

特集：「学力テスト」についての結果を基にした考察と提言

## 全国学力・学習状況調査の結果に基づく 中学校数学科における指導の改善の方向性

永 田 潤一郎

(文教大学教育学部)

Direction for Improvement of Junior High School Mathematics Teaching  
Based on the Result of National Assessment of Academic Ability in Japan

NAGATA JUNICHIRO

(Faculty of Education, Bunkyo University)

### 要 旨

全国学力・学習状況調査において、これまでに中学校数学科で出題された記述式の問題のうち、特に「見いだした事柄や事実を説明する問題」に注目し、調査結果を基に今後の指導の改善の方向性を探った。具体的には、数学の世界の問題については予想の意味やそれを構成することを含めた説明の指導、日常生活の問題については用いるべき数学的な表現を明らかにした説明の指導などがそれぞれ必要であることを指摘した。

### 1. はじめに

平成19年度から実施されている全国学力・学習状況調査では、「主として『活用』に関する問題」において、子どもが自由記述で解答する問題が毎回出題されている。これは、この調査の意義や目的、制度設計等について検討した専門家検討会議の「報告書」における調査問題作成の基本理念として、知識・技能等を実生活の様々な場面に活用する力や、様々な課題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力などにかかわる内容については、記述式の問題を一定割合で導入することが求められたのを受けたものである（文部科学省、2006）。このため、その調査結果は学習指導要領が目指す思考力、判断力、表現力等の育成の現状を把握するための指標ととらえられるようになり、各学校においては言語活動の充実と相まって、書くことや話し合うこと、発表することなどの活動を重視した授

業が増加している。こうした傾向は、この調査の目的のひとつである教育委員会及び学校等が広い視野で教育指導等の改善を図る機会を提供することを実現するという意味で重要である。しかし、その一方で、書くことや話し合うこと、発表することなどの活動自体が目的化し、その成果が不明確な授業も少なからず見受けられる。

記述式の問題とその調査結果を指導の改善に活かすためには、「何についてのどのような記述を求めているのか」という視点から問題の構造を読み解くことが不可欠である。そこで、本論文では全国学力・学習状況調査の中学校数学科における記述式の問題のうち、特に「見いだした事柄や事実を説明する問題」に注目し、その調査結果の考察を通して、思考力、判断力、表現力等の育成に向けた指導の改善の方向性を探る。

## 2. 調査問題の構造

### (1) 問題作成の枠組み

算数・数学科における「主として『活用』に関する問題」の作成においては、専門家検討会議の「報告書」において、以下のような観点を盛り込むことや工夫をすることが例示されている。

- ・物事を数・量・図形などに着目して観察し的確にとらえること
- ・与えられた情報を分類整理したり必要なものを適切に選択したりすること
- ・筋道を立てて考えたり振り返って考えたりすること
- ・事象を数学的に解釈したり自分の考えを数学的に表現したりすること など

これを受けて、国立教育政策研究所が中学校数学科の指導のねらいからみて、どのような場面で、どのような数学的な知識・技能などが用いられるか、また、それぞれの場面で子どものどのような力を評価しようとするかをまとめたのが、表1の問題作成の枠組みである。出題された問題は、この枠組みの視点に基づいて作成されている。「報告書」で例示されている観点は、この表の中の「数学的なプロセス」に反映されており、各問題の出題の趣旨として具体化されている。

活用する力	活用の文脈や状況	主たる評価の観点	活用される数学科の内容(領域)	数学的なプロセス
α：知識・技能などを実生活の様々な場面で活用する力	実生活や身の回りの事象での考察	数学的な見方や考え	数と式 図形	α1：日常的な事象等を数値化すること α1(1)ものを数・量・図形等に着目して観察すること α1(2)ものごとの特徴を的確に捉えること α1(3)理想化、単純化すること α2：情報を活用すること α2(1)与えられた情報を分類整理すること α2(2)必要な情報を適切に選択し判断すること α3：数学的に解釈することや表現すること α3(1)数学的な結果を事象に照して解釈すること α3(2)解決の結果を数学的に表現すること
β：様々な課題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力	他教科などの学習	数学的な技能	関数	β1：問題解決のための構想を立て実践すること β1(1)筋道を立てて考えること β1(2)解決の方針を立てること β1(3)方針に基づいて解決すること β2：結果を評価し改善すること β2(1)結果を振り返って考えること β2(2)結果を改善すること β2(3)発見的に考えること
γ：上記α、βの両方に関わる力	算数・数形などについての知識・理解	数量や図形などについての知識・理解	資料の活用	γ1：他の事象との関係を探ること γ2：複数の事象を統合すること γ3：事象を多面的に見ること

表1 問題作成の枠組み

### (2) 記述式の問題のタイプ

全国学力・学習状況調査では、問題の形式を次の3通りに分類して出題している。

- ・選択式…複数の選択肢から正しいものを選択する。
- ・短答式…数値や用語など主として単語で答える。
- ・記述式…事柄について文などで説明する。

いずれの形式の問題も、表1に基づいて作成され、特に記述式の問題は、子どもの思考の過程を問うことが多いこともあって、「数学的なプロセス」との結びつきが強くなっている。しかし、その問い方には様々な方法が考えられるので、出題の趣旨に基づいた適切な設問をどのように構成するかが問題作成のポイントになると考えられる。

ところで、一般に記述式の問題を作成すること自体はそれほど困難なことではない。表1に沿って作成する場合であっても、「…について気が付いたことを書きなさい」とか「…について考えたことを書きなさい」と問えば、子どもの解答は記述式になる。しかし、「気が付いたこと」や「考えたこと」を記述させても、誤ったことが書かれていない限り子どもの思考の質を評価することはなかなか困難である。これに関連して、専門家検討会議の「報告書」では、調査問題自体が教師や子どもに対して土台となる基盤的な事項を具体的に示すものであり、教師による指導改善や、子どもの学習改善・学習意欲の向上などに役立つとの視点が重要であることが指摘されている。全国学力・学習状況調査においては、記述式の問題で、評価するべきは今後の数学科の指導で求められる事項であるとの判断から、その記述内容を次の3つのタイプに限定している。

#### ①見いだした事柄や事実を説明する問題（事実・事柄の説明）

数量や図形などの考察対象について、あるいは問題場面について、成り立つことが予

想される数学的な事柄を見いだして的確に捉え直し、数学的に正確に表現する力をみる問題

**②事柄を調べる方法や手順を説明する問題  
(方法の説明)**

事象について数学的に解釈する場面でのアプローチの仕方や手順を説明することを通して、構想を立てたり、それを評価・改善したりする力をみる問題

**③事柄が成り立つ理由を説明する問題(理由の説明)**

説明すべき事柄についてその根拠を示して理由を説明することを通して、論理的な思考力や表現力をみる問題

③の「理由の説明」については、さらに「③-1 示された説明すべき事柄の根拠を記述する形式」と「③-2 説明すべき事柄を判断し、その根拠を記述する形式」の2つのタイプに分けられている。

**3. 問題のタイプからみた現状**

表2は、平成19年度から平成26年度までの調査で出題された全ての記述式の問題を、問題の3つのタイプ別に分類し(③についてはさらに2つに分類)、その正答率と無解答率をまとめたものである(平成23年度については、調査問題は公表されているが、震災の関係で調査自体は実施されなかった)。例えば、見いだした事柄や事実を説明する問題について見ると、平成19年度の調査では、大問⑤の小問(2)で、水温の変化に関する問題が記述式で出題され、正答率は32.1%、無解答率は28.5%であったことが分かる。

この表から、8回の調査では毎回3つのタイプの問題が出題されているが、出題数は均等ではないことが分かる。見いだした事柄や事実を説明する問題は11題、事柄を調べる方法や手順を説明する問題は10題とほぼ等しいが、事柄が成り立つ理由を説明する問題は29題と他の2つのタイプの問題の2倍以

上出題されている。これは、図形の性質の証明など、中学校数学科の指導を通じて、ある事柄が成り立つ理由を根拠を明らかにして説明する場面が多いからであると考えられる。また、調査方法が同一ではない(8回の調査のうち、22年度と24年度については、抽出調査及び希望利用方式、それ以外は悉皆調査で実施されている)ので単純には比較できないが、全体を通じて正答率が低く、無解答率が高い傾向がみられる(③-2については、記述する前に与えられた選択肢から説明すべき事柄を選ぶため、仮に記述ができなくても無解答率が低くなる傾向がある)。このことが、調査結果の分析として「活用する力に課題がある」と指摘される根拠のひとつになっている。

こうした現状は、従来の数学の授業において、問題に対する答えを求めることが中心に行われており、予想を立て、それについて説明したり、答えを求める方法やその手順を説明したり、事柄が成り立つ理由を説明したりする機会が少なかった点に原因があると考えられる。3つの問題のタイプで説明の対象となっている事項が、授業の中で子どもたちが説明する活動に取り組む際の説明の対象となるように、教師が意図的に指導する必要がある。

**4. 見いだした事柄や事実を説明すること**

**(1) 見いだした事柄や事実を説明することの意義**

ここでは、3つの問題のタイプのうち、見いだした事柄や事実を説明する問題とその調査結果に注目し、子どもの学習の現状を探ると共に、指導の改善の方向性について検討する。

このタイプの問題に注目する理由は、見いだした事柄や事実を説明することが、算数・数学科における指導の根源的な主題のひとつだからである。数学科の学習指導では、子どもが数量や図形などの考察対象や問題場面に

実施年度	①事実・事柄の説明	正答 (%)	無答 (%)	②方法の説明	正答 (%)	無答 (%)	③-1理由の説明	正答 (%)	無答 (%)	③-2理由の説明	正答 (%)	無答 (%)
平成19(2007)年度	[5](2)水温の変化	32.1	28.5	[5](3)水温の変化	40.2	37.3	[2](2)連続する自然数の和	42.5	28.1	[1](3)セットメニュー	53.9	2.4
							[3](3)サッカー大会	51.1	33.9	[6](3)図書館への往復	62.1	3.5
							[4](2)垂直二等分線の性質の証明	49.0	16.7			
平成20(2008)年度	[2](3)位を入れかえた数	49.2	36.1	[3](2)ベニヤ板と釘	51.9	2.7	[2](2)位を入れかえた数	39.7	26.8	[1](3)身長 の推定	19.6	5.7
				[5](3)富士山の気温	13.3	58.5	[4](2)重なりあう2つの三角形	44.2	27.8			
				[3](3)電球形蛍光灯のよさ	19.9	48.5	[2](2)3段目の数	41.7	17.2			
平成21(2009)年度	[1](2)絞切り遊び	47.2	2.2				[4](1)中点で交わる2つの線分	41.8	20.6			
							[5](2)賞品当てゲーム	57.1	22.4			
							[2](2)連続する奇数の和	26.4	27.3	[1](3)エクセサイズ	30.5	4.1
平成22(2010)年度	[2](3)連続する奇数の和	59.0	18.7	[3](2)Tシャツのプリント料金	31.3	27.2	[4](2)二等辺三角形	48.2	21.9			
	[5](2)机と道具箱	10.0	42.9									
	[6](1)厚紙と封筒	40.9	45.8									
平成23(2011)年度	[3](2)クレースの方法	/	/	[1](2)ベントボルのキャップ	/	/	[2](3)連続する自然数の和	/	/			
							[4](2)角の二等分線	/	/			
							[5](2)甲子園大会	/	/			
平成24(2012)年度	[2](2)連続する自然数の和	57.0	23.4	[5](3)鷹坊記	25.3	41.2	[2](1)連続する自然数の和	38.8	22.5	[1](2)ISSとひまわり7号	11.8	4.4
							[4](2)作図と図形の対称性	46.8	21.1	[3](2)スキージャンプ	47.1	4.6
										[6](3)正多角形の外角	25.4	7.8
平成25(2013)年度	[2](2)位を入れかえた数	39.3	34.0	[3](2)水温の変化と気温の変化	32.6	33.3	[2](1)位を入れかえた数	38.4	22.5	[1](3)ウォーキング	24.7	4.4
	[5](2)黄金比	25.5	42.1				[4](1)平行四辺形の対角線	33.1	22.7			
							[6](3)碁石の総数	25.3	42.2			
平成26(2014)年度	[3](2)ウェーブ	63.0	29.5	[1](3)文化祭の準備	61.3	12.3	[4](1)2つの二等辺三角形	40.2	21.9	[2](3)偶数の四則計算	44.9	6.2
										[5](2)ステイックゲーム	32.7	7.1
				[6](3)駅への向かい方	30.7	17.1						

表 2 平成19年度から平成26年度までの調査で出題された記述式の問題とそのタイプ

ついて、帰納的な推論などに基づいて数学的な事実を見だし、見いだした事柄を演繹的な推論に基づいて証明してその一般性を保証したり、あるいは反例をあげて否定したりできるようにすることが重要である。子どもがこうした活動をよりよく遂行出来るようになるためには、帰納的に見いだした予想などの事柄や事実を的確に捉えて数学的に表現することがその前提となる。

こうした点を踏まえ、事柄を見いだすことについては、小学校算数科の低学年の段階から継続的に指導が行われている。例えば、きまりを見つけることについて、「小学校学習指導要領解説 算数編」においては、小学校第2学年で指導すべき算数的活動として「乗法九九の表を構成したり観察したりして、計算の性質やきまりを見付ける活動」が示されている。この活動では、例えば、子どもが3の段の乗法九九の構成を通して「3の段でかける数が1増えるときは、答えが3ずつ増える」というきまりを帰納的に見付け、ほかの段の乗法九九でも同様なことが言えるのかを、乗法九九の表を構成したり、完成した乗法九九の表を観察したりして調べ、帰納的に考えて「乗数が1増えれるときは、積が被乗数分だけ増える」という計算の性質を見付けることの指導が求められている（文部科学省、2008）。そして、中学校数学科では、こうした計算の性質などの一般性を、文字式を用いて演繹的に導くことを指導することになる。

#### (1) 見いだした事柄や事実を説明することの現状と指導の改善

見いだした事柄や事実を説明することに関する子どもの学習の現状と指導の改善について考察するために、表2にまとめた記述式の問題の中から、見いだした事柄や事実を説明する問題を取り出し、問題の概要と出題の趣旨をまとめたのが表3である（実施されなかった平成23年度調査の問題は除く）。

表から分かるように、これらの10題の問題は、表1の問題作成の枠組みに示した「活用の文脈や状況」に基づいて、大きく2つのグループに分けることができる。1つは算数・数学の世界での考察に関する問題（以下「数学の世界の問題」とする）で、平成19年度②(3)、平成22年度②(3)、平成24年度②(2)、平成25年度②(2)の4題がこれに当たる。もう1つは実生活や身の回りの事象での考察や他教科などの学習に関する問題（以下「実生活の問題」とする）で、平成19年度⑤(2)、平成21年度①(2)、平成22年度⑤(2)、平成22年度⑥(1)、平成25年度⑤(2)、平成26年度③(2)の6題がこれに当たる。同じ見いだした事柄や事実を説明する問題であっても、「活用の文脈や状況」によって調査結果からは異なる特徴が読み取れる。

##### ① 数学の世界の問題について

数学世界の4つの問題には、次のような極めて強い類似点がある。

- ・内容として、数の性質を取り上げている。
- ・与えられた場面を基に発展的に考え、予想した事柄を説明するとう構成になっている。
- ・解答として、帰納的に予想した事柄を「～は、…になる」という形で表現することを求めている。

以下、平成24年度②の問題（図1）を取り上げて具体的に考察する。この問題は、連続する3つの自然数の和について、問題の中で予想された事柄を読み、問題(2)で、「連続する3つの自然数の和」という条件を「連続する3つの偶数の和」に変えて発展的に考え、帰納的に予想した事柄を表現することが求められている。

ここで、出題の趣旨にも示されている「発展的に考える」とは、より困難度の高い問題を解くことを意味するものではなく、与えられた問題場面における条件を変えるなどして新たな課題を見いだすことを意味しており、子どもが主体的に学び続けるための重要な視

分類	実施年度	問題	問題の概要	趣旨	正答率 (%)	無答率 (%)
数学の世界の問題	平成19年度	②(3) 位を入れかえた数	2けたの自然数とその十の位の数と一の位の数を入れかえた数について、問題の条件を2数の「和」から「差」に変えたときに、新たに予想した事柄を説明する問題。	発展的に考え、予想した事柄を説明することができるかどうかをみる。	49.2	36.1
	平成22年度	②(3) 連続する奇数の和	連続する奇数について、問題の条件を「3数」の和から「4数」の和に変えたときに、成り立つ事柄を説明する問題。	発展的に考え、見いだした事柄を説明することができるかどうかをみる。	59.0	18.7
	平成24年度	②(2) 連続する自然数の和	連続する3数の和について、問題の条件を3つの「自然数」の和から、3つの「偶数」の和に変えたときに、新たに予想した事柄を説明する問題。	発展的に考え、予想した事柄を説明することができるかどうかをみる。	57.0	23.4
	平成25年度	②(2) 位を入れかえた数	2けたの自然数とその十の位の数と一の位の数を入れかえた数について、問題の条件を2数の「差」から「和」に変えたときに、新たに予想した事柄を説明する問題。	発展的に考え、予想した事柄を説明することができるかどうかをみる。	39.3	34.0
	平成19年度	⑤(2) 水温の変化	水を熱し始めてからの時間 $x$ と水温 $y$ の関係を表したグラフの点の並び方から、 $y$ は $x$ の一次関数であると理想化したり、単純化したりして考え、グラフを直線とみてよいことを説明する問題。	実験から得られた数値に基づき $x$ , $y$ の関係を表すグラフの点の並び方から数量の関係を理想化したより、実際のデータを単純化したりしてとらえ、 $y$ は $x$ の一次関数であるとみてよいグラフの特徴を説明することができるかどうかをみる。	32.1	28.5
日常生活の問題	平成21年度	①(2) 紋切り遊び	示された2つの模様のグループから、「紋切り遊び」のできる模様の集めたグループを指摘し、「紋切り遊び」のできる模様だけに見られる図形の性質として、対称軸をもつことなどを説明する問題。	図形の特徴を的確にとらえ、数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみる。	47.2	2.2
	平成22年度	⑤(2) 机と道具箱	道具箱の上段が下段に対していつも平行に保たれることについて、長さが等しい2本のアームの取り付け方から、2組の対辺がそれぞれ等しい四角形ができると判断し、その四角形が平行四辺形であることを根拠となる事柄を説明する問題。	事象を数学的に解釈し、数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみる。	10.0	42.9
	平成22年度	⑥(1) 厚紙と封筒	封筒から厚紙を引き出す場面、厚紙が封筒の端の直線と重なる部分の長さが途中から長くなることを表すグラフの特徴を、「傾き」という数学の用語を用いて説明する問題。	グラフに表れた変化される数量の特徴をとらえ、その特徴を数学的に表現することができるかどうかをみる。	40.9	45.8
	平成25年度	⑤(2) 黄金比	学級の生徒が美しいと思う長方形の2辺の長さについてまとめた直したヒストグラムを見て、新たにどのようなことがわかるかをヒストグラムの特徴をもとに説明する問題。	資料の傾向を的確に捉え、事柄の特徴を数学的に説明することができるかどうかをみる。	25.5	42.1
	平成26年度	③(2) ウェーブ	ウェーブする人数 $x$ とかかる時間 $y$ の関係について、グラフの点と同じ直線上に並んでいるとみてよいことを、 $y$ は $x$ に比例すると理想化したり、単純化したりしてとらえて説明する問題。	事象を理想化・単純化して問題解決した結果を、事象に即して解釈し、2つの数量の関係を数学的に説明することができるかどうかをみる。	63.0	29.5

表3 見いだした事柄や事実を説明する問題の概要と出題の趣旨

**2** 智也さんは、連続する3つの自然数の和がどんな数になるかを調べています。

1. 2, 3 のとき  $1+2+3=6$   
 2. 3, 4 のとき  $2+3+4=9$   
 3. 4, 5 のとき  $3+4+5=12$

6 =  $3 \times 2$   
 9 =  $3 \times 3$   
 12 =  $3 \times 4$   
 3つとも3の倍数になっているね。

上で調べたことから、智也さんは、次のことを予想しました。

**智也さんの予想**

連続する3つの自然数の和は、3の倍数になる。

7, 8, 9のときは、  
 $7+8+9=24$   
 $24=3 \times 8$   
 予想どおり、このときも3の倍数になっている。

次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 智也さんの予想がいつでも成り立つことを説明します。下の説明を完成しなさい。

3の倍数であることを説明するには、3と自然数の積になることをいえばいいんだ。

**説明**

連続する3つの自然数のうち、最も小さい数を $n$ とすると、連続する3つの自然数は、 $n$ 、 $n+1$ 、 $n+2$ と表される。したがって、連続する3つの自然数の和は、

$n+(n+1)+(n+2)=$

(2) 智也さんは、連続する3つの自然数を、連続する3つの偶数に変えたとき、その和がどんな数になるかを考えてみたいと思い、いくつかの場合を調べました。

2, 4, 6 のとき  $2+4+6=12$   
 8, 10, 12 のとき  $8+10+12=30$   
 20, 22, 24 のとき  $20+22+24=66$

連続する3つの偶数の和は、どんな数になると予想できますか。前ページの智也さんの予想の書き方のように「～は、…になる」という形で書きなさい。

図1 平成24年度②「連続する自然数の和」の問題

点を与えるものである。ここでは、ペーパーテストという制約上、「自然数」を「偶数」に変えること自体は問題として示した上で、予想した事柄を記述させている。予想できることは1通りではなく、「6の倍数」、「3の倍数」、「2の倍数」、「偶数」、「中央の偶数の3倍」などはいずれも正解とされている。

この問題では、前半部分で「連続する3つの自然数の和は、3の倍数になる」という「智也さんの予想」が導かれる過程が丁寧に説明されているので、発展的に考える場面でも容易に予想ができそうに思えるが、正答率は57.0%である。また、無解答率が23.4%と高い。その原因として、子どもが学習の過程において発展的に考え、数に関する新しい性質を予想する経験が不足していることが考えられる。小学校段階から指導内容として位置付けられているのに、なぜ、経験が不足しているのだろうか。それにはいくつかの原因があると考えられる。例えば、この問題で取り上げられているような数の性質については、多くの教科書に掲載されている。しかし、教

科書はその性質上、発展的に考えて予想した事柄を具体的に示さざるを得ない。教師が教科書に沿ってそのまま授業を展開すると、予想は子どもにとって「与えられるもの」になり、「自ら構成するもの」にはならない可能性がある。また、実際の指導の様子を観察すると、教師が子どもに予想させる事柄が、「～は、…になる」のうち、主部である「～は」を除いた述部の「…になる」の部分、さらには名詞等で示される「…」だけである場合が少なくない。この問題の場合であれば、子どもが「6の倍数」と発言したのを受けて、教師が「そうだね、連続する3つの偶数の和は、6の倍数になるね」と補ってしまうような場面である。一般に、ある事柄を数学的に説明したり、その真偽を演繹的な推論に基づいて判定したりする場合、前提あるいは根拠とそれによって説明される結論の両方を含む命題の形で記述する必要がある。従って、予想したことを説明する場合には、単に名詞で結論だけを示すのではなく、前提あるいは根拠となる事実の指摘と、その事実によって説

明される結論の両方を指摘できることが重要である。

また、この問題では無解答以外に誤った解答をした子どもが19.6%いる。この中には、「4, 6, 8の和は、3の倍数になる」のように具体的な数について記述した解答があることが報告されている。同様の誤答については、平成22年度②(3)においても指摘されている。こうした子どもは、具体的な数をもとに帰納的に考えて事柄を見いだすこと、すなわち、「2, 4, 6」, 「8, 10, 12」, 「20, 22, 24」が「連続する3つの偶数」の例として示されており、それぞれの3数の和「12」, 「30」, 「66」に共通する数の性質を見いだし予想を構成すること自体が理解できていないと考えられる。授業の中で、子どもが予想する経験を増やすことは重要であるが、単に予想をさせるだけではなく、どのように予想を構成すればよいのかを具体的に指導することにも留意する必要がある。こうした視点からこの問題を見直してみると、数学の世界の問題は、いずれも出題の過程自体が指導の改善に対するメッセージになっていると解釈することができる。例えば、この問題の前半部分では、具体的な数を使って帰納的に「連続する3つの自然数の和は、3の倍数になる」という予想を導く過程が全て示されており、問題にはなっていない。授業に置き換えた場合、この部分を教師の指導を中心に展開し、子どもが予想を構成することの意味を理解する学習の機会とすることが考えられる。また、問題(2)では、予想の前提となる事実の一部を変えたとき、結論がどうなるかを考えさせ、新たな予想を構成させている。授業に置き換えた場合、この部分では教師はその指導を控えて子どもの活動を中心に展開し、教師の指導を通して子どもが前半部分で学んだことを参考にしながら、具体的な数を使って帰納的に新たな予想を構成する学習の機会にすることが考えられる。

ところで、平成26年度までに出題された数学の世界の問題が、数の性質のみを題材としていることには奇異な感も覚える。子どもが見いだした事柄や事実を説明する場面は、「図形」や「関数」の領域における数学の世界の内容にも多く見いだされる。現在のような出題の傾向が続くと、見いだした事柄や事実を説明することは「数と式」の領域の指導においてのみ行えばよいという誤解を招きかねない。今後は出題の趣旨と共に問題の題材についても検討し、より多様な問題を出題する必要があるのではないだろうか。

## ②実生活の問題について

表3から分かるように、平成26年度までに出題された実生活の問題には、数学の世界の問題のような強い類似点が見当たらない。出題の趣旨も問題ごとに異なっている。また、数学の世界の問題では、考察の対象が数の性質に限定されていたが、実生活の問題は多様な場面に及んでおり、出題の形式も様々である。しかし、各問題における数学的な考察の対象と、それに対して求められている数学的な表現に注目すると、表4のように整理することができる。考察の対象は、実生活や身の回りの事象及び他教科などの学習に関する事象を数学的にとらえた図形や関数のグラフであり、それらについて見いだした事柄や事実を説明することが求められている。また、多くの問題では説明の中で数学的な表現を用いることが求められている。表4ではこれに該当する部分にアンダーラインを付した。特に平成22年度⑥(1)では、問題文の中で「その特徴を『傾き』という言葉を用いて説明しなさい」というように用いるべき数学的な表現が指定されている。

ここでは、平成21年度①の問題(図2)を取り上げて具体的に考察する。この問題は、「紋切り遊び」の遊び方を読み、問題(2)で1回折りの紙を切って開いたときにできる模様



実施年度	問題	考察の対象	模範解答と用いる数学的な表現（アンダーライン部分）
平成19年度	⑤(2)水温の変化	関数のグラフ	点がほぼ一直線上にならんでいるグラフになる関数は、一次関数とみることができる。
平成21年度	①(2)紋切り遊び	図形	「紋切り遊び」のできる模様だけにみられる図形の特徴は、 <u>線対称な図形</u> であることである。
平成22年度	⑤(2)机と道具箱	図形	<u>2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形</u> は、平行四辺形である。
平成22年度	⑥(1)厚紙と封筒	関数のグラフ	厚紙が封筒の端Aと重なる部分の長さが長くなる前後の直線の傾きを比べると、 <u>後の直線の傾きは、前の直線の傾きよりも大きくなる。</u>
平成25年度	⑤(2)黄金比	ヒストグラム	学級の生徒が美しいと思う長方形は、その短い辺の長さに対する長い辺の長さの割合が <u>だいたいひとまとまりになる。</u>
平成26年度	③(2)ウェーブ	関数のグラフ	ウェーブするのにかかる時間は、ウェーブをする人数に <u>比例する。</u>

表 4 日常世界の問題に用いられる数学的表現

のグループを指摘し、「紋切り遊び」のできる模様だけにみられる図形の性質を説明する問題であり、「紋切り遊び」のできる模様の特徴を的確にとらえ、数学的な表現を用いて説明することが求められている。ここで用いられるべき数学的な表現は、「対称軸をもつこと」や「線対称な図形であること」などである。

なお、平成21年度調査は前学習指導要領のもとで行われており、図形の対称性は中学校第1学年の指導内容であった。現行指導要領では小学校第6学年の指導内容である。

問題(1)は、「紋切り遊び」の遊び方を読んで、1回折りの紙を切ったときにどのような模様が生成されるかを理解できるかどうかをみるものであり、正答率は85.7%である。このことから、相当数の子どもが1回折りの「紋切り遊び」については理解できていると考えられる。

しかし、問題(2)の正答率は47.2%にとどまっている。また、このうち数学の世界の問題と同じように「～は、…になる」という形で説明できた子どもは全体の10.2%であり、前提あるいは根拠となる事実に当たる主部「～は」を記述せず、それによって説明される結論に当たる述部「…になる」の部分のみ解答した子どもが21.1%いる。数学の世界の

問題に比べて、主部「～は」に当たる部分の記述が長くなることや、日常的な会話の感覚から、改めて記述する必要はないと考えた子どもがいたのではないかと考えられる。また、正答のうち「左右対称」のように日常的な表現をしたものと、「折るとぴったり重なる」のように操作的な表現で記述した解答の反応率を合わせると15.9%になる。これらの子どもは、図形の特徴はとらえているものの、数学的用語を使うことができていない。このことから、見いだした事柄や事実を説明することの指導を充実すると共に、新しい用語や法則、概念などを指導する際には、それらを暗記させるよりも、それらを用いた説明に取り組む機会を設けることで、説明が従来よりも簡潔で明確になることなどを経験させ、数学的な表現を用いることのよさを実感できるようにすることが必要である。また、そうした説明する活動を通して、子どもが用語や法則、概念などについての理解の不十分さに気付き、改めて理解を深める学習に取り組むことができるように、学び直しの機会を設けることも有効であろう。

ただ、この問題については、問題の問い方自体に曖昧さがある点にも留意する必要がある。「『紋切り遊び』のできる模様だけにみられる図形の性質を説明しなさい」と問われ

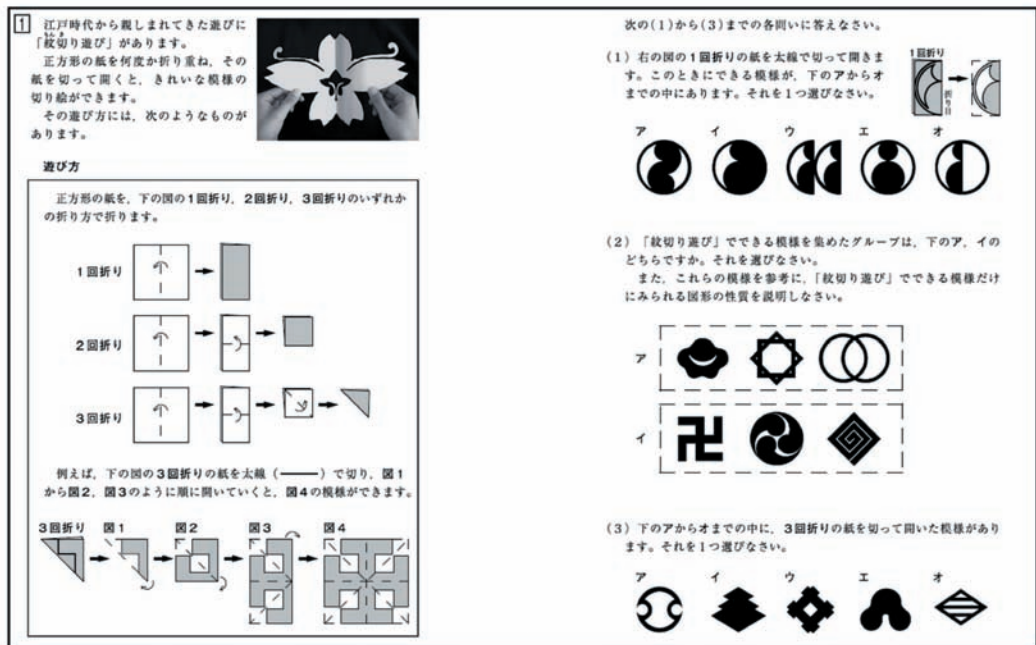


図2 平成21年度①「紋切り遊び」の問題

た場合、この「図形の性質」を数学の用語を用いて表現する必要があると考えず、「左右対称」や「折るとぴったり重なる」といったことも図形の性質であると判断した子どもがいたのではないだろうか。この問題では、「左右対称」や「折るとぴったり重なる」といった解答も誤答とはされていないが、「準正答」と位置付けられており、数学的な表現に洗練させることの必要性が指摘されている。こうした評価をするのであれば、出題の趣旨を解答する子どもにより明確に伝える必要があるのではないだろうか。そのためには、例えば、用いるべき数学の用語が何であるかよりも、その用語をどのように用いることができるのかを問うことを出題の趣旨とし、「『紋切り遊び』のできる模様に通じてみられる図形の性質を『対称』という用語を用いて説明しなさい」という問い方をすることも考えられる。

## 5. おわりに

中学校数学科の授業において、説明するこ

との指導を行う場合には、単にグループでの話し合いや発表の場面を設けて、子どもに説明を求める機会を増やすだけでは多くの成果を期待することはできない。教師が事前に説明として子どもに求める内容やその内容に則した説明のポイントを明確にし、指導に反映させる必要がある。説明する内容については、全国学力・学習状況調査における記述式の問題の3つのタイプに注目し、出題された問題自体を授業の素材として活かすこともできる。しかし、それぞれのタイプについて、どのような指導を前提にどのような説明を求めるのかについては今後とも検討が必要である。ここでは、3つのタイプの問題のうち、見いだした事柄や事実を説明する問題に注目し、数学の世界の問題と実生活の問題に分けて子どもの学習の状況と指導の改善の方向性を探ってきた。今後は、こうした事柄を実践に反映させ、継続的に研究を進めていきたい。

## 参考文献

・岩田耕司「出題の趣旨にみる全国学力・学

- 習状況調査の出題の意図と今後の課題 ー主として「活用」に関する問題に焦点を当ててー『日本数学教育学会誌 数学教育』第94巻 第9号,2012, pp.34-37
- ・国立教育政策研究所教育課程研究センター『全国学力・学習状況調査の4年間の調査結果から今後の取組が期待される内容のまとめ ～児童生徒への学習指導の改善・充実に向けて～ 中学校編』教育出版,2012
  - ・宮崎樹夫「数学的事象に関する課題探究を実現する学力とその可能性 『活用する力』βへの提言」『第2回 春期研究大会論文集』,2014, pp.27-34
  - ・文部科学省「全国的な学力調査の具体的な実施方法等について(報告)」,2006,  
[http://www.mext.go.jp/b\\_menu/shingi/chousa/shotou/031/toushin/06042601/all.pdf](http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chousa/shotou/031/toushin/06042601/all.pdf) (参照:2014.9.27)
  - ・文部科学省「小学校学習指導要領解説 算数編」東洋館出版社出版社,2008
  - ・文部科学省「中学校学習指導要領」東山書房,2008
  - ・永田潤一郎「全国学力・学習状況調査の結果にみる中学校数学科の指導上の課題 主として『知識』に関する問題点に焦点を当てて」『文教大学教育学部紀要』第47集,2013, pp.89-100
  - ・太田伸也「『日常的な事象の数学化』にかかわる活動とその評価についての一考察」『第2回 日本数学教育学会 春期研究大会論文集』,2014, pp.13-20
  - ・清水美憲「評価問題作成における数学的プロセスへの焦点化 ー全国学力・学習状況調査(中学校数学)の動向と課題ー」.『日本数学教育学会誌 数学教育』第94巻 第9号,2012, pp.30-33
  - ・清水宏幸「全国学力・学習状況調査の結果にみる中学校数学科の指導上の課題 ー記述式問題に焦点を当ててー」.『日本数学教育学会誌 数学教育』第94巻 第9号,2012, pp.38-41
  - ・清水宏幸「構想を立て実践し,評価・改善する力の育成 中学校数学科『記述式問題』における方法の説明に焦点を当てて」『第2回 日本数学教育学会 春期研究大会論文集』,2014, pp.21-26
  - ・平成19年度から平成26年度までに実施された全国学力・学習状況調査の調査問題及び調査結果とその分析については,以下の国立教育政策研究所のサイトに掲載されている各年度の調査に関する「報告書」を参考にした。  
[http://www.nier.go.jp/kaihatsu/zenkoku\\_gakuryoku.html](http://www.nier.go.jp/kaihatsu/zenkoku_gakuryoku.html) (参照:2014.9.27)



# 自由研究

