なるときに論理の飛躍を感じるものである。

(2) 情報の分析

議論や推論を支える情報源として、他者の意見、事実や調査・観察の結果、既に行われた推論による結論が考えられる。情報の確かさについては、意見と事実の判別からお

こなわれ、情報の信頼性の判断や、意見、事実、調査・観察や報告の内容自体を評価する。

(3) 推論

推論には演繹の判断、帰納の判断、背景事実・結果の判断、選択肢・バランス・重みなどの決定に関する判断、倫理などの個人の価値判断が必要である。

(4) 行動決定

今までのプロセスに基づいて結論を導き、現在の状況をふまえて、発言、文書化、選択などを支える行動決定をおこない、問題解決をおこなう。他者に自己の主張を伝えるために、結論や考えを明確に表現し、効果的に伝えるという説得のためのスキルが必要である。

3.6 批判的思考の態度

批判的思考の態度は、個人の指向性を基盤として次のように考えられていく。

(1) 熟慮的態度

受信した情報をそのまま鵜呑みにして信じることなく、その情報について考えてみる態度は、批判的思考の態度の基盤として考えられる。

(2) 探究心

様々な情報や知識、選択肢を求めようとする主体的な態度である。自分の知識は有限であることを自覚し、異なる意見、価値観や文化の存在を理解し、それに関心をもつ開かれた心につながるものである。

(3) 客観性

主觀にとらわれず客観的に公正に物事を見ようとする態度である。受信した情報を偏見によらない公平かつ柔軟な視点で見つめようとする態度が大切である。

(4) 証拠の重視

信頼できる情報源を利用し、明確な証拠や根拠を求め、それに基づいた判断をおこなおうとする態度である。

(5) 論理的思考への自覚

論理的思考の重要性を認識し、論理的な思考を自発的に活用しようとする態度である。

3.7 批判的思考とリテラシー

次に子どもたちが民主主義のなかで生きていく上で、必要不可欠な力としての市民リテラシーに注目していきたい。

すでに述べた通り、子どもたちは情報にあふれた世界で、情報を的確に扱わなければならない。そのため、市民リテラシーの中で、メディアやコンピューターリテラシーについて考察していく。

メディアリテラシーは、新聞やテレビ、コマーシャルなどのメディアから伝えられる情報を正しくとらえ、適切に行動するための能力として考えられる。たとえば視聴率を上げるための過剰な演出など、メディアからのメッセージは、現実世界の写しではなく、ある種の規則にしたがって制作して、視聴者に訴えかけることを目的としていることを受けては理解してなければならない。また、ワイドショーと呼ばれる番組で見られがちだが、伝えられる情報の内容についての吟味と批判的理解が必要である。それはメッセージが受け手の行動や態度を誘導することがあるからである。

コンピューターリテラシーは、おもにインターネットの普及による情報の活用やその評価によるものを述べたい。インターネット上の情報は、大量にあふれており、その真偽については根拠が不明瞭なものが多く含まれている。内容の正確さや根拠の確からしさはもちろんであるが、情報の新しさや、誰が何のために発信しているのかまで、考える必要がある。社会問題になっているように、インターネット上で、詐欺行為、匿名性から引き起こされる誹謗中傷などの被害や、ブログに不適切な写真を掲載し、経済活動に影響をきたす問題が起きていることも目にする。

メディアやインターネットといまや市民生活を送る上で無縁ということは不可能であるので、適切な関わりあい方をもち、健全な市民として生きていく上で、このような問題とどう向き合う力をつけていくか考えると、批

判的思考を積極的に学校現場での指導に取り入れていく要求が高まるのは明らかである。

4. 実践事例

中学校数学科の指導を通じて、生徒たちに批判的思考を養わせることを目的として、その指導法および教材を以下のように中学2年「一次関数」の指導の時に求めた。

4.1 題材設定

中学校学習指導要領数学科では目標のなかに「数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高める」とある。この中にある「事象を数理的に考察し表現すること」について、学習指導要領解説を参考にして「現実に照らした処理ができる、それを発展的に考えることができる力を養うこと」と解釈した。そして「学習者が現実に照らし、様々な視点をもち根拠を述べることができる力」を養うことが、批判的思考法を養うことの端緒と考え、それを目的として指導実践をおこなった。

「批判的思考」については、すでに述べたが、本実践ではそれらをまとめて「情報の真偽性・妥当性・適合性を一定の基準にもとづいて判断し評価できるようになること」とし、次の(1)～(3)をすべて考え合わせができるようになったときに「批判的思考」ができたものとした。

- (1) 自分なりに異なる視点をもてる (真偽性)
- (2) 問題の内容と現実世界と比較できる
(妥当性)
- (3) 根拠を明らかにして表現できる (適合性)

4.2 指導実践への準備

本指導実践に入る前の準備で、日常の授業では(1)～(3)への意識づけを目的として、以下の例のようにおこなった。

4.2.1 異なる視点をもつこと

問題解答解説の際に誤りそうな部分で、教師が誤った解説をおこない、誤りや矛盾を指摘するようにさせた。そして、なぜ違うのか、根拠を明らかにして説明させた。それによっ

て、教師の説明といえども、誤りや矛盾が生じたと思われたときは、生徒から積極的に議論を持ち出すようになった。また以下に示す例題などで解1のほか解2を考えることで、異なる視点を探そうとする姿勢を養った。

正九角形の1つの内角の大きさを求めよ

$$(解1) (9-2) \times 180^\circ \div 9 = 140^\circ$$

(解2) 多角形の外角の和は 360° なので

$$360^\circ \div 9 = 40^\circ$$

$$\text{したがって}, 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

4.2.2 現実世界との比較

勤務校の生徒は中学入学時に入試を経験してきている。そのため、課せられた問題内容に対して、現実では起こり得ないかどうかの吟味すらせず、数字やキーワードとなるものを探し、それを頼りに解を導こうとする者が多く目立つ。そこで、課せられた問題内容が現実世界で妥当なものか検討させる視点を養うことが本研究を進める上で必要と感じた。これについて一次関数を用いて指導をおこなった。教科書に書かれている次のような例題を用いて、問題設定場面では「水温は一定に上昇するのか」「実際のグラフの様子はどうなるか」をイメージしながら考えさせた。

ある電気ポットを使って、 20°C の水を沸かすとき、 χ 分後の水温を $y^\circ\text{C}$ とするとき、

$$y = 4\chi + 20$$

と表される。5分後から15分後までは、水の温度は何度から何度まで変化するか。

4.2.3 根拠を明らかにして述べること

方程式などの文章題の問題演習の際に、生徒が作成した解答を自分自身でふりかえり、自分で書いたものや書き方について検討させた。その結果、書いたものは「式または数字が羅列してあるだけ」と感じた者多かった。そこで何が不足しているのか考えさせたところ、式の間などに「ことば」が不足している

ことに気づかせた。どのような言葉を入れるといいか考えさせ、「したがって」「～より」「だから」などの接続詞を入れることが適切ということになり、作成した解答に補足させた。その結果、生徒からは「国語で目にする説明的文章のようでわかりやすい」という感想が得られた。なぜそのような感想をもつのか考えさせたところ、「途中の過程がはっきりとわかるから」ということに気づいた。根拠を明らかにすることで説得力が増すことを実感させた。

4.3 指導実践内容

勤務校は男子校なので、中学2年男子生徒のみ40名に対して、「一次関数の利用」が終了したところで、次の題材を設定して指導実践をおこなった。

わが国の新幹線はあらかじめ定められた時刻通りに運行されることで、諸外国から評価が高いといわれます。それは途中停車や通過する駅などで予定時刻を確認できるからです。では、東京・徳島間の海上を航行する大型フェリーは、どのように定時運航がされるでしょうか？その理由を基準航路表から、考えてみましょう。

題材設定については、まず実際の陸上の交通機関を例に用いた。一次関数で示されて教材となっているものは、区間ごとの距離と所要時間から、その区間を一定の速度と考える「理想化」されたものである。生徒がこの「理想化」されていることを感じることができると含め、問題内容を吟味できるか見たかった。またそれとは逆に、船舶ならば洋上に出れば、大きく旋回行動をとることが少ないとや、自動操縦機能によって、速力が保たれるので、ある程度は実際の航行状況でも一次関数とみなすことができるので題材設定として適切と考えた。

生徒にフェリー会社が公開している航行経路および通過予定時刻を記した「基準航路表」

とよばれるものを配付した。しかし「基準航路表」だけでは見づらいと気づいた生徒がいたので、どのようにすればよいか検討させたところ、グラフ化してみることとなり生徒にグラフ用紙を配付して「基準航路表」をグラフ化させた。

生徒のグラフは、通過時刻を確認する位置すべてを書いたものなど、見づらいものが伺われたが、適切に見やすいと思われるグラフは、速力の変化する場所に注目して、その位置と時刻だけを点にして作成されていた。後に教師がグラフ作成ソフトのGRAPESを用いて、速力変化に注目したグラフを作成・演示して、見やすいと思われるグラフを提示した。

次に、この題材に用いたフェリーが航行する部分の白地図を配付し、フェリーの航行経路を確認した。そして、グラフの傾きすなわち速力の変わる場所を地図と対比させながら気づくことを述べさせ、なぜそうなるのか根拠を探すべく、生徒間の話し合いによる指導をおこなって、それぞれが結論をもって指導実践を終了した。なおこの指導実践の評価の観点は次のように設定した。

- (1) 実際の鉄道ダイヤが一次関数で表されるものなのか疑問をもてたか。
- (2) グラフ作成したものと、日本地図を合わせて考えることにより、実際の航行の様子を考えることができたか。
- (3) (2)で出た結論に対し、グラフの形状について根拠を明らかにして述べることができたか

指導実践をおこなった結果、(1)は電車通学者が39名いたためか、駅の停車やアップダウンなどがあり、「実際の鉄道は一次関数ではない」と感じている者が23名いた。(2)(3)はグラフの傾きが変わる部分を地図と対比させると、地図上では東京湾口や太平洋上と環境が違うことに気付いたものが(1)の23名のうち11名いた。理由を「東京湾口の幅

が狭く、船舶の数が多い。外洋に出たら障害が少ないので、作成したグラフの形状のようになる」と述べていた。(3)まで到達した者が40名中11名の27.5%だったが、本研究で定義した批判的思考ができた者とした。

5. おわりに

指導実践を通じて、批判的思考を生徒にもたせようとしたことは、数学が社会のなかで生きた科学であることを実感させたことのほか、異なる視点をもつことで、自らの考えを他者に理解させるのに、どのような方法（論法）が良いのか考えさせることができた。議論を重ねあえるのは生徒間の「学びあい、協力・共存」ができる良好な環境であり、さらに言えば、生徒間同士だけでなく、生徒・教師間の議論がなされる、いわば閉鎖的ととらえがちな教室文化に民主主義が大いに導入できるものである。すなわち、市民リテラシーを養うことが期待できるものと考えられる。市民リテラシーは高次の思考スキルと読解能力、コミュニケーション能力が基盤となり、生活に必要な情報を適切に読み取り行動をおこなうことと考えられる。それには市民が自律的な責任感をもち、社会に関わり、民主主義のなかで投票行動、問題解決、倫理的・道義的判断が行えなければならない。これは、まさしく今後向き合わなければならぬ重要な課題である。

知識基盤社会として表される21世紀を生きる子どもたちに、民主主義のもと健全な市民としてのリテラシーを養うために、身につけさせたい力として、キー・コンピテンシーが重要な意味をもち、そして、そのキー・コンピテンシーを身につけるには、批判的思考を養うことが必要不可欠である。算数・数学教育の立場から批判的思考力を養える指導法や教材開発をさらに継続して求めていきたい。

参考・引用文献

- [1] 中央教育審議会答申(2008年1月17日)

- [2] 中学校学習指導要領(2008)
- [3] 中学校学習指導要領解説数学編(2008)
- [4] 道田泰司(2001)「批判的思考の諸概念」
琉球大学教育学部紀要59
- [5] 楠見孝ら(2011)「批判的思考力を育む」
(有斐閣)
- [6] ドミニク・S・ライチェン(2006年)
「キー・コンピテンシー」(明石書店)
- [7] 藤井齊亮ほか(2012)「連立方程式の利用」
新しい数学2 pp 44-50
- [8] オーシャン東九フェリー 基準航路図
<http://www.otf.jp/schedule/>