

# パターン系列（動画像，会話音声）の，dynamical systemによる 連想理論と，連想器SPATEMTRON

鈴木 昇一

## A Dynamical-System Theory for Predicting a Presently Inputted Pattern by Using a Past Sequence of Spatio-Temporal Patterns (Animated Images or Speeches in a Conversation), and Associator SPATEMTRON

Shoichi Suzuki

### あらまし

本論文では，パターンの時系列（動画像，会話音声）の認識システムを構築するために必要とされる基礎理論，連想器SPATEMTRONの構成技術が，SS理論に登場するモデル“モデル構成作用素 $T$ ，類似度関数 $SM$ ，大分類関数 $BSC$ ”を使って，提案される認識システムRECOGNITRON，連想器MEMOTRONの研究に関する両成果がこのSPATEMTRONの構成に取り入れられている。単純マルコフ性の仮定の下で，動画像，会話音声などで代表されるパターン系列の想起に関する力学系としてのSPATEMTRONが提案・研究される。予測機能を力学系として取り入れ，予測（連想）結果に基づいて，現在の時刻での入力パターンを修正して，認識することが，パターン系列の空間的変動に耐えることのできる理由である。

動画像のパターン認識の，予測機能を利用した先駆的研究では，Integrated CSM (Continuous State Machine)，つまりICSMが構成する技術が開発されているが [A1]，このICSMと異なり，次の (イ)，(ロ)，(ハ) が，ICSMが備えていない“SPATEMTRONの特色”である：

- (イ) SPATEMTRONは可分な一般抽象Hilbert空間  $\mathfrak{H}$  で動作可能であり，従って，多種多様なパターン系列を処理するという要求に耐えられる。
- (ロ) パターン系列の空間的変動に耐える想起が可能である。
- (ハ) 学習の仕方が，一括的でなく，逐次的であり（最急降下法を適用しての学習），パターン系列の追加に対し，容易に再学習が可能である。□

動画像，会話音声の処理に役立つように，付録Aのaxiom 1, 2, 3を各々満たさなければならないモデル構成作用素 $T$ ，類似度関数 $SM$ ，大分類関数 $BSC$ が設計されている。

予測機能を力学系として取り入れ，SS理論に登場する“モデル構成作用素 $T$ ，類似度関数 $SM$ ，大分類関数 $BSC$ ”を使って，提案されたことがこれまでの他の研究者による研究内容と根本的に相違

している。例えば、パターン時系列が変動しても、頑健な認識技術を提供することになることは、例えば、画素単位で単一の風景画像1枚を認識・理解するシステムRECOGNITRONを計算機シミュレーションして得られた成果 [B26], [B29], [B30] から理解できよう。また、SPATEMTRONに最急降下法を適用しての学習を取り入れていることが文献 [A1] でのICSMのバッチ学習を取り入れた予測機能の設定と異なっている。

### キーワード

動画像      会話音声      SS理論      モデル構成作用素      類似度関数  
 大分類関数      力学系      予測機能      連想器

### Abstract

A basic theory which is needed to construct a recognition system which can treat a sequence of spatio-temporal patterns (animated images and speeches in a conversation) with a predictor SPATEMTRON is presented here by the help of a model-construction operator  $T$ , a similarity-measure function  $SM$  and a rough classifier  $BSC$  which appear in  $SS$ -theory suggested by S.Suzuki. Two productions obtained from researches of recognition-system RECOGNITRON and associator MEMOTRON are taken in. As a consequence We can build up associator SPATEMTRON under a simple Markov property. SPATEMTRON is a dynamical system which can recall a pattern presently inputted from an external world using a past sequence of spatio-temporal patterns (for example animated images and speeches in a conversation). SPATEMTRON can correctly recognize the input pattern which is noisy and whose natural appearance is changed because an ability of prediction is represented by a dynamical system and the presently inputted pattern may be modified by its prediction or its association.

An integrated continuous state machine ICSM [A1] which can recognize animated images was technically constructed as a pioneer of systems using the prediction. The proposed system SPATEMTRON is different from ICSM in point of the following (イ), (ロ) and (ハ):

- (イ) SPATEMTRON operates on a separable abstract Hilbert space. Therefore SPATEMTRON is in a condition to treat with the sequences of various patterns.
- (ロ) SPATEMTRON is capable of recalling the pattern however deformed it may be.
- (ハ) The style of learning is not batch processing but sequential. The learning is based on so-called steepest descent. SPATEMTRON is able to relearn the connection weights for the prediction even if an additional sequence of patterns is inputted to SPATEMTRON.

□

We will construct model-construction operators  $T$ s, similarity-measure functions  $SM$ s, and rough classifiers  $BSC$ s which respectively satisfy axiom 1, 2, and 3 in appendix A to serve for processing animated images and speeches in a conversation.

SPATEMTRON is mainly characterized in the sense that a faculty of prediction is represented by a dynamical system and our research presented here is different from the other researches in using  $T$ ,  $SM$  and  $BSC$  proposed by S.Suzuki. For example guessing its performance from the result of a computer simulation [B26],

[B29], [B30] in which an image is pixelwisely recognized and understand by RECOGNITRON we may understand that our theory of a pattern-association can supply a robust pattern-processing technique as if a sequence of spatio-temporal patterns to be inputted varies. Moreover SPATEMTRON Differs from ICSM [A1] having a batch learning of prediction in that he adopts a new sequential learning method of steepest descent in order to secure an ability of associative prediction.

**Key Words:** Animated image    conversation-speech    SS-theory    model-construction operator  
similarity-measure function    rough classifier    dynamical system    faculty of prediction    associator

## 1. まえがき

動画像 (animated images), 会話音声 (speeches in a conversation) などはパターン系列 (a sequence of spatio-temporal patterns or time-varying patterns) と呼ばれ, マルチメディア社会の進展に伴い, これら両者を処理する技術を開発することが急務となっている。

本論文では, パターンの時系列 (動画像, 会話音声) の認識システムを構築するために必要とされる基礎理論, 連想器SPATEMTRONの構成技術がSS理論 [B3], [B4] に登場する “モデル構成作用素  $T$ , 類似度関数  $SM$ , 大分類関数  $BSC$ ” を使って, 提案される. 単一のパターンについての認識器を構成する基礎理論に関しては, 認識器RECOGNITRONの理論 [B11] ~ [B13], [B18], [B26], [B29], [B30] として既に構築されている。

連想形記憶器MEMOTRONの研究成果 [B2], [B10] を参考にして, SPATEMTRONの, 力学系としての性質が明らかにされる. SPATEMTRONに学習機能を付与する手法が最急降下法を適用して, 研究される。

動画像認識の, 予測機能を利用した先駆的研究では, Intrgrated CSM (Continuous State Machine) を構成する技術が開発されているが [A1], このICSMと異なり, 次の (イ), (ロ), (ハ) が, ICSMが備えていない “SPATEMTRONの特色” である:

- (イ) SPATEMTRONは一般抽象Hilbert空間  $\mathfrak{H}$  で動作可能であり, 従って, 多種多様なパターン系列を処理するという要求に耐えられる。
- (ロ) パターン系列の空間的変動に耐える想起が可能である。
- (ハ) 学習の仕方が, 一括的でなく, 逐次的であり (最急降下法を適用しての学習), パターン系列の追加に対し, 容易に再学習が可能である。 □

予測機能を力学系として取り入れ, 予測 (連想) 結果に基づいて, 現在の時刻での入力パターンを修正して, 認識することが, パターン系列の空間的変動に耐えることのできる理由である. 更に, SS理論に登場する “モデル構成作用素  $T$ , 類似度関数  $SM$ , 大分類関数  $BSC$ ” を使って, 提案されたことがこれまでの他の研究者による研究内容と根本的に相違している. 例えば, パターン時系列が変動しても, 頑健な認識技術を提供することになることは, 例えば, 画素単位で単一の風景画像1枚を認識・理解するシステムに関し, 計算機シミュレーションして得られた成果 [B26], [B29], [B30] から理解できよう. また, 最急降下法を適用しての学習を取り入れていることが文献 [A1] でのバッチ学習を取り入れた予測機能の設定と異なっている。

また, RECOGNITRONの性能については, 風景画像を理解させる計算機シミュレーションで或る程度良好な結果が得られている. また, MEMOTRONについては, 日本語単独母音系列の一部が与え

られた場合、その全体を予測する機能がある事実が計算機シミュレーションで確かめられている。この両システムRECOGNITRON, MEMOTRONの研究成果がSPATEMTRONの構成に取り入れられている。また、不動点を想起するニューラルネットについて、不動点をもたさなければならない出力の方程式を特徴抽出写像を用いて書き直し、抽出される特徴量に関する不動点方程式を直接、解いて重み行列、閾値ベクトルを求める研究 [B33] もある。

尚、付録Aでは、SS理論の4公理系axiom 1~4が説明されている。

付録Bでは、連想器SPATEMTRONの予測機能を利用し、単一のパターン $\varphi \in \Phi$ についての想起形認識器RECOGNITRONの認識性能を改良する方法(SPATEMTRONとRECOGNITRONの統合法)が研究されている。また、付録Cでは、axiom 2, 3を各々、満たす類似度関数SM, 大分類関数BSCを設計するために、文献[A2]の3層ニューラルネットを一般化する。最後に、付録Dでは、正規直交式(D1.1)を満たす式(D1.2)の写像 $q_i(T \cdot)$ 、零・非零式(D1.46)を満たす式(D1.47)の写像 $r_j(T \cdot)$ を応用する手法が研究される。

## 2. RECOGNITRONの、力学系としての想起形認識の働き

正準座標と正準運動量とからなる多次元の空間は相空間と呼ばれ、或るシステムに対する相空間と、そのシステムの時間的な変化を記述する微分方程式との対は、力学系(dynamical system)と呼ばれる[A3]。転じて、時刻の経過と共に入力、記憶(状態)、出力が動的に変化するシステムを力学系ということにする。S.Suzukiの提案した万能性認識システムRECOGNITRON [B3], [B4]は、パターンとその帰属するカテゴリの番号リストとの対(カテゴリ帰属知識)を処理するが、その内の前者のパターンのみを考慮したRECOGNITRONの動作を、力学系の挙動として、説明してみよう。

パターンの系列ではなく単一パターンについての、RECOGNITRONによるパターン想起過程を、力学系へ変換してみよう。想起過程からの最終出力は、問題となっている入力パターン $\varphi \in \Phi$ の意味を表すパターンのモデル(あるカテゴリの代表パターンのモデル)である。

処理の対象とする問題のパターン $\varphi$ は付録Aの式(A1.14)で表されるとしよう。

処理の対象とする問題の入力パターン $\varphi \in \Phi$ について、

$$\varphi_0 = T\varphi \quad (\text{パターン } T\varphi \text{ のモデル}) \in \Phi \quad (2.1)$$

$$\varphi_t = TA(\mu_{t-1})T\varphi_{t-1} \in \Phi, \quad t = 1, 2, 3, \dots \quad (2.2)$$

で表されるパターン想起の過程

$$\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{t-1}, \varphi_t, \varphi_{t+1}, \dots \quad (2.3)$$

は、付録Aのaxiom 1の(iii)の後半

$$T \cdot T = T$$

(モデル $T\varphi$ のモデル $T(T\varphi)$ は、原モデル $T\varphi$ であるというモデル化“ $\varphi \rightarrow T\varphi$ ”の完結性)

$$(2.4)$$

が成立していることを考慮すると、力学系

$$\varphi_t = T((1 - \varepsilon_{t-1}) \cdot A(\mu_{t-1})T\varphi_{t-1} + \varepsilon_{t-1} \cdot T\varphi), \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (2.5)$$

で記述される。候補カテゴリの番号を要素とするカテゴリ番号リスト $\mu \in 2^J$ (すべてのカテゴリの番号の集合 $J$ の、すべての部分集合の集まり)を助変数とする登場している作用素

$$A(\mu): \Phi \rightarrow \Phi \quad (2.6)$$

は、構造受精作用素といわれるものであり、axiom 2の、式(A3.5)の類似度関数SMのT-不変性(iii),

並びに, axiom 3の, 式 (A4.1) の大分類関数BSCのT-不変性 (ii) に注意して,

$$A(\mu)\varphi = \begin{cases} SM(\varphi, \omega_j) \cdot BSC(\varphi, \omega_j) \cdot T\varphi_j & \text{if } \sum_{k \in \mu} BSC(\varphi, k) > 0 \\ SM(\varphi, \omega_j) \cdot T\varphi_j & \text{if } \sum_{k \in \mu} BSC(\varphi, k) = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

と, 2式 (A3.5), (A4.1) の類似度関数SM, 大分類関数BSCを使って定義されている. 制御パラメータ  $\epsilon_{-1} = 1$  の系列は,

$$\begin{aligned} \epsilon_{-1} &= 1 \\ \epsilon_t &= 0 \quad \text{if } t = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (2.8)$$

と設定される. 式 (2.3) の想起過程の行き先は, 大抵の場合

$$\exists j \in J, \lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_t = T\omega_j \quad (2.9)$$

であり, この場合, 第  $j \in J$  番目のカテゴリ  $\mathfrak{C}_j$  の代表パターン  $\omega_j$  のモデル  $T\omega_j$  が想起されている.

単一パターン  $\varphi \in \Phi$  についての想起過程がこのように, 力学系へ変換されることに注意し, MEMOTROM [B10] の動作に関する研究成果から, 刺激, hintを得, 単純マルコフ性の仮定の下で, 動画像, 会話音声などで代表されるパターン系列の想起に関する力学系としてのSPATEMTRONが提案・研究される.

### 3. パターン系列の1過去のパターンから, 現在の時刻に入力されるであろうパターンを予測し, 現在の時刻のパターンを認識する力学系としてのSPATEMTRON

本章では, パターン系列の1過去のパターンから, 現在の時刻に入力されるであろうパターンを予測し, この予測 (連想) されたパターンを重みをかけて得られるパターンを現在の時刻のパターンに加え, このパターンの和を認識する力学系としてのSPATEMTRONが提案される.

まず, 入力パターンを予測し, パターン連想機能を実現する力学系を差分方程式で記述し (3.1節), その後, この力学系 (認識力学系としてのSPATEMTRON) を稼動する方法が説明され (3.2節), 最後に, SPATEMTRON内の連想機能を達成するため, 重み  $a(j, \ell; k)$  を最急降下法に基づいて, 学習する手法が研究される (3.3節).

#### 3.1 入力パターンを予測し, パターン連想機能を実現する認識力学系

まず, パターン系列

$$\eta_{(1)}, \eta_{(2)}, \eta_{(3)}, \dots, \eta_{(t)}, \dots \quad (3.1)$$

が入力されるとしよう. パターン系列の予測器 (predictor), 連想器 (associator) としてのSPATEMTRONを差分方程式で記述するため, 次の  $B, BT\eta_{(t+1)}, A, AT\{\varphi_{(t)}, \eta_{(t+1)}\}$  を用意する:

$$B: \text{知覚写像 (観測空間から内部状態空間への写像)}. \quad (3.2)$$

$$BT\eta_{(t+1)}: \text{現在の時刻 } t+1 \text{ での外部入力 } \eta_{(t+1)} \text{ に追従させようとする力を表すボトムアップ情報であり, } \eta_{(t+1)} \text{ の知覚的情報処理結果}. \quad (3.3)$$

$$A: \text{予測写像 (次の時刻の内部状態を予測する写像), 或いは, 想起写像}. \quad (3.4)$$

$$AT\{\varphi_{(t)}, \eta_{(t+1)}\}: \text{単純マルコフ性の仮定の下で, トップダウン的に内部状態を遷移させようとする力であり, 前時刻 } t \text{ での内部状態 } \varphi_{(t)} \text{ から現在の時刻 } t+1 \text{ での外部入力}$$

$\eta_{(t+1)}$  の帰属するカテゴリを表すパターンを予測した結果, (3.5)

□

その差分方程式は, 内部状態  $\varphi_{(t)}$  と外部入力  $\eta_{(t+1)}$  との対  $\{\varphi_{(t)}, \eta_{(t+1)}\}$  に関する方程式 (力学系; dynamical system) であり,

$$\varphi_{(t+1)} = T((1 - \epsilon_{(t+1)}) \cdot AT\{\varphi_{(t)}, \eta_{(t+1)}\} + \epsilon_{(t+1)} \cdot BT\eta_{(t+1)}) \quad (3.6)$$

が採用した差分方程式である. 現在の時刻  $t+1$  の内部状態  $\varphi_{(t+1)}$  は1つだけ過去の時刻  $t$  の内部状態  $\varphi_{(t)}$  と現在の時刻  $t+1$  の入力  $\eta_{(t+1)}$  とから求まっていることに注意しておく. 助変数  $\epsilon_{(t+1)}$  は, 不等式

$$0 \leq \epsilon_{(t+1)} \leq 1, t = 0, 1, 2, \dots \quad (3.7)$$

を満たし, 予測  $AT\{\varphi_{(t)}, \eta_{(t+1)}\}$  と外部入力の知覚情報処理結果  $BT\eta_{(t+1)}$  とのバランスを決定するパラメータである.

力学方程式 (3.6) が採用された理由は次のように説明される:

パターン系列の1過去のパターン  $\varphi_{(t)}$  から, 現在の時刻に入力されるであろうパターン  $\eta_{(t+1)}$  を予測し, この予測 (連想) されたパターン  $AT\{\varphi_{(t)}, \eta_{(t+1)}\}$  を重み  $(1 - \epsilon_{(t+1)})$  をかけて得られるパターン  $(1 - \epsilon_{(t+1)}) \cdot AT\{\varphi_{(t)}, \eta_{(t+1)}\}$  を, 現在の時刻の入力されたパターン  $\eta_{(t+1)}$  のモデル  $T\eta_{(t+1)}$  の知覚的情報処理結果  $BT\eta_{(t+1)}$  の  $\epsilon_{(t+1)}$  倍  $\epsilon_{(t+1)} \cdot BT\eta_{(t+1)}$  に加え, このパターンの和のモデル  $\varphi_{(t+1)} = T((1 - \epsilon_{(t+1)}) \cdot AT\{\varphi_{(t)}, \eta_{(t+1)}\} + \epsilon_{(t+1)} \cdot BT\eta_{(t+1)})$  を認識する力学系としてのSPATEMTRONが提案されたのは, 入力されたパターン  $\eta_{(t+1)}$  が変形している場合, 連想されたパターン  $AT\{\varphi_{(t)}, \eta_{(t+1)}\}$  でこの変形を是正するためである. □

認識力学系としての, SPATEMTRONの挙動方程式 (稼動方程式) (3.6) 内の  $AT\{\varphi_{(t)}, \eta_{(t+1)}\}$  の2つの写像  $A, T$  について更に, 説明しよう.

1次独立な系  $\{\psi_{\ell'}\}_{\ell \in L}$  と, 特徴抽出写像

$$u' : \Phi \times L \rightarrow R \quad (\text{実数全体の集合}) \quad (3.8)$$

とを導入する.  $u'(\varphi, \ell) \in R$  は, パターン  $\varphi \in \Phi$  から抽出された第  $\ell \in L$  番目の特徴量である. そうすると, 式 (A1.14) のパターン集合  $\Phi$  と,

$$T'\varphi = \sum_{\ell \in L} u'(\varphi, \ell) \cdot \psi_{\ell'} \quad (3.9)$$

と定義された式 (A1.8) の写像  $T$  との対  $[\Phi, T]$  は, 付録Aの定理A2.1に示されているように, axiom 1を満たす. このとき, 予測結果  $AT\{\varphi_{(t)}, \eta_{(t+1)}\}$  は,

$$AT\{\varphi_{(t)}, \eta_{(t+1)}\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j \in J} SM(T\eta_{(t+1)}, \omega_j) \cdot BSC(T\eta_{(t+1)}, j) \cdot \sum_{\ell \in L} v(j; T\varphi_{(t)}, \ell) \cdot \psi_{\ell'} \\ \quad \text{if } \sum_{j \in J} BSC(T\eta_{(t+1)}, j) > 0 \\ \sum_{j \in J} SM(T\eta_{(t+1)}, \omega_j) \cdot \sum_{\ell \in L} v(j; T\varphi_{(t)}, \ell) \cdot \psi_{\ell'} \\ \quad \text{if } \sum_{j \in J} BSC(T\eta_{(t+1)}, j) > 0 \end{array} \right. \quad (3.10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j \in J} SM(T\eta_{(t+1)}, \omega_j) \cdot \sum_{\ell \in L} v(j; T\varphi_{(t)}, \ell) \cdot \psi_{\ell'} \\ \quad \text{if } \sum_{j \in J} BSC(T\eta_{(t+1)}, j) > 0 \end{array} \right. \quad (3.11)$$

と定義される.

2式 (3.10), (3.11) に登場している3量  $\sum_{\ell \in L} v(j; T\varphi_{(t)}, \ell) \cdot \psi_{\ell'}$ ,  $SM(T\eta_{(t+1)}, \omega_j) \cdot BSC(T\eta_{(t+1)}, j)$  について説明しよう.

$\sum_{\ell \in L} v(j; T\varphi_{(t)}, \ell) \cdot \psi_{\ell'}$ : 第  $j \in J$  番目のカテゴリ  $\mathfrak{C}_j$  に帰属するパターン (のモデル) を,  $\varphi_{(t)}$  から予測した結果 (3.12)

$SM(T\eta_{(t+1)}, \omega_j) \cdot BSC(T\eta_{(t+1)}, j)$  : 時刻  $t+1$  の確信度であり, 外部入力  $\eta_{(t+1)}$  が第  $j \in J$  番目のカテゴリ  $\mathfrak{C}_j$  の代表パターン  $\omega_j$  に似ている程度(但し,  $\eta_{(t+1)}$  が  $\mathfrak{C}_j$  に帰属していない場合は 0 としている)で代用している. (3.13)

$SM(T\eta_{(t+1)}, \omega_j)$  は, axiom 2 を満たす式 (A3.5) の類似度関数 SM を用いて,  $\eta_{(t+1)}$  のモデル  $T\eta_{(t+1)}$  が第  $j \in J$  番目のカテゴリ  $\mathfrak{C}_j$  の代表パターン  $\omega_j$  と似ている程度を計量したものである. また,  $BSC(T\eta_{(t+1)}, j)$  は, axiom 3 を満たす式 (A4.1) の大分類関数 BSC を用いて,  $T\eta_{(t+1)}$  が帰属するかも知れない候補カテゴリの 1 つが第  $j \in J$  番目のカテゴリ  $\mathfrak{C}_j$  であるかどうかを 1, 0 で表現したものである.

### 3.2 稼動 (recalling phase)

本節では, SPATEMTRON を稼動させることを想定し, SPATEMTRON からの出力  $\Psi_{(t+1)}$  を定義し, 式 (3.2) の知覚写像  $B$  を設定することを考えよう.

#### 3.2.1 稼動出力 $\Psi_{(t+1)}$ の定義

式 (3.1) の入力パターン系列の部分系列

$$\eta_{(1)}, \eta_{(2)}, \eta_{(3)}, \dots, \eta_{(t)}, \eta_{(t+1)} \quad (3.14)$$

が入力されると, SPATEMTRON の稼動差分方程式 (3.6) から, 内部状態  $\varphi_{(t+1)}$  が得られる. SPATEMTRON からの稼動出力は,

$$\Psi_{(t+1)} = T(AT\{\varphi_{(t)}, \eta_{(t+1)}\}) \quad (3.15)$$

と定義される. 明らかに,

$$\Psi_{(t+1)} = \varphi_{(t+1)} \quad \text{if} \quad \epsilon_{(t+1)} = 0 \quad (3.16)$$

が成立している. 稼動差分方程式 (3.6) において,

$$\epsilon_{(t+1)} = 2^{-1}, t = 0, 1, 2, \dots \quad (3.17)$$

$$\varphi_{(t)}|_{t=0} = 0 \quad (3.18)$$

として, 稼動させるのがよい.

尚, 予測結果が正当に機能している各時刻  $t$  については,  $\epsilon_{(t+1)}$  を小さく, 正当に機能していない各時刻  $t$  については,  $\epsilon_{(t+1)}$  を大きくする必要がある. 特に, 学習が不十分か, 或いは過度になされ, 予測結果が全く信頼できない場合は,  $\epsilon_{(t+1)} = 1$  (最大値) にする必要がある. この選択法は, 次の (イ), (ロ) から明らかであろう:

(イ)  $\epsilon_{(t+1)} = 0$  の場合

$$\varphi_{(t+1)} = T(AT\{\varphi_{(t)}, \eta_{(t+1)}\}). \quad (3.19)$$

(ロ)  $\epsilon_{(t+1)} = 1$  の場合

$$\varphi_{(t+1)} = T(BT\eta_{(t+1)}). \quad (3.20)$$

□

#### 3.2.2 式 (3.2) の知覚写像 $B$ の設定

式 (3.2) の, 観測空間から内部状態空間への写像 (知覚写像)  $B$  を選択する手法を 4 つ説明する.

[選択 1] (恒等作用素  $I$ ; 観測された結果をそのまま, 取り入れる場合)

会話音声の場合, 動画像の場合のいずれについても, 式 (3.2) の知覚作用素  $B$  を,

$$B = I \quad (\text{恒等作用素}) \quad (3.21)$$

と設定する.

[選択 2] (構造受精作用素  $A(J)$ ; 入力パターンの帰属する候補カテゴリの代表パターンのモデル

を複数個, mixtureとして知覚する場合)

会話音声の場合, 動画の場合のいずれについても, 式 (3.2) の知覚作用素  $B$  を,

$$B = A(J) \tag{3.22}$$

と設定する. ここに, 登場している写像

$$BT\eta_{(t+1)} = A(J)T\eta_{(t+1)} \tag{3.23}$$

は

$$A(\mu)\varphi = \begin{cases} SM(\varphi, \omega_j) \cdot BSC(\varphi, j) \cdot T\omega_j & \text{if } \sum_{k \in J} BSC(\varphi, k) > 0 \\ SM(\varphi, \omega_j) \cdot T\omega_j & \text{if } \sum_{k \in J} BSC(\varphi, k) = 0 \end{cases}$$

$$, \mu \in 2^J, \varphi \in \Phi \tag{3.24}$$

と定義される “SS理論での, 式 (2.7) の構造受精作用素 [B3], [B4]  $A(\mu)$  による変換像  $A(\mu)\varphi$ ” において,

$$\mu = J, \varphi = T\eta_{(t+1)} \tag{3.25}$$

とおいたものである. 表現  $BT\eta_{(t+1)} = A(J)T\eta_{(t+1)}$  において axiom 2 の (iii) の T-不変性と, axiom 3 の (ii) の T-不変性に注意しておく.

[選択3] (座標原点への移動作用素  $S$ ; 座標原点に入力パターンの重心を移し, 位置ずれに不変なパターンモデル  $S\varphi$  を知覚する場合)

[3-1] 会話音声の場合

$\varphi = \varphi(x)$  は実数値パターンとして, その重心

$$t(\varphi) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dx \cdot x \cdot \varphi(x)}{\int_{-\infty}^{+\infty} dx \varphi(x)} \tag{3.26}$$

を求める. その後, 座標原点(0)に重心を移したパターン

$$(S'\varphi)(x) = \varphi(x+t(\varphi)) \tag{3.27}$$

を決定する. 座標原点(0)に重心を移し, 位置ずれに不変なパターンモデルを作る (axiom 1の (i), (ii), (iii) の3後半, 並びに, (iv) を満たす) モデル構成作用素  $S$  を,

$$(S\varphi)(x) = \begin{cases} \|S'\varphi\|^{-1} \cdot (S'\varphi)(x) & \text{if } \|\varphi\| > 0 \\ 0 & \text{if } \|\varphi\| = 0 \end{cases}$$

on Hibert空間  $\mathfrak{H} = L_2(R^1; dx)$  (3.28)

と求める. この  $S$  を式 (3.2) の知覚作用素  $B$  として

$$B = S \tag{3.29}$$

と設定する.

[3-2] 動画像の場合

$\varphi = \varphi(x_1, x_2)$  は実数値パターンとして, 軸  $x_j$  についての重心

$$t_j(\varphi) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 dx_2 x_j \cdot \varphi(x_1, x_2)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 dx_2 \varphi(x_1, x_2)}, j = 1, 2 \tag{3.30}$$

を求める. その後, 座標原点(0, 0)に重心を移したパターン

$$(S'\varphi)(x_1, x_2) = \varphi(x_1+t_1(\varphi), x_2+t_2(\varphi)) \tag{3.31}$$

を決定する。座標原点 $(0, 0)$ に重心を移し、位置ずれに不変なパターンモデルを作る(axiom 1の(i), (ii), (iii)の3後半, 並びに, (iv)を満たす)モデル構成作用素 $S$ を,

$$(S\varphi)(x_1, x_2) = \begin{cases} \|S'\varphi\|^{-1} \cdot (S'\varphi)(x_1, x_2) & \text{if } \|\varphi\| > 0 \\ 0 & \text{if } \|\varphi\| = 0 \end{cases}$$

on Hilbert空間  $\mathfrak{H} = L_2(R^2; dx_1 dx_2)$  (3.32)

と求める。この $S$ を式(3.2)の知覚作用素 $B$ として、式(3.29)のごとく設定する。

[選択4] (恒等作用素 $I$ からラプラシアン $[d^2/dx^2]$ ,  $[\partial^2/\partial x_1^2 + \partial^2/\partial x_2^2]$ を差し引いたもの $[I - d^2/dx^2]$ ,  $[I - \partial^2/\partial x_1^2 + \partial^2/\partial x_2^2]$ ; 入力パターンの高周波成分を強調したものを知覚する場合, 或いは, 入力パターンが凸から凹へ, または, 凹から凸へ変化するところ, つまり, 零交差(zero-crossing)部分を知覚する場合)

[4-1] 会話音声の場合

よく知られているように, 方程式

$$d^2\varphi(x)/dx^2 = 0 \quad (3.33)$$

を満たす座標 $x$ は, パターン $\varphi = \varphi(x)$ が凸から凹へ, または, 凹から凸へ変化する座標値(零交差する座標値)である。例えば, 方程式

$$-d^2 \cos x/dx^2 (= \cos x) = 0 \quad (3.34)$$

を満たす座標 $x$ は,  $x = \pi/2, 3\pi/2$ である。グラフを描いてみると直ちに判明するように,  $x = \pi/2, 3\pi/2$ は, パターン $\varphi = \cos x$ が凸から凹へ, または, 凹から凸へ変化する座標値(零交差する座標値)である。

この解釈の下で, 式(3.2)の知覚作用素 $B$ を,

$$B = [1 - d^2/dx^2] \quad \text{on Hilbert空間} \quad \mathfrak{H} = L_2(R^1; dx) \quad (3.35)$$

, ここに,  $I$ は恒等作用素

と設定する。

尚,  $-d^2\varphi(x)/dx^2$ はパターン $\varphi = \varphi(x)$ の角周波数 $\lambda$ の成分

$$F(\varphi; \lambda) = (2\pi)^{1-1/2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dx \varphi(x) \cdot \exp(-\sqrt{-1}\lambda x) \quad (3.36)$$

を $\lambda^2$ 倍強調(高周波成分ほど強調していることに注意)したものであることは, フーリエ変換の性質から導ける等式

$$-d^2\varphi(x)/dx^2 = (2\pi)^{-1/2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda \exp(-\sqrt{-1}\lambda x) F(\varphi, \lambda) \cdot \lambda^2 \quad (3.37)$$

から理解できる。

[4-2] 動画像の場合

よく知られているように, 方程式

$$[\partial^2/\partial x_1^2 + \partial^2/\partial x_2^2]\varphi(x_1, x_2) = 0 \quad (3.38)$$

を満たす座標 $x = (x_1, x_2)$ は, パターン $\varphi = \varphi(x_1, x_2)$ が凸から凹へ, または, 凹から凸へ変化する座標値(零交差する座標値)である。この解釈の下で, 式(3.2)の知覚作用素 $B$ を,

$$B = [1 - \partial^2/\partial x_1^2 - \partial^2/\partial x_2^2] \quad \text{on Hilbert空間} \quad \mathfrak{H} = L_2(R^2; dx_1 dx_2) \quad (3.39)$$

と設定する。

尚、 $-\left[\partial^2/\partial x_1^2 + \partial^2/\partial x_2^2\right]\varphi(x_1, x_2)$  はパターン  $\varphi = \varphi(x_1, x_2)$  の角周波数  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$  の成分

$$F(\varphi; \lambda_1, \lambda_2) = (2\pi)^{-1/2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda_1 \exp(-\sqrt{-1}\lambda_1 x_1) \cdot (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_2 \varphi(x_1, x_2) \cdot \exp(-\sqrt{-1}\lambda_2 x_2) \quad (3.40)$$

を  $(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)$  倍強調したものであることは、等式

$$\begin{aligned} & -\left[\partial^2/\partial x_1^2 + \partial^2/\partial x_2^2\right]\varphi(x_1, x_2) \\ & = (2\pi)^{-1/2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda_1 \exp(\sqrt{-1}\lambda_1 x_1) \cdot (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda_2 \varphi \exp(\sqrt{-1}\lambda_2 x_2) F(\varphi; \lambda_2, \lambda_2) \cdot (\lambda_1^2 + \lambda_2^2) \end{aligned} \quad (3.41)$$

から理解できる。

[選択5] (4種類の幾何学的形状“水平線”, “右下がり直線+水平線”, “山型”, “水平線+右上がり直線”)を知覚する場合

1次独立な系  $\{\psi_\ell\}_{\ell \in L}$  を用い、

$$\|\varphi - \sum_{\ell \in L} a_\ell \cdot \psi_\ell\|^2 \rightarrow \min \quad (3.42)$$

ならしめる各1次結合係数  $a_\ell(\varphi) \equiv a_\ell$  は、連立1次方程式

$$\sum_{q \in L} (\psi_q, \psi_\ell) \cdot a_q = (\varphi, \psi_\ell), \ell \in L \quad (3.43)$$

の解として与えられる。このとき、 $\varphi \in \mathfrak{H}$  の表現

$$\exists \varphi_\perp \in \mathfrak{H}, \varphi = \sum_{k \in L} a_k(\varphi) \cdot \psi_k + \varphi_\perp \quad (3.44)$$

$$\wedge [\forall \ell \in L, (\varphi_\perp, \psi_\ell) = 0] \quad (3.45)$$

が成り立つ。

$$a_\ell(\varphi) / \sup_{k \in L} |a_k(\varphi)| = 0 \text{ if } \sup_{k \in L} |a_k(\varphi)| \neq 0 \quad (3.46)$$

と約束して、式(3.2)の知覚作用素  $B$  を、

$$B\varphi = \sum_{\ell \in L} [a_\ell(\varphi) / \sup_{k \in L} |a_k(\varphi)|] \cdot \psi_\ell \quad (3.47)$$

と定義する。このように定義された写像  $B$  は axiom 1の (i), (ii), (iii) の3後半、並びに、(iv) を満たす。

[5-1] 会話音声の場合

ヒルベルト空間  $\mathfrak{H}$  を

$$L_2(\{x | a' \leq x < b'\}; dx) \quad (3.48)$$

と選ぶ。会話音声信号を、 $\varphi = \varphi(x) \in \mathfrak{H}$ ,  $a' < x < b'$  とする。内積

$$(\varphi, \eta) = \int_{a'}^{b'} dx \varphi(x) \cdot \overline{\eta(x)} \quad (3.49)$$

の定義の下で、ノルム  $\|\varphi\| = \sqrt{(\varphi, \varphi)}$  が定義される。 $\bar{\eta}$  は  $\eta$  の複素共役である。

区間  $[a', b'] \equiv \{x | a' \leq x < b'\}$  を  $n (\geq 1)$  等分すれば、その各等分点の座標  $a'(k)$  は、

$$a'(k) = a' + \frac{(b' - a')}{n} \cdot k, k = 0, 1, 2, \dots, n (n \geq 1) \quad (3.50)$$

である。そうすると、内積  $(\varphi, \eta)$  は、

$$(\varphi, n) = \sum_{k=0}^{n-1} \int_{a'(k)}^{a'(k+1)} dx \varphi(x) \cdot \overline{\eta(x)} \quad (3.51)$$

と表される. 4 関数

$$\textcircled{1} \phi_0(y) = \begin{cases} 0 \cdots y < 0 \text{ のとき} \\ 1 \cdots 1 \leq y < 2 \text{ のとき} \\ 0 \cdots 2 \leq y \text{ のとき} \end{cases} \quad (3.52)$$

$$\textcircled{2} \phi_1(y) = \begin{cases} 0 \cdots y < 0 \text{ のとき} \\ 1-y \cdots 0 \leq y < 1 \text{ のとき} \\ 0 \cdots 1 \leq y \text{ のとき} \end{cases} \quad (3.53)$$

$$\textcircled{3} \phi_2(y) = \begin{cases} 0 \cdots y < 0 \text{ のとき} \\ y \cdots 0 \leq y < 1 \text{ のとき} \\ 2-y \cdots 1 \leq y < 2 \text{ のとき} \\ 0 \cdots 2 \leq y \end{cases} \quad (3.54)$$

$$\textcircled{4} \phi_3(y) = \begin{cases} 0 \cdots y < 1 \text{ のとき} \\ y-1 \cdots 1 \leq y < 2 \text{ のとき} \\ 0 \cdots 2 \leq y \text{ のとき} \end{cases} \quad (3.55)$$

を用意し (②, ③, ④)については文献 [A5] の6.3節のk-1次のB-スプラインを用いた双スプラインを参照), 会話音声 $\varphi$ の中に,

水平線の形状の $\phi_0(y) = \text{———}$

右下がり直線+水平線の形状 $\phi_1(y) = \text{———}$

山型の形状 $\phi_2(y) = \text{———}$

水平線+右上がり直線の形状 $\phi_3(y) = \text{———}$  (3.56)

を知覚することを考えよう. 系 $\{\phi_q\}_{q=0,1,2,3}$ は1次独立な系である.  $0 \leq y < 2$ と $a'(k) \leq x < a'(k+1)$ との間の1対1対応を与える無限回微分可能な関数 $y = f_k(x)$ は

$$y = f_k(x) = \frac{2 \cdot [x - a'(k)]}{a'(k+1) - a'(k)} = \frac{2n [x - a'(k)]}{b' - a'} \quad (3.57)$$

である.

$$\phi_{(k,q)}(x) \equiv \phi_q(f_k(x)), \quad a' \leq x < b' \quad (3.58)$$

$$L = \{(k, q) | k = 0, 1, 2, \dots, n-1, q = 0, 1, 2, \dots, m-1\} \quad (3.59)$$

を導入して, 連立1次方程式(3.43)の解 $a_{(k,q)}(\varphi) \equiv a_\ell(\varphi)$ を使って, 正整数 $n$ を十分大きく選んで, 式(3.2)の知覚作用素 $B$ は, 式(3.4)の知覚作用素 $B$ の具体形として,

$$(B\varphi)(x) = \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{q=0}^3 [a_{(k,q)}(\varphi) / \sup_{(k,q) \in L} |a_{(k,q)}(\varphi)|] \cdot \psi_{(k,q)}(x), \quad a' \leq x < b' \quad (3.60)$$

と表される。各区間  $[a'(k), a'(k+1)] \equiv \{x | a'(k) \leq x < a'(k+1)\}$  において、 $(B\varphi)(x)$  内の1次結合係数  $a_{(k,q)}(\varphi)$  は、パターン  $\varphi \in \Phi$  と形状素  $\psi_q$  との相関の程度を表している。

連立1次方程式 (3.43) の解  $a_{(k,q)}(\varphi)$  を求めるために、事前に

$$(\varphi_{(k,q)}, \psi_{(\ell,r)}), \quad k, \ell = 0, 1, 2, \dots, n-1, \quad q, r = 0, 1, 2, \dots, m-1 \quad (3.61)$$

を求めておくとよい。まず、

$$(\varphi_{(k,q)}, \psi_{(\ell,r)}) = 0 \quad \text{if} \quad k \neq \ell \quad (3.62)$$

に注意する。そして、

$$\begin{aligned} & (\psi_{(k,q)}, \psi_{(\ell,r)}) \\ &= \frac{[a'(k+1) - a'(k)]}{2} \cdot (\psi_q, \psi_r)_{[0,1)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n-1, \quad q, r = 0, 1, 2, \dots, m-1 \end{aligned}$$

ここに、

$$(\psi_q, \psi_r)_{[0,1)} \equiv \int_0^1 dx \psi_q(x) \cdot \psi_r(x) \quad (3.63)$$

であるから、

$$(\psi_q, \psi_r)_{[0,1)} = 0, \quad 1, 2, 3 \quad (3.64)$$

を求めておけばよい。

$$\begin{aligned} (\psi_0, \psi_0)_{[0,1)} &= 2, \quad (\psi_0, \psi_1)_{[0,1)} = 2^{-1}, \quad (\psi_0, \psi_2)_{[0,1)} = 1, \quad (\psi_0, \psi_3)_{[0,1)} = 2^{-1} \\ (\psi_1, \psi_1)_{[0,1)} &= 3^{-1}, \quad (\psi_1, \psi_2)_{[0,1)} = 6^{-1}, \quad (\psi_1, \psi_3)_{[0,1)} = 0 \\ (\psi_2, \psi_2)_{[0,1)} &= 4/3, \quad (\psi_2, \psi_3)_{[0,1)} = 6^{-1} \\ (\psi_3, \psi_3)_{[0,1)} &= 3^{-1} \end{aligned} \quad (3.65)$$

と計算される。

[5-2] 動画像の場合

動画像関数  $\varphi = \varphi(x_1, x_2)$ ,  $a' < x_1 < b'$ ,  $a'' < x_2 < b''$  とする。

ヒルベルト空間  $\mathfrak{H}$  を

$$L_2(\{(x_1, x_2) | a' \leq x_1 < b', a'' \leq x_2 < b''\}; dx_1 dx_2) \quad (3.66)$$

と選ぶ。動画画像関数を、 $\varphi = \varphi(x_1, x_2)$ ,  $a' < x_1 < b'$ ,  $a'' < x_2 < b''$  とする。

内積

$$(\varphi, \eta) = \int_{a'}^{b'} dx_1 \int_{a''}^{b''} dx_2 \varphi(x_1, x_2) \cdot \overline{\eta(x_1, x_2)} \quad (3.67)$$

の定義の下で、ノルム  $\|\varphi\| = \sqrt{(\varphi, \varphi)}$  が定義される。 $\bar{\eta}$  は  $\eta$  の複素共役である。

区間  $[a', b'] \otimes [a'', b''] \equiv \{(x_1, x_2) | a' \leq x_1 < b', a'' \leq x_2 < b''\}$  を各々、 $n_1, n_2 (\leq 1)$  等分すれば、その各等分点の座標  $a'(k_1)$ ,  $a''(k_2)$  は、

$$a'(k_1) = a' + \frac{(b' - a')}{n_1} \cdot k_1, \quad k_1 = 0, 1, 2, \dots, n_1 (n_1 \geq 1) \quad (3.68)$$

$$a''(k_2) = a'' + \frac{(b'' - a'')}{n_2} \cdot k_2, \quad k_2 = 0, 1, 2, \dots, n_2 (n_2 \geq 1) \quad (3.69)$$

である。そうすると、内積  $(\varphi, \eta)$  は、

$$(\varphi, \eta) = \sum_{k_1=0}^{n_1-1} \sum_{k_2=0}^{n_2-1} \int_{a'(k_1)}^{a'(k_1+1)} \int_{a''(k_2)}^{a''(k_2+1)} dx_1 dx_2 \varphi(x_1, x_2) \cdot \bar{\eta}(x_1, x_2) \quad (3.70)$$

と表される。5-1の4関数からなる1次独立な系 $\{\psi_q\}_{q=0,1,2,3}$ を用意する。

$$\begin{aligned} \psi_{(k_1, q_2)(k_2, q_2)}(x_1, x_2) &\equiv \psi_{q_1}(f_{k_1}(x_1)) \cdot \psi_{q_2}(f_{k_2}(x_2)) \\ k_1 &= 0, 1, 2, \dots, n_1-1, k_2 = 0, 1, 2, \dots, n_2-1, a' \leq x_1 < b', a'' \leq x_2 < b'' \\ q_1 &= 0, 1, 2, \dots, m_1-1, q_2 = 0, 1, 2, \dots, m_2-1 \\ L &= \{(k_1, q_1)(k_2, x_2)\} \\ |k_1 &= 0, 1, 2, \dots, n_1-1, k_2 = 0, 1, 2, \dots, n_2-1, q_1 = 0, 1, 2, \dots, m_1-1, q_2 = 0, 1, 2, \dots, m_2-1 \end{aligned} \quad (3.71)$$

を導入して、連立1次方程式(3.43)の解 $a_{(k_1, q_1)(k_2, q_2)}(\varphi) \equiv a_\ell(\varphi)$ を使って、2正整数 $n_1, n_2$ を十分に大きく選んで、式(3.2)の知覚作用素 $B$ は、式(3.4)の知覚作用素 $B$ の具体形として、

$$\begin{aligned} (B\varphi)(x_1, x_2) &= \sum_{k_1=0}^{n_1-1} \sum_{q_1=0}^3 \sum_{k_2=0}^{n_2-1} \sum_{q_2=0}^3 [a_{(k_1, q_1)(k_2, q_2)}(\varphi) / \sup_{(k_1, q_1)(k_2, q_2) \in L} |a_{(k_1, q_2)(k_2, q_2)}(\varphi)|] \cdot \\ &\psi_{(k_1, q_2)}(x_1, x_2), a' \leq x_1 < b', a'' \leq x_2 < b'' \end{aligned} \quad (3.73)$$

と表される。各区間

$$\begin{aligned} [a'(k_1), a'(k_1+1)] \otimes [a''(k_2), a''(k_2+1)] \\ \equiv \{(x_1, x_2) | a'(k_1) \leq x_1 < a'(k_1+1), a''(k_2) \leq x_2 < a''(k_2+1)\} \end{aligned} \quad (3.74)$$

において、 $(B\varphi)(x)$ 内の1次結合係数 $a_{(k_1, q_1)(k_2, q_2)}(\varphi)$ は、パターン $\varphi \in \Phi$ と形状素 $\psi_{q_1} \cdot \psi_{q_2}$ との相関の程度を表している。

連立1次方程式(3.43)の解 $a_{(k_1, q_1)(k_2, q_2)}(\varphi)$ を求めるために、事前に

$$\begin{aligned} (\psi_{(k_1, q_1)(k_2, q_2)}, \psi_{(\ell_1, r_1)(\ell_2, r_2)}), k_1, \ell_1 = 0, 1, 2, \dots, n_1-1, k_2, \ell_2 = 0, 1, 2, \dots, n_2-1, \\ q_1, r_1 = 0, 1, 2, \dots, m_1-1, q_2, r_2 = 0, 1, 2, \dots, m_2-1 \end{aligned} \quad (3.75)$$

を求めておくとよい。まず、

$$(\psi_{(k_1, q_1)(k_2, q_2)}, \psi_{(\ell_1, r_1)(\ell_2, r_2)}) = 0 \quad \text{if} \quad k_1 \neq \ell_1 \vee k_2 \neq \ell_2 \quad (3.76)$$

に注意する。そして、

$$\begin{aligned} (\psi_{(k_1, q_1)(k_2, q_2)}, \psi_{(\ell_1, r_1)(\ell_2, r_2)}) &= \\ &= \frac{[a'(k_1+1) - a'(k_1)]}{2} \cdot \frac{[a''(k_2+1) - a''(k_2)]}{2} (\psi_{q_1}, \psi_{r_1})_{(0,1)} \cdot (\psi_{q_2}, \psi_{r_2})_{(0,1)} \\ k_1 &= 0, 1, 2, \dots, n_1-1, k_2 = 0, 1, 2, \dots, n_2-1, \\ q_1, r_1 &= 0, 1, 2, \dots, m_1-1, q_2, r_2 = 0, 1, 2, \dots, m_2-1 \end{aligned} \quad (3.77)$$

であるから、計算式(3.65)を使って求めることができる。

[選択6] (離散形式を知覚する場合)

会話音声の場合でも、動画像の場合でも、式(3.2)の知覚作用素 $B$ が、

$$B\varphi = \sum_{\ell \in L} v(\varphi, \ell) \cdot \psi_\ell \quad (3.78)$$

の構造形式を備えているとしよう。ここに、各 $v(\varphi, \ell)$ は実数値であり、しかも、有界条件

$$\forall \varphi \in \Phi, \forall \ell \in L, |v(\varphi, \ell)| \leq 1 \quad (3.79)$$

が成り立っているとしよう。式(3.47)の $B$ 、或いは2式(3.60)、(3.73)の $B$ が式(3.47)の構造

形式を備えていることに注意しておく。

このとき、知覚作用素  $B$  を、離散形式

$$B\varphi = \sum_{\ell \in L} v'(\varphi, \ell) \cdot \psi_{\ell} \quad (3.80)$$

に変換すると、一層知覚の働きが適切に設定されることがある。このように定義された式 (3.80) の写像  $B$  については axiom 1 の (i), (ii), (iii) の3後半、並びに、(iv) を満たすように、各  $v'(\varphi, \ell)$  を設定する。

各  $v'(\varphi, \ell)$  は次のように定義される。

不等式

$$\begin{aligned} -1 &\equiv e_{2p+1}^-(\ell) < e_{2p}^-(\ell) < \dots < e_2^-(\ell) \\ &< e_1^-(\ell) < 0 < e_{\ell}^+(\ell) \\ &< e_2^+(\ell) < \dots < e_{2p}^+(\ell) < e_{2p+1}^+(\ell) \equiv 1, \ell \in L \end{aligned} \quad (3.81)$$

を満たす閾値の組

$$e_k^{\pm}(\ell), k = 1, 2, \dots, 2p+1, \ell \in L \quad (3.82)$$

を用意し、各  $v'(\varphi, \ell)$  を

$$v'(\varphi, \ell) = \begin{cases} v_k^+(\ell) \cdots e_{k-1}^+(\ell) < v(\varphi, \ell) \leq e_k^+(\ell) & (2 \leq k \leq 2p+1) \text{ のとき} \\ 0 \cdots e_1^-(\ell) \leq v(\varphi, \ell) \leq e_1^+(\ell) & \text{のとき} \\ v_k^-(\ell) \cdots e_k^-(\ell) \leq v(\varphi, \ell) < e_{k-1}^-(\ell) & (2 \leq k \leq 2p+1) \text{ のとき} \end{cases} \quad (3.83)$$

と離散化する。ここに、各  $v_k^{\pm}(\ell)$  は、

$$v_{2p+1}^+ = +1, v_{2p+1}^- = -1, \ell \in L \quad (3.84)$$

$$e_{k-1}^+(\ell) < v_k^+(\ell) \leq e_k^+(\ell), 2 \leq k \leq 2p+1, \ell \in L \quad (3.85)$$

$$e_k^-(\ell) \leq v_k^-(\ell) < e_{k-1}^-(\ell), 2 \leq k \leq 2p+1, \ell \in L \quad (3.86)$$

と選ばれているものである。例えば、

$$v_k^+(\ell) = 2^{-1} \cdot [e_{k-1}^+(\ell) + e_k^+(\ell)], 2 \leq k \leq 2p+1, \ell \in L \quad (3.87)$$

$$v_k^-(\ell) = 2^{-1} \cdot [e_k^-(\ell) + e_{k-1}^-(\ell)], 2 \leq k \leq 2p+1, \ell \in L \quad (3.88)$$

と選ばばよい。

### 3.3 $a(j, \ell; k)$ の、最急降下法に基づく学習 (learning phase)

本節では、式 (3.10) 内の  $v(j; T\varphi_{(t)}, \ell)$  を  $a(j, \ell; k) (k \in L)$  の関数式 (3.89) で表し、この  $a(j, \ell; k)$  を最急降下法 (method of steepest descent) で学習することを研究しよう。

$SM(T\eta_{(t+1)}, \omega_j)$  は時刻  $t+1$  の確信度 (certainty factor) [A4] であると考え、この想定は外部入力  $\eta_{(t+1)}$  が第  $j \in J$  番目のカテゴリ  $\mathfrak{C}_j$  の代表パターン  $\omega_j$  に似ている程度で代用していることになる。

まず、式 (3.10) 内の  $v(j; T\varphi_{(t)}, \ell)$  を

$$v(j; T\varphi_{(t)}, \ell) = \sum_{k \in L} a(j, \ell; k) \cdot u'(T\varphi_{(t)}, k) \quad (3.89)$$

とおく。式 (3.89) に登場している量  $a(j, \ell; k)$  は、

$$u'(\bullet, k) \text{ から } u'(\bullet, \ell) \text{ への結合の強さ} \quad (3.90)$$

を表している。

外部入力パターンの系列（その帰属するカテゴリが判明している訓練パターンの系列）

$$\eta(1), \eta(2), \eta(3), \dots, \eta(t), \eta(t+1) \dots \quad (3.91)$$

について、

$\varphi(t)$  から  $\eta(t+1)$  が予測できるように、つまり、各  $v(j; T\varphi(t), \ell)$  が対応する  $u'(j; T\eta(t+1), \ell)$  に一致するように、 $a(j, \ell; K)$  を学習することが望ましい。式 (3.91) の外部入力パターン  $\eta(t)$  の系列については、各カテゴリ  $\mathfrak{C}_j$  の生起確率に比例した頻度で、各  $\eta(t)$  が出現することが望ましい。

時刻  $t$  での外部入力  $\eta(t+1)$  が第  $j \in J$  番目のカテゴリ  $\mathfrak{C}_j$  に帰属しているとき、

$$E(j, t) = \sum_{m \in L} 2^{-1} \cdot [v(j; T\varphi(t), m) - u'(T\eta(t+1), m)]^2 \quad (3.92)$$

を最小とするように、学習時刻  $t$  での値から次の学習時刻  $t+1$  での値への逐次更新式

$$a(j, \ell; k)_{t+1} = a(j, \ell; k)_t + \Delta a(j, \ell; k)_t \quad (3.93)$$

内の、更新分  $\Delta a(j, \ell; k)$  を逐次的に決めていこう。それには、極限性質

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(j, t; \ell) = 0 \quad (3.94)$$

を満たす正值関数

$$\epsilon(j, t; \ell) > 0 \quad (3.95)$$

を用意して、更新分  $\Delta a(j, \ell; k)_t$  を

$$\Delta a(j, \ell; k)_t = -\epsilon(j, t; \ell) \cdot \partial E(j, t) / \partial a(j, \ell; k)_t \quad (3.96)$$

とおけばよい。

計算結果は次の通りである。

クロネッカー（Kronecker）の「記号

$$\delta_{\ell m} = 1 \quad \text{if } \ell = m, = 0 \quad \text{if } \ell \neq m \quad (3.97)$$

を導入しておく。式 (3.89) の  $v(j; T\varphi(t), \ell)$  は、

$$v(j; T\varphi(t), m) = \sum_{q \in L} a(j, m; q) \cdot u'(T\varphi(t), q) \quad (3.98)$$

と書き換えられるから、

$$\partial v(j; T\varphi(t), m) / \partial a(j, \ell; k)_t = \delta_{\ell m} \cdot \sum_{q \in L} \delta_{kq} \cdot u'(T\varphi(t), q) \quad (3.99)$$

を使って計算すると、次の式 (3.100) のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta a(j, \ell; k) \\ = -\epsilon(j, t; \ell) \cdot [v(j; T\varphi(t), \ell) - u'(T\eta(t+1), \ell)] \cdot u'(T\varphi(t), k) \end{aligned} \quad (3.100)$$

式 (3.100) は、次のように計算される。

$$\begin{aligned} \Delta a(j, \ell; k)_t \\ = -\epsilon(j, t; \ell) \cdot \sum_{m \in L} [v(j; T\varphi(t), m) - u'(T\eta(t+1), m)] \cdot \partial v(j; T\varphi(t), m) / \partial a(j, \ell; k)_t \\ = -\epsilon(j, t; \ell) \cdot \sum_{m \in L} [v(j; T\varphi(t), m) - u'(T\eta(t+1), m)] \cdot \delta_{\ell m} \cdot \sum_{q \in L} \delta_{kq} \cdot u'(T\varphi(t), q) \\ = -\epsilon(j, t; \ell) \cdot [v(j; T\varphi(t), \ell) - u'(T\eta(t+1), \ell)] \cdot u'(T\varphi(t), k) \end{aligned} \quad (3.101)$$

□

#### 4. 想起認識 (recognition phase)

本章では、認識システムRECOGNITRON [B3], [B4] による想起認識の働きが説明される。

式 (3.6) の内部状態  $\varphi_{(t+1)}$  は、外部から入力されたパターン  $\eta_{(t+1)}$  を整形化したものになっていると思われ、 $\eta_{(t+1)}$  が帰属するカテゴリを第  $j \in J$  番目のカテゴリ  $\mathfrak{C}_j$  とすると、不等式

$$SM(\varphi_{(t+1)}, \omega_j) \geq \max_{i \in J - \{j\}} SM(\varphi_{(t+1)}, \omega_i) \quad (4.1)$$

が成立する稼動時刻  $t$  が存在する、つまり、この稼動時刻  $t$  においては、この入力されたパターン  $\eta_{(t+1)}$  の帰属するカテゴリ  $\mathfrak{C}_j$  に対応する類似度  $SM(\varphi_{(t+1)}, \omega_j)$  が最も大きくなっている。

このとき、この  $\varphi_{(t+1)}$  を連想形認識システムに入力しよう。

[RECOGNITRONによる想起認識]

不等式 (4.1) を満たすこの  $\varphi_{(t+1)}$  について、カテゴリ帰属知識

$$\langle \varphi_{(t+1)}, J \rangle \in \langle \Phi, 2^J \rangle \quad (4.2)$$

を入力とするRECOGNITRONで、想起認識すれば、カテゴリ帰属知識出力

$$\langle T\omega_j, [J] \rangle \in \langle \Phi, 2^J \rangle$$

が得られ、入力  $\eta_{(t+1)}$  の帰属するカテゴリ  $\mathfrak{C}_j$  がわかる。更に、RECOGNITRONからの再生されたパターン  $T\omega_j$  も判明する。

外部から入力された稼動時刻  $t+1$  に入力されたパターン  $\eta_{(t+1)}$  について、再生されたパターン  $T\omega_j$  とその帰属するカテゴリ  $\mathfrak{C}_j$  が求めるのが想起認識 (associative recognition) の働きである。

#### 5. モデル構成作用素 $T$ , 類似度関数 $SM$ , 大分類関数 $BSC$ の選定

本章では、動画像、会話音声の処理に役立つように、付録Aのaxiom 1, 2, 3を各々満たさなければならないモデル構成作用素  $T$ , 類似度関数  $SM$ , 大分類関数  $BSC$  を設計してみよう。

##### 5.1 モデル構成作用素 $T$ の選定

$q$  次元ユークリッド空間  $R^q$  の可測部分集合  $M$  をとる。  $M$  上の実数値関数としてのパターン

$$\varphi : R^q \rightarrow R^1 \quad (5.1)$$

を考える。まず、算法上の約束

$$\varphi(x) / \sup_{y \in M} |\varphi(y)| = 0 \quad \text{if} \quad \sup_{y \in M} |\varphi(y)| = 0 \quad (5.2)$$

を導入しておく。

##### 5.1.1 $T$ の選定 1 (3 値振幅モデル)

3 値  $\{0, \pm 1\}$  を値域に持ち、

$$T\varphi = \begin{cases} 1 & \text{if } 2^{-1} < \varphi(x) / \sup_{y \in M} |\varphi(y)| \leq 1 \\ 0 & \text{if } -2^{-1} \leq \varphi(x) / \sup_{y \in M} |\varphi(y)| \leq 2^{-1} \\ -1 & \text{if } -1 \leq \varphi(x) / \sup_{y \in M} |\varphi(y)| < -2^{-1} \end{cases} \quad (5.3)$$

と定義される式 (A1.8) の写像  $T$  は、axiom 1の (i), (ii), (iii) の3後半、並びに、(iv) を満た

すことが示され、よって、付録A、定理A2.1を適用すれば、パターン集合 $\Phi$ とモデル構成作用素 $T$ との対 $[\Phi, T]$ が構成されることになる。

式 (A1.8) の写像 $T$ は、axiom 1の (i), (ii), (iii) の3後半、並びに、(iv) を満たすことを示そう。

式 (5.3) のモデル構成作用素 $T$ を一般化して、定理5.3の形で示そう。

2つの閾値関数 $e_1^-(x)$ ,  $e_1^+(x)$ を、不等式

$$-1 \leq e_1^-(x) < 0 < e_1^+ \leq 1 \quad (5.4)$$

を満たすように選ぶ。式 (A1.8) の写像 $T$ を、

$$T\varphi = \begin{cases} 1 & \text{if } e_1^+(x) < \varphi(x) / \sup_{y \in M} |\varphi(y)| \leq 1 \\ 0 & \text{if } e_1^-(x) \leq \varphi(x) / \sup_{y \in M} |\varphi(y)| \leq e_1^+(x) \\ -1 & \text{if } -1 < \varphi(x) / \sup_{y \in M} |\varphi(y)| < e_1^-(x) \end{cases} \quad (5.5)$$

と定義する。

先ず、2つの定理5.1, 5.2を証明する。

[定理5.1] (零パターンモデル定理)

式 (5.5) で定義される式 (A1.8) の写像 $T$ について、

$$\forall x \in M, e_1^-(x) \leq \varphi(x) / \sup_{y \in M} |\varphi(y)| \leq e_1^+(x) \quad (5.6)$$

$$\Leftrightarrow T\varphi = 0. \quad (5.7)$$

(証明)  $\Rightarrow$  の証明:  $T$  の定義式 (5.5) から明らか。

$\Leftarrow$  の証明:  $T\varphi = 0$  は、

$$\forall x \in M, (T\varphi)(x) = 0$$

を意味し、よって、 $T$  の定義式 (5.5) を考慮すれば、式 (5.6) が成立することになる。  $\square$

[定理5.2] (3値パターンモデルの不動点定理)

式 (5.5) で定義される式 (A1.8) の写像 $T$ について、

$$\forall x \in M, \eta(x) \in \{0, \pm 1\} \quad (5.8)$$

$$\Leftrightarrow T\eta = \eta. \quad (5.9)$$

(証明)  $\Rightarrow$  の証明: 2つの場合に分けて、示す。

先ず、式 (5.8) から、

$$\sup_{y \in M} |\eta(y)| \in \{0, 1\} \quad (5.10)$$

である。

(イ)  $\sup_{y \in M} |\eta(y)| = 0$  の場合

$\eta = 0$  を得、よって、定理5.1を適用して、 $T\eta = 0$  を得、式 (5.9) がいえる。

(ロ)  $\sup_{y \in M} |\eta(y)| = 1$  の場合

$$\forall x \in M, \eta(x) / \sup_{y \in M} |\eta(y)| = \eta(x) \in \{0, \pm 1\} \quad (5.11)$$

を得、 $T$  の定義式 (5.5) から式 (5.9) が成り立つ。

⇐の証明： $T$  の定義式 (5.5) から、

$$\forall x \in M, (T\eta)(x) \in \{0, \pm 1\} \quad (5.12)$$

であるから、式 (5.9) から、式 (5.8) が成り立つ。□

このとき、次の定理5.3が成立し、式 (5.3) の如く定義される式 (A1.8) の写像 $T$  は、axiom 1の (i), (ii), (iii) の3後半、並びに、(iv) を満たすことがわかった。

[定理5.3] (3値パターンモデルの構成定理)

式 (5.5) の如く定義される式 (A1.8) の写像 $T$  は、付録Aのaxiom 1の (i), (ii), (iii) の3後半、並びに、(iv) を満たす。

(証明) axiom 1の (i) の後半の成立:

$$\varphi = 0 \Rightarrow \forall x \in M, \varphi(x) / \sup_{y \in M} |\varphi(y)| = 0 \quad (5.13)$$

を得、2つの閾値関数  $e_1^-(x)$ ,  $e_1^+(x)$  が不等式 (5.4) を満たすことを考慮し、定理5.1を適用すれば、 $T\varphi = 0$  が得られる。

axiom 1の (ii) の後半の成立： $a$  を任意の正定数とし、 $\eta \in \Phi$  を、

$$\eta = a \cdot \varphi$$

とおく。2つの場合に分けて示す。

(イ)  $\sup_{y \in M} |\varphi(y)| = 0$  の場合

明らかに、2つの閾値関数  $e_1^-(x)$ ,  $e_1^+(x)$  が不等式 (5.4) を満たすことを考慮すると、 $T$  の定義式 (5.5) から、 $T\varphi = 0$  が得られる。

$\sup_{y \in M} |\eta(y)| = 0$  もいえ、同様に、 $T\eta = 0$  を得、 $T\varphi = T\eta = 0$  が成り立つ。

(ロ)  $\sup_{y \in M} |\varphi(y)| > 0$  の場合

明らかに、

$$\forall x \in M, \eta(x) / \sup_{y \in M} |\eta(y)| = \varphi(x) / \sup_{y \in M} |\varphi(y)| \quad (5.14)$$

を得、 $T$  の定義式 (5.5) から、

$$T\eta = T\varphi \quad (5.15)$$

が成り立つ。

axiom 1の (iii) の後半の成立： $\eta \in \Phi$  を、

$$\eta = T\varphi \quad (5.16)$$

とおく。2つの場合に分けて示す。

(イ)  $\sup_{y \in M} |\eta(y)| = 0$  の場合

明らかに、 $T$  の定義式 (5.5) から、 $T\eta = 0$  が得られる。ところが、

$$\sup_{y \in M} |\eta(y)| = 0 \Rightarrow \eta = 0 \quad (5.17)$$

を得,  $T\eta = \eta (= 0)$  が成り立つ.

(ロ)  $\sup_{y \in M} |\eta(y)| > 0$  の場合

明らかに,  $\eta$  の定義式 (5.16) を思い起こすと,  $T$  の定義式 (5.5) から,

$$\sup_{y \in M} |\eta(y)| = 1 \wedge [\forall x \in M, \eta(x) \in \{0, \pm 1\}] \quad (5.18)$$

が成り立つ. よって, 定理5.2を適用して,  $T\eta = \eta$  が成り立つ.

axiom 1の (iv) の成立: 条件式 (5.18) を満たすパターン  $\eta \in \Phi$  について,  $T\eta = \eta \neq 0$  が成り立つ. □

### 5.1.2 $T$ の選定 2 (5 値振幅モデル)

前項の 3 値パターンモデルを 5 値に精密化しよう.

5 値  $\{0, \pm 2^{-1}, \pm 1\}$  を値域に持ち,

$$T\varphi = \begin{cases} 1 & \text{if } 2/3 < \varphi(x) / \sup_{y \in M} |\varphi(y)| \leq 1 \\ 2^{-1} & \text{if } 1/3 < \varphi(x) / \sup_{y \in M} |\varphi(y)| \leq 2/3 \\ 0 & \text{if } -1/3 \leq \varphi(x) / \sup_{y \in M} |\varphi(y)| \leq 1/3 \\ -2^{-1} & \text{if } -2/3 \leq \varphi(x) / \sup_{y \in M} |\varphi(y)| < -1/3 \\ -1 & \text{if } -1 \leq \varphi(x) / \sup_{y \in M} |\varphi(y)| < -2/3 \end{cases} \quad (5.19)$$

と定義される式 (A1.8) の写像  $T$  は, axiom 1の (i), (ii), (iii) の 3 後半, 並びに, (iv) を満たすことが示され (証明を省略), よって, 付録A, 定理A2.1を適用すれば, パターン集合  $\Phi$  とモデル構成作用素  $T$  との対  $[\Phi, T]$  が構成されることになる.

### 5.1.3 $T'$ の選定

本項では, 説明の都合上, 式 (A1.8) の写像  $T$  を  $T'$  と表現する.

$u'(\varphi, \ell) \in R$  (実数全体の集合) は, パターン  $\varphi \in \Phi$  から抽出された第  $\ell \in L$  番目の実数値特徴量とすると, 特徴抽出写像

$$u' : \Phi \times L \rightarrow R \quad (5.20)$$

が, 導入される. また, 1次独立な系  $\{\psi_{\ell}'\}_{\ell \in L}$  を導入する.

$$T'\varphi = \sum_{\ell \in L} u'(\varphi, \ell) \cdot \psi_{\ell}' \quad (5.21)$$

と定義される式 (A1.8) の写像  $T'$  が定義される.

(イ) 会話音声の場合

$$a = 0, 1, 2, \dots, 2 \cdot x_{\max} \quad (5.22)$$

として, 1次元直線座標

$$x = a - x_{\max} \in \{-x_{\max}, -x_{\max} + 1, \dots, -1, 0, +1, \dots, x_{\max} - 1, x_{\max}\} \quad (5.23)$$

を考えよう. 座標  $x$  上の実数値関数  $\varphi = \varphi(x)$  は会話音声信号 (パターン) を表すものとする.

$$a = x + x_{\max} \in \{0, 1, 2, \dots, 2 \cdot x_{\max}\} \quad (5.24)$$

について、 $\varphi[a]$ を、

$$\varphi[a] \equiv \varphi[x] \quad (5.25)$$

と定義する。内積 $(\varphi, \eta)$ 、ノルム $\|\varphi\|$ を、

$$(\varphi, \eta) = \sum_{x=-x_{\max}}^{x_{\max}} \varphi(x) \cdot \eta(x) = \sum_{a=0}^{2 \cdot x_{\max}} \varphi[a] \cdot \eta[a] \quad (5.26)$$

$$\|\varphi\| = \sqrt{(\varphi, \varphi)} \quad (5.27)$$

と定義する。 $width$ を偶数とし、 $x_{\max}$ を

$$x_{\max} = \frac{width-1}{2} \quad (5.28)$$

と定義する。そして、式(5.21)のパターンモデル $T'\varphi$ 内の添え字の集合 $L$ を

$$L = \{0, 1, 2, \dots, width-1\} \quad (5.29)$$

と導入する。1次独立な系 $\{\psi_{\ell'}\}_{\ell' \in L}$ の各成分 $\psi_{\ell'}$ を

$$\psi_{\ell'}(x) = \psi_{\ell'}[a] = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{width}} \dots c = 0 \text{ のとき} \\ \sqrt{\frac{2}{width}} \cdot \cos\left[\frac{(2a+1)}{2 \cdot width} \cdot c \cdot \pi\right] \dots c = 1, 2, \dots, width-1 \text{ のとき} \end{cases} \quad (5.30)$$

と定義する。このとき、

直交性

$$(\psi_k, \psi_{\ell'}) = 0 \text{ if } k \neq \ell', = 1 \text{ if } k = \ell' \quad (5.31)$$

が成り立つ([A6]の7.4節 離散コサイン変換(discrete cosine transform)を参照)。

$\{\psi_{\ell'}\}_{\ell' \in L}$ の1次結合 $\sum_{\ell' \in L} a_{\ell'} \cdot \psi_{\ell'}$ を使って、会話音声信号 $\varphi$ を近似するときの近似誤差

$$\varphi - \sum_{\ell' \in L} a_{\ell'} \cdot \psi_{\ell'} \quad (5.32)$$

の自乗ノルム

$$\|\varphi - \sum_{\ell' \in L} a_{\ell'} \cdot \psi_{\ell'}\|^2 \quad (5.33)$$

を最小ならしめる1次結合実係数 $a_{\ell}$ を $a_{\ell}(\varphi)$ と書く。各 $a_{\ell}(\varphi)$ は、 $\{\psi_{\ell'}\}_{\ell' \in L}$ が正規直交系であることから、

$$a_{\ell}(\varphi) = (\varphi, \psi_{\ell'}), \ell \in L \quad (5.34)$$

と求められる。

パターン $\varphi \in \Phi$ から抽出された第 $\ell \in L$ 番目の実数値特徴量 $u'(\varphi, \ell) \in R$ (実数全体の集合)を、

$$u'(\varphi, \ell) = \begin{cases} 0 \dots \sup_{k \in L} |a_{\ell}(\varphi)| = 0 \text{ のとき} \\ a_{\ell}(\varphi) / \sup_{k \in L} |a_k(\varphi)| \dots \sup_{k \in L} |a_k(\varphi)| > 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (5.35)$$

と定義する。このとき、式(5.21)のパターンモデル $T'\varphi = (T'\varphi)(x)$ は、

$$\begin{aligned} & (T'\varphi)(x) \\ &= \sum_{\ell \in L} u'(\varphi, \ell) \cdot \psi_{\ell'}(x) \end{aligned} \quad (5.36)$$

$$= \sum_{c=0}^{width-1} u'(\varphi, c) \cdot \psi_c'[a] \tag{5.37}$$

$$= (T'\varphi)[a] \tag{5.38}$$

と表されることになる.

(ロ) 動画像の場合

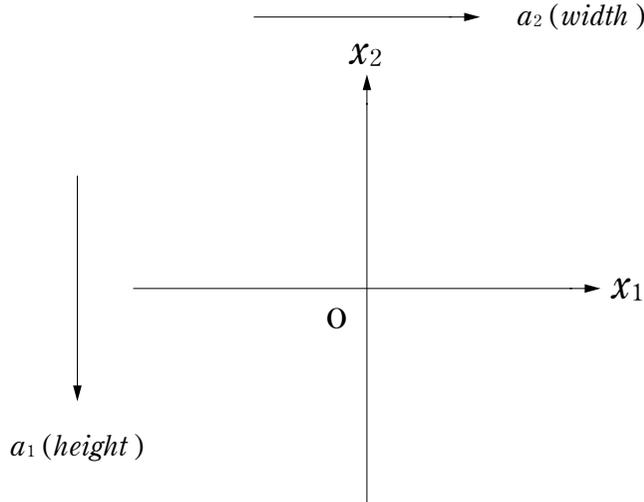


図5.1 直交座標系  $(x_1, x_2)$  と配列の添え字  $(a_1, a_2)$  との関係

Fig.5.1 A relation between a cartesian coordinate system  $(x_1, x_2)$  and two-dimensional subscript  $(a_1, a_2)$  of array

$$a_1 = 0, 1, 2, \dots, 2 \cdot x_{2\max} \tag{5.39}$$

$$a_2 = 0, 1, 2, \dots, 2 \cdot x_{1\max} \tag{5.40}$$

として, 2次元平面座標系

$(x_1, x_2)$

ここに,

$$x_1 = a_2 - x_{1\max} \in \{-x_{1\max}, -x_{1\max} + 1, \dots, -1, 0, +1, \dots, x_{1\max} - 1, x_{1\max}\} \tag{5.41}$$

$$x_2 = x_{2\max} - a_1 \in \{-x_{2\max}, -x_{2\max} + 1, \dots, -1, 0, +1, \dots, x_{2\max} - 1, x_{2\max}\} \tag{5.42}$$

を考えよう. 座標  $x = (x_1, x_2)$  上の実数値関数  $\varphi = \varphi(x) = \varphi(x_1, x_2)$  は動画像 (パターン) を表すものとする.

$$a_1 = x_{2\max} - x_2 \in \{0, 1, 2, \dots, height - 1\} \tag{5.43}$$

$$a_2 = x_1 + x_{1\max} \in \{0, 1, 2, \dots, width - 1\} \tag{5.44}$$

について,  $\varphi[a] = \varphi[a_1, a_2]$  を,

$$\varphi[a_1, a_2] \equiv \varphi(x_1, x_2), \text{ ここに, } a = \langle a_1, a_2 \rangle \tag{5.45}$$

と定義する. 内積  $(\varphi, \eta)$ , ノルム  $\|\varphi\|$  を,

$$(\varphi, \eta) = \sum_{x_1 = -x_{1\max}}^{x_{1\max}} \sum_{x_2 = -x_{2\max}}^{x_{2\max}} \varphi(x_1, x_2) \cdot \eta(x_1, x_2) = \sum_{a_2 = 0}^{width-1} \sum_{a_1 = 0}^{height-1} \varphi(a_1, a_2) \cdot \eta(a_1, a_2) \tag{5.46}$$

$$\|\varphi\| = \sqrt{(\varphi, \varphi)} \tag{5.47}$$

と定義する (図5.1を参照).  $width$ ,  $height$  を共に偶数とし,  $x_{1\max}$ ,  $x_{2\max}$  を

$$x_{1\max} = \frac{width-1}{2} \quad (5.48)$$

$$x_{2\max} = \frac{height-1}{2} \quad (5.49)$$

と定義する. そして, 式 (5.21) のパターンモデル  $T'\varphi$  内の添え字の集合  $L$  を

$$L = \{c = \langle c_1, c_2 \rangle | c_1 = 0, 1, 2, \dots, height-1, c_2 = 0, 1, 2, \dots, width-1\} \quad (5.50)$$

と導入する. 1次独立な系  $\{\psi_{\ell'}\}_{\ell' \in L}$  の各成分  $\psi_{\ell'}$  を

$$\psi_{\ell'}(x_1, x_2) \equiv \psi_{c_1, c_2}(x_1, x_2) \equiv \psi_{c_1, c_2}[a_1, a_2] \equiv \psi_{c_1}^{(1)}[a_1] \cdot \psi_{c_2}^{(2)}[a_2] \quad (5.51)$$

ここに,

$$\psi_{c_1}^{(1)}(x_2) \equiv \psi_{c_1}^{(1)}[a_1] \equiv \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{height}} \cdots c_1 = 0 \text{ のとき} \\ \sqrt{\frac{2}{height}} \cdot \cos\left[\frac{(2a_1+1)}{2 \cdot height} \cdot c_1 \cdot \pi\right] \cdots c_1 = 1, 2, \dots, height-1 \text{ のとき} \end{cases} \quad (5.52)$$

$$\psi_{c_2}^{(2)}(x_1) \equiv \psi_{c_2}^{(2)}[a_2] \equiv \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{width}} \cdots c_2 = 0 \text{ のとき} \\ \sqrt{\frac{2}{width}} \cdot \cos\left[\frac{(2a_2+1)}{2 \cdot width} \cdot c_2 \cdot \pi\right] \cdots c_2 = 1, 2, \dots, width-1 \text{ のとき} \end{cases} \quad (5.53)$$

と定義する. このとき,

直交性

$$(\psi_{c_1, c_2}, \psi_{d_1, d_2}) = 0 \quad \text{if } c_1 \neq d_1 \vee c_2 \neq d_2, = 1 \quad \text{if } c_1 = d_1 \wedge c_2 = d_2 \quad (5.54)$$

が成り立つ.

$\{\psi_{\ell'}\}_{\ell' \in L}$  の1次結合  $\sum_{\ell' \in L} a_{\ell'} \cdot \psi_{\ell'}$  を使って, 動画像関数  $\varphi$  を近似するときの, 式 (5.32) の近似誤差の, 式 (5.33) の自乗ノルムを最小ならしめる1次結合実係数  $a_{\ell} = a_{c_1, c_2}$  を  $a_{\ell}(\varphi) = a_{c_1, c_2}(\varphi)$  と書く. 各  $a_{\ell}(\varphi)$  は,  $\{\psi_{\ell'}\}_{\ell' \in L}$  が正規直交系であることから, 式 (5.34) のように求められる.

パターン  $\varphi \in \Phi$  から抽出された第  $\ell = \langle c_1, c_2 \rangle \in L$  番目の実数値特徴量  $u'(\varphi, \ell) = u'(\varphi, \langle c_1, c_2 \rangle) \in R$  (実数全体の集合) を, 式 (5.35) のように定義する. ここに,  $\ell$  は  $\langle c_1, c_2 \rangle$  である.

このとき, 式 (5.21) のパターンモデル  $T'\varphi = (T'\varphi)(x) = (T'\varphi)(x_1, x_2) = (T'\varphi)[a_1, a_2]$  は,

$$\begin{aligned} & (T'\varphi)(x_1, x_2) \\ &= \sum_{\ell \in L} u'(\varphi, \ell) \cdot \psi_{\ell'}(x_1, x_2) \end{aligned} \quad (5.55)$$

$$= \sum_{c_2=0}^{width-1} \sum_{c_1=0}^{height-1} u'(\varphi, \langle c_1, c_2 \rangle) \cdot \psi_{c_1, c_2}[a_1, a_2] \quad (5.56)$$

$$= (T'\varphi)[a_1, a_2] \quad (5.57)$$

と表されることになる.

## 5.2 類似度関数 $SM$ の選定

本節では, 文献 [A2] の3層ニューラルネットを一般化した付録Cを基に, T-不変性を備えた関数

$g_j(T \cdot)$  の系を誤差逆伝播学習アルゴリズムで求めることができることを利用し, axiom 2を満たす式 (A3.5) の類似度関数  $SM'$  を再帰的に構成し直し, axiom 2を満たす式 (A3.5) の類似度関数  $SM$  を設計しよう.

### 5.2.1 axiom 2を満たす式 (A3.5) の類似度関数 $SM'$ の構成

付録Dを利用して, axiom 2を満たす式 (A3.5) の類似度関数  $SM'$  を構成しておく. 或いは, 以下のよう構成しておく.

規格化内積 (normalized inner product)  $NIP(\varphi, \eta)$  を,

$$NIP(\varphi, \eta) = \begin{cases} \frac{(\varphi, \eta)}{\|\varphi\| \cdot \|\eta\|} & \text{if } \|\varphi\| \cdot \|\eta\| > 0 \\ 0 & \text{if } \|\varphi\| \cdot \|\eta\| = 0 \end{cases} \quad (5.58)$$

と定義し, 2関数  $S(\varphi, \omega_j), S'(\varphi, \omega_j)$  を,

$$S(\varphi, \omega_j) = -2^{-1} \cdot \log_e [1 - |NIP(T\varphi, T\omega_j)|^2] \quad (5.59)$$

$$S'(\varphi, \omega_j) = \begin{cases} S(\varphi, \omega_j) / \sum_{i \in J} S(\varphi, \omega_i) \cdots \sum_{i \in J} S(\varphi, \omega_i) > 0 \text{ のとき} \\ p(\mathfrak{C}_j) \cdots \sum_{i \in J} S(\varphi, \omega_i) = 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (5.60)$$

と定義する. その後, 不等式

$$0 \leq \epsilon_0(j) < \epsilon_1(j) \leq 1, j \in J \quad (5.61)$$

を満たす2つの閾値  $\epsilon_0(j), \epsilon_1(j)$  の系を用意して,  $S'(\varphi, \omega_j)$  を,

$$S''(\varphi, \omega_j) = \begin{cases} 0 \cdots S'(\varphi, \omega_j) \leq \epsilon_0(j) \text{ のとき} \\ \frac{S'(\varphi, \omega_j) - \epsilon_0(j)}{\epsilon_1(j) - \epsilon_0(j)} \cdots \epsilon_0(j) < S'(\varphi, \omega_j) < \epsilon_1(j) \text{ のとき} \\ 1 \cdots S'(\varphi, \omega_j) \geq \epsilon_1(j) \text{ のとき} \end{cases} \quad (5.62)$$

と, 0への底下げと1への頂上上げを実施する. そうすると,

$$SM'(\varphi, \omega_j) = \begin{cases} S''(\varphi, \omega_j) / \sum_{i \in J} S''(\varphi, \omega_i) \cdots \sum_{i \in J} S''(\varphi, \omega_i) > 0 \text{ のとき} \\ p(\mathfrak{C}_j) \cdots \sum_{i \in J} S''(\varphi, \omega_i) = 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (5.63)$$

と定義された式 (A3.5) の関数  $SM'$  は, 次の  $\epsilon_0(j), \epsilon_1(j)$  の選び方を採用すれば, axiom 2を満たすことがわかる.

[ $\epsilon_0(j), \epsilon_1(j)$  の選び方]

訓練パターン集合

$$\Phi_{train} \equiv \{\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_i, \dots\} = \cup_{j \in J} \Phi_{train}(j) \quad (5.64)$$

$$\text{ここに, } \Phi_{train}(j) \equiv \{\eta \in \Phi_{train} \mid \eta \text{ はカテゴリに帰属している}\} \quad (5.65)$$

について, 不等式

$$\epsilon_0(j) \leq \max_{\eta \in \cup_{i \in J - \{j\}} \Phi_{train}(i)} S'(\eta, \omega_j) < \min_{\eta \in \Phi_{train}(j)} S'(\eta, \omega_j) \leq \epsilon_1(j) \quad (5.66)$$

が成立しているように、不等式 (5.61) を満たす2つの閾値の系を選ぶと、

$$\forall \eta \in \Phi_{train}(j), S'(\eta, \omega_j) = 1 \quad (5.67)$$

$$\forall \eta \in \cup_{i \in J - \{j\}} \Phi_{train}(i), S'(\eta, \omega_j) = 0 \quad (5.68)$$

が成り立つ。

### 5.2.2 3層ニューラルネットによるT-不変性を備えた関数 $g_j(T \cdot)$ による、axiom 2を満たす式(A3.5)の類似度関数 $SM$ の再帰的構成

まず、パターンモデル  $T\varphi \in \Phi$  から抽出された第  $i \in L$  番目の実数値特徴量  $u(T\varphi, i) \in R$  (実数全体の集合) を求めることができるでしょう。第1層目に

$$s_i = u(T\varphi, i), i \in L \quad (5.69)$$

と入力して得られる3層ニューラルネットからの各出力  $z_k \in R$  を利用して、 $g_k(T\varphi)$  を、

$$g_k(T\varphi) = z_k, k \in J \quad (5.70)$$

とおく。実は、T-不変性

$$\forall j \in J, \forall \varphi \in \Phi, g_j(T\varphi) = g_j(\varphi) \quad (5.71)$$

を満たし、カテゴリ番号  $j \in J$  を助変数に持つ関数

$$g_j(T \cdot): \Phi \rightarrow R \quad (5.72)$$

を、2分離性質

$$(イ) \text{ パターン } \varphi \in \Phi \text{ がカテゴリ } \mathfrak{C}_j \text{ に帰属するとき, } g_j(T\varphi) \geq 0 \quad (5.73)$$

$$(ロ) \text{ パターン } \varphi \in \Phi \text{ がカテゴリ } \mathfrak{C}_j \text{ 以外のカテゴリ } \mathfrak{C}_j (i \in J - \{j\}) \text{ に帰属するとき, } g_j(T\varphi) < 0 \quad (5.74)$$

を満たすように、誤差逆伝播学習することが可能である。この可能性は、付録Cで解説されている3層ニューラルネットでの誤差逆伝播学習アルゴリズムから明らかである。

そうすると、この誤差逆伝播学習の可能性の条件下で、3層ニューラルネットによるT-不変性を備えた式 (5.72) の関数  $g_j(T \cdot)$  を使って、axiom 2を満たす式 (A3.5) の類似度関数  $SM'$  を

$$SM(\varphi, \omega_j) = \frac{SM'(\varphi, \omega_j) + \max\{g_j(T\varphi), 0\}}{1 + \sum_{i \in J} \max\{g_i(T\varphi), 0\}}, j \in J, \varphi \in \Phi \quad (5.75)$$

と再帰的に構成し直すと、この、式 (A3.5) の類似度関数  $SM$  はaxiom 2を満たすことがわかる。

## 5.3 大分類関数 $BSC$ の選定

本節では、文献[A2]の3層ニューラルネットを一般化した付録Cを基に、axiom 3を満たす式(A4.1)の大分類関数を再帰的に設計しよう。

### 5.3.1 axiom 3を満たす式 (A4.1) の大分類関数の構成

まず、生起確率  $p_k$  を持つサンプルパターン  $\varphi_k \in \Phi_{sample}$  を用意する。つまり、 $\Phi_{sample}$  が用意される。その後、

$$\Phi_{sample}(K_j) = \{\varphi_k \in \Phi_{sample} \mid k \in K_j\} \subset \Phi_{sample}, j \in J \quad (5.76)$$

の集合和に、 $\Phi_{sample}$  を分割する。サンプルパターン集合  $\Phi_{sample}$ 、各生起確率  $p_k$  は、3条件

- ① (各生起確率  $p_k$  についての条件)

$$[\forall k \in K, 0 < p_k \leq 1] \wedge \sum_{k \in K} p_k = 1 \quad (5.78)$$

- ② (添え字集合  $K$ ,  $K_j$  についての条件)

$$K = \cup_{j \in J} K_j \wedge K_i \cap K_j = \emptyset (i \neq j) \wedge [\forall j \in J, K_j \neq \emptyset] \quad (5.79)$$

③ (サンプルパターンのモデル  $T\varphi_k \in T \cdot \Phi_{sample}$  についての条件)

$$\forall k \in K, \|T\varphi_k\| > 0 \quad (5.80)$$

を満たしていなければならない。識別関数

$$diff(\varphi; W_j, W_{j_0}), j \in J, \varphi \in \Phi$$

を, その和が1になる非実数

$$q_k \equiv \frac{p_k \cdot \|T\varphi_k\|}{\sum_{\ell \in K_j} p_\ell \cdot \|T\varphi_\ell\|}, k \in K_j \quad (5.81)$$

を使って,

$$diff(\varphi; W_j, W_{j_0}) = \sum_{k \in K_j} q_k \cdot \frac{(T\varphi, T\varphi_k)}{\|T\varphi\| \cdot \|T\varphi_k\|} - \frac{C_j}{C_{j'}} \quad (5.82)$$

と, 定義する. 式 (5.82) に登場している2つの実乗数  $C_j, C_{j'} (j \in J)$  について, 次の2条件1, 2を課する:

[条件1] (各  $T\omega_j$  についての条件)

$$\forall j \in J, diff(\omega_j; W_j, W_{j_0}) \geq 0. \quad (5.83)$$

[条件2] (各  $T\omega_i, i \in J - \{j\}$  についての条件)

$$\forall j \in J, \forall i \in J - \{j\}, diff(\omega_i; W_j, W_{j_0}) < 0 \quad (5.84)$$

□

更に,

$$W_j \equiv C_j \cdot \sum_{k \in K_j} p_k \cdot T\varphi_k, C_j > 0 \quad (5.85)$$

$$W_{j_0} \equiv C_{j'} \cdot \sum_{k \in K_j} p_k \cdot \|T\varphi_k\|, C_{j'} > 0 \quad (5.86)$$

を用意すると,

$$BSC'(\varphi, j) = psn((T\varphi, W_j) - W_{j_0} \cdot \|T\varphi\|) \quad (5.87)$$

と定義される式 (A4.1) の関数  $BSC'$  は, axiom 3, 並びに, カテゴリ間の相互排他性

$$\forall j \in J, \forall i \in J - \{j\}, BSC'(\omega_i, j) = 0 \quad (5.88)$$

を満たすことが証明される.

以上の詳細は文献 [B4] の付録3にある.

### 5.2.3 3層ニューラルネットによるT-不変性を備えた関数 $g_j(T \cdot)$ による, axiom 3を満たす式(A4.1)の大分類関数の再帰的構成

項5.2.2では, 関数  $g_j(T \cdot)$  について, T-不変性, 並びに, その2分離性質 (イ), (ロ) が説明されている.

先ず, パターンモデル  $T\varphi \in \Phi$  から抽出された第  $i \in L$  番目の実数値特徴量  $u(T\varphi, i) \in R$  (実数全体の集合) を求めることができるとしよう. 第1層目に, 式 (5.69) のように, 入力して得られる3層ニューラルネットからの各出力  $z_k \in R$  を利用して,  $g_k(T\varphi)$  を, 式 (5.70) のごとく, おく. 実は, 式 (5.71) のT-不変性を満たし, カテゴリ番号  $j \in J$  を助変数に持つ式 (5.72) の関数  $g_j(T \cdot): \Phi \rightarrow R$  を, 2式 (5.73), (5.74) の2分離性質を満たすように, 誤差逆伝播学習することが可能である. この可能性は, 付録Cで解説されている3層ニューラルネットでの誤差逆伝播学習アルゴリズムから明らかである.

そうすると, この誤差逆伝播学習の可能性の条件下で, 3層ニューラルネットによるT-不変性を備えた式 (5.72) の関数  $g_j(T \cdot)$  を使って, axiom 2を満たす式 (A4.1) の大分類関数  $BSC'$  を構成でき

ることがわかる。

先ず、その値域がであるような関数

$$psn(u) = 0 \quad \text{if } u < 0, = 1 \quad \text{if } u \geq 0 \quad (5.89)$$

を導入しておく。

axiom 3を満たす式 (A4.1) の大分類関数  $BSC'$  を持ち出すと、

$$BSC(\varphi, j) = \max \{BSC'(\varphi, j), psn(g_j(\varphi))\} \quad (5.90)$$

と定義される式 (A4.1) の関数  $BSC$  は axiom 3 を満たすことが証明され得る。もし、大分類関数  $BSC'$  がカテゴリ間の相互排除性を表す式 (5.88) を満たせば、大分類関数  $BSC$  もカテゴリ間の相互排除性も満たすことも証明され得る。

## 6. 結び

本論文では、単一パターン  $\varphi \in \Phi$  についての、RECOGNITRONの想起過程が力学系へ変換されることに注意し、MEMOTROM [B10] の動作に関する研究成果からhintを得、単純マルコフ性の仮定の下で、動画像、会話音声などで代表されるパターン系列の想起に関する力学系としてのSPATEMTRONの基礎が提案・研究された。認識システムRECOGNITRON、連想器MEMOTRONの研究に関する両成果が取り入れられ、構成されたのが、動画像、会話音声の認識システムSPATEMTRONである。予測機能を力学系として取り入れ、予測(連想)結果に基づいて、現在の時刻での入力パターンを修正して、認識することが、パターン系列の空間的変動に耐えることのできる理由である。最急降下法を適用しての学習を取り入れていることが文献 [A1] でのバッチ学習を取り入れた予測機能の設定と異なっている。更に、SS理論に登場する“モデル構成作用素  $T$ 、類似度関数  $SM$ 、大分類関数  $BSC$ ”を使って、提案されたことがこれまでの他の研究者による研究内容と根本的に相違している。例えば、パターン時系列が変動しても、頑健な認識技術を提供することになることは、例えば、画素単位で単一の風景画像1枚を認識・理解するシステムRECOGNITRONに関し、計算機シミュレーションして得られた成果 [B26], [B29], [B30] から理解できよう。

計算機シミュレーションを介して、連想力学系SPATEMTRONの更なる改良を重ねて行かねばならない。

## 文 献 A

- [A1] 川嶋宏彰, 松山隆司: “連続状態モデル間の相互作用に基づく多視点動作認識”, 電子情報通信学会論文誌D-II, vol.J85-D-II, no.12, pp.1801-1812, Dec.2002
- [A2] U.Rajendra Acharya, P.Subbanna Bhat, S.S.Iyengar, Ashok Rao, Sumeet Dua: “Classification of heart rate data using artificial neural network and fuzzy equivalence relation”, Pattern Recognition, vol.36, pp.61-68, 2003
- [A3] 下條隆嗣: “シミュレーション物理学 6 カオス力学入門 古典力学からカオス力学へ”, 近代科学社, Sept.1992
- [A4] S Tzafestas, L Palios, F Cholin: “Diagnostic expert system inference engine based on the certainty factors model”, Knowledge-Based Systems, vol.7, no.1, pp.17-26, Mar.1994
- [A5] 桜井 明, 石井 好, 吉村和美, 高山文雄: “スプライン関数入門”, 東京電機大学出版局,

May 1991

[A6] 酒井幸市：“デジタル画像処理入門”，コロナ社，Aug.1998

## 文 献 B

- [B1] 鈴木昇一：“認識工学”，柏書房，Feb.1975
- [B2] 鈴木昇一：“ニューラルネットの新数理”，近代文芸社，Sept.1996
- [B3] 鈴木昇一：“パターン認識問題の数理的一般解決”，近代文芸社，June 1997
- [B4] 鈴木昇一：“認識知能情報論の新展開”，近代文芸社，Aug.1998
- [B6] 鈴木昇一：“手書き漢字の側抑制効果の分解とその計算機シミュレーション”，情報処理学会誌，vol.15, no.12, pp.927-934, Dec.1974
- [B7] 鈴木昇一：“画像情報量とその手書き漢字への応用”，画像電子学会誌，vol.4, no.1, pp.4-12, Apr.1975
- [B8] 鈴木昇一：“抽出された特徴による手書き漢字構造の再生”，情報処理学会誌，vol.18, no.11, pp.1115-1122, Nov.1977
- [B9] 鈴木昇一：“回転群と画像の分解・強調・構造化再構成に関する計算機シミュレーション”，情報研究（文教大学・情報学部），no.4, pp.36-56, Dec.1983
- [B10] 鈴木昇一：“連想形記憶器MEMOTRONと日本語単独母音系列の再生に関する計算機シミュレーション”，情報研究（文教大学・情報学部），no.7, pp.14-29, Dec.1986
- [B11] 鈴木昇一：“多変量解析に基づく大分類関数の決定とその計算機シミュレーション”，情報研究（文教大学・情報学部），no.10, pp.35-49, Dec.1989
- [B12] 鈴木昇一：“帰属係数法に基づく類似度，帰属関係あいまい度，認識情報量の計算機シミュレーション”，情報研究（文教大学・情報学部），no.11, pp.51-68, Dec.1990
- [B13] 鈴木昇一：“構造受精法と日本語単独母音の認識”，情報研究（文教大学・情報学部），no.18, pp.17-51, Dec.1998
- [B14] 鈴木昇一，前田英明：“有声破裂音の代表パターンの学習的決定と，その計算機シミュレーション”，情報研究（文教大学・情報学部），no.20, pp.77-95, Dec.1998
- [B15] 鈴木昇一，前田英明：“変動エントロピーによる有声破裂音の順序付けと，その計算機シミュレーション”，情報研究（文教大学・情報学部），no.21, pp.51-78, Mar.1999
- [B16] 鈴木昇一：“平均顔を用いた顔画像の2値化、並びに、目・鼻・口の抽出と、その計算機シミュレーション”，情報研究（文教大学・情報学部），no.22, pp.65-150, Dec.1999
- [B17] 鈴木昇一：“界面エネルギーの減少に伴うモデル構成作用素の，顔画像処理に関する計算機シミュレーション”，情報研究（文教大学・情報学部），no.23, pp.109-182, Mar.2000
- [B18] 鈴木昇一：“風景画から知識を抽出し、解釈するシステムの，ファジィ推論ニューラルネットによる構成”，情報研究（文教大学・情報学部），no.23, pp.183-265, Mar.2000
- [B19] 鈴木昇一：“各個人の感性を反映した認識システムRECOGNITRON”，情報研究（文教大学・情報学部），no. 24, pp.185-257, Dec.2000
- [B20] 鈴木昇一：“プロダクション・システムとしてのファジィ・マルチメディア・コンピュータと、空間多重パターンファジィ推論系”，情報研究（文教大学・情報学部），no.24, pp.105-183, Dec.2000

- [B21] 鈴木昇一：“SS大分類関数BSCの適応的構成への、計算論的学習理論の適用”，情報研究（文教大学・情報学部），no.25, pp.185-236, Mar.2001
- [B22] 鈴木昇一：“量子力学の諸原理，多段階量子認識系と，心理状態を取り入れた想起に基づく部分空間認識法”，情報研究（文教大学・情報学部），no.25, pp.237-282, Mar.2001
- [B23] 鈴木昇一：“Support Vector Machineを利用した大分類関数の構成”，情報研究（文教大学・情報学部），no.26, pp.1-62, Dec.2001
- [B24] 鈴木昇一：“2カテゴリ分類困難度の情報理論”，情報研究（文教大学・情報学部），no.26, pp.63-160, Dec.2001
- [B25] 鈴木昇一：“一般化類似度関数を用いた“導出原理による第1階述語推論”，情報研究（文教大学・情報学部），no.27, pp.27-71, Mar.2002
- [B26] 鈴木昇一，川俣博司，大槻善樹：“風景画の理解に関するJAVA言語によるRECOGNITRONの計算機シミュレーション”，情報研究（文教大学・情報学部），no.27, pp.73-109, Mar.2002
- [B27] 鈴木昇一：“遺伝的アルゴリズムにおける適合度比例選択戦略を利用した進化方程式の，パターン多段階変換に基づく認識への応用”，情報研究（文教大学・情報学部），no.28, pp.37-67, Dec.2002
- [B28] 鈴木昇一：“近傍を利用した音素認識のためのモデル構成作用素T，類似度関数SM，大分類関数BSCの諸構成と，SS不動点探索型多段階想起認識”，情報研究（文教大学・情報学部），no.28, pp.69-141, Dec.2002
- [B29] 鈴木昇一：“JAVA言語で実装化された画像理解システムIUSの動作概要と，その稼動方法”，情報研究（文教大学・情報学部），no.28, pp.143-165, Dec.2002
- [B30] 鈴木昇一，川俣博司，大槻善樹：“JAVA言語による計算機シミュレーションで生じた風景画像の理解場面での多段階連想形認識過程の異常現象”，情報研究（文教大学・情報学部），no.29, pp.123-166, Jul.2003
- [B31] 鈴木昇一：“パターン情報処理（モデル構成作用素，誤差逆伝播学習2層ニューラルネット）と，論理的含意とによる非単調的知識推論”，情報研究（文教大学・情報学部），no.29, pp.75-121, Jul.2003
- [B32] 鈴木昇一：“可分な一般抽象ヒルベルト空間でのK-L直交系の理論”，情報研究（文教大学・情報学部），no.29, pp.41-73, Jul.2003
- [B33] 鈴木昇一，佐久間拓也：“パターンモデルを用いた不動点探索形連想記憶システム方程式”，情報研究（文教大学・情報学部），no.15, pp.97-128, Dec.1994

**付録A. Axiom1～4を各々，満たさなければならないパターン集合，モデル構成作用素Tの対  $[\Phi, T]$ ，類似度関数SM，大分類関数BSC，カテゴリ選択関数CSF**

本付録では，処理の対象となる問題のパターン $\varphi$ の集合 $\Phi$ ，モデル構成作用素T，類似度関数SM，カテゴリ選択関数CSFについて説明される．対  $[\Phi, T]$  の満たされなければならないaxiom 1と，類似度関数SMの満たされなければならないaxiom 2も説明され， $\Phi$ の表示が明らかにされ， $\Phi$ が構成的集合であることが指摘される．更に，大分類関数BSCの満たされなければならないaxiom 3も説明される．カテゴリ選択関数CSFが満たされなければならないaxiom 4も説明され，CSFの構造がSM，BSCを用いて決定される．

### A1. axiom 1とパターン集合, モデル構成作用素 $T$

一般に, 処理の対象とする問題のパターン  $\varphi$  の集合  $\Phi$  は或る可分な [A1] な (separable) 一般抽象ヒルベルト空間  $\mathfrak{H}$  の零元  $0$  を含む或る部分集合である. 例えば,  $\bar{\eta}$  を  $\eta$  の複素共役として,

$$M; q \text{ 次元ユークリッド空間 } R^q \text{ の可測部分集合} \quad (\text{A1.1})$$

$$dm(x): \text{ 正値ルベーク・スティルチェス式測度} \quad (\text{A1.2})$$

$$x = \langle x_1, x_2, \dots, x_q \rangle \in M (\subseteq R^q): \text{ 実数値 } q \text{ 変数直交座標系} \quad (\text{A1.3})$$

を導入し, その内積  $(\varphi, \eta)$ , ノルム  $\|\varphi\|$  を,

$$(\varphi, \eta) = \int_M dm(x) \varphi(x) \cdot \bar{\eta}(x) \quad (\text{A1.4})$$

$$\|\varphi\| = \sqrt{(\varphi, \varphi)} \quad (\text{A1.5})$$

とする線形空間 (ベクトル空間) としての可分なヒルベルト空間  $\mathfrak{H} = L_2(M; dm)$  の特別な場合として,

$$M = R^2 \text{ (2次元全平面)} \quad (\text{A1.6})$$

$$dm(x) = [x_1^2 + x_2^2]^{-1} \cdot dx_1 dx_2 \quad (\text{A1.7})$$

を選ぶことができる [B7], [B9].

このような  $\Phi$ , 並びに, 写像

$$T: \Phi \rightarrow \Phi \quad (\text{A1.8})$$

は次の axiom 1 を満たさなければならない. このとき, 写像  $T$  はモデル構成作用素 (model-construction operator) と呼ばれ,  $T\varphi \in \Phi$  は  $\varphi \in \Phi$  の代りとなり得るという意味で, パターン  $\varphi \in \Phi$  のモデル (model) と呼ばれる.

下記の axiom 1 からわかるように, パターン集合  $\Phi$  は, 埋込性

$$T \cdot \Phi \equiv \{T\varphi | \varphi \in \Phi\} \subset \Phi \quad (\text{A1.9})$$

を満たし, 原点 (= 0) を始点とし,  $\Phi$  の任意の点を通る半直線を含むような集合, つまり, 錐であらねばならない. 下記の式 (A1.14) による  $\Phi$  の表示が正に  $\Phi$  が錐であることを明らかにしている.

Axiom 1 を満たすパターン集合  $\Phi$  は実は, 構成的集合 (constructible set) である. S.Suzuki はパターンというものが満たされなければならない帰納的定義から  $\Phi$  の集合論的再帰領域方程式 (axiom 1 を満たす最小の  $\Phi$  の表現式; set-theoretic reflective domain equation) を提案し, この方程式を解き,  $\Phi$  の構造を明らかにしている (文献 [B3] の 2.4 節). その結果は次のとおりである:

パターンと判明している元の集合 (基本領域; basic domain) (axiom 1 の (i) の前半から,  $0 \in \Phi_B$ ) を導入して, 集合論的再帰領域方程式

$$\Phi = \Phi_B \cup T \cdot \Phi \cup R^{++} \cdot \Phi \quad (\text{A1.10})$$

ここに,

$$T \cdot \Phi \equiv \{T\varphi | \varphi \in \Phi\} \quad (\text{A1.11})$$

$$R^{++} \text{ は正実数全体の集合} \quad (\text{A1.12})$$

$$R^{++} \cdot \Phi \equiv \{r^{++} \cdot \varphi | r^{++} \cdot R^{++}, \varphi \in \Phi\} \quad (\text{A1.13})$$

の解  $\Phi$  は

$$\Phi = R^{++} \cdot [\Phi_B \cup T \cdot \Phi_B] \quad (\text{A1.14})$$

と表示される (文献 [B3] の式 (2.56) を参照).  $\Phi$  の表示式 (A1.14) から, 明らかに, 2つの等式

$$(a) \quad T \cdot \Phi = T \cdot \Phi_B \subseteq \Phi$$

$$\therefore \text{ axiom 1 の (ii), (iii) の 2 後半} \quad (\text{A1.15})$$

$$(b) \quad R^{++} \cdot \Phi = \Phi (= R^{++} \cdot \Phi_B \cup R^{++} T \cdot \Phi_B)$$

$$\therefore \text{ axiom 1 の (ii) の後半} \quad (\text{A1.16})$$

が成り立つ.

**Axiom 1** (パターン集合  $\Phi$  とモデル構成作用素  $T$  との対  $[\Phi, T]$  の満たすべき公理)

(i) (零元の  $\Phi$ -包含性と, 零元の  $T$ -不動点性; fixed-point property of zero element under mapping  $T$ )

$$0 \in \Phi \wedge T0 = 0$$

(ii) ( $\Phi$  の錐性,  $T$  の正定数倍吸収性; cone property)

$$\forall \varphi \in \Phi, a \cdot \varphi \in \Phi \wedge T(a \cdot \varphi) = T\varphi$$

for any positive real number  $a$ .

(iii) ( $\Phi$  の埋込性 (embeddedness) と,  $T$  のベキ等性 (idempotent))

$$\forall \varphi \in \Phi, T\varphi \in \Phi \wedge T(T\varphi) = T\varphi$$

(iv) (写像  $T$  の非零写像性; non-zero mapping property of  $T$ )

$$\exists \varphi \in \Phi, T\varphi \neq 0$$

□

**A2. 処理の対象となる問題のパターン  $\varphi$  の集合  $\Phi$  とモデル構成作用素  $T$  との対  $[\Phi, T]$  の基本構成と, モデルと  $T\varphi$  と  $\varphi$  の間の同一知覚原理**

原パターン  $\varphi \in \Phi$  が如何なる意味を備えているか, つまり,  $\varphi$  が如何なる類概念 (category) を表しているかを決定する働きをもつのが, 認識システム RECOGNITRON である. RECOGNITRON がモデル  $T\varphi$  を見たり聞いたりしたならば, 原パターン  $\varphi \in \Phi$  と同じに見えたり聞こえたりすること (原パターン  $\varphi$  と錯覚し原パターン  $\varphi$  と同じように感性的に受容すること) だと, 解釈可能な対  $[\Phi, T]$  について説明しよう.

パターンモデル  $T\varphi$  を出力する式 (A1.8) の写像  $T$  に要求されるのは, 次の4性質①~④である [B3], [B4], [B6] :

① (零元不動点性; axiom 1 の (i))

$$\varphi = 0 \in \Phi \text{ については, } T\varphi = 0.$$

② (正定数倍不変性; axiom 1 の (ii) の後半)

任意の正実定数  $a$  に対し,

$$\forall \varphi \in \Phi, T(a \cdot \varphi) = T\varphi.$$

③ (ベキ等性; axiom 1 の (iii) の後半)

$$\forall \varphi \in \Phi, T(T\varphi) = T\varphi.$$

④ (非零写像性; axiom 1 の (iv))

$$\exists \varphi \in \Phi, T\varphi \neq 0.$$

□

上述の①~④は各々, A1章の axiom 1 の (i), (ii) の後半, (iii) の後半, (iv) である. 零元  $\varphi = 0 \in \Phi$  は背景も何も無いパターンである.

$\Phi$  は処理の対象とする問題のパターン  $\varphi$  の集合  $\Phi$  であり,  $T\varphi \in \Phi$  は  $\varphi \in \Phi$  に対応するパターンモデルであって, 原パターン  $\varphi \in \Phi$  と同じ空間  $\Phi$  に埋め込まれている. モデル  $T\varphi$  は,  $T\varphi \in \Phi$  を見たり聞いたりしたならばあたかも原パターン  $\varphi \in \Phi$  かのように見えたり聞こえたりするようなものである (同一知覚原理). この同一知覚原理を達成するために, SS理論 [B1] ~ [B6] では, 式 (A1.8) の写像であるモデル構成作用素  $T$  が導入され, 対  $[\Phi, T]$  は A1章の axiom 1 を満たしていなければならないことになる. このとき, 写像  $T$  はモデル構成作用素と呼ばれ,  $T\varphi \in \Phi$  は  $\varphi \in \Phi$  の代りとなり得るという意味で, パターン  $\varphi \in \Phi$  のパターンモデルと呼ばれる.

処理の対象とするパターン  $\varphi$  の集合  $\Phi$  は或る可分なヒルベルト空間  $\mathfrak{H}$  の, 零元  $0$  を含む或る部分

集合であり、この $\Phi$ 、並びに、式 (A1.8) の写像 $T$ の対 $[\Phi, T]$ は上記の4性質①～④ ((ii), (iii) の2後半、並びに (i), (iv)) を含む形で、A1章のaxiom 1をみたさなければならない。

次の定理A2.1は、axiom 1を満たす対 $[\Phi, T]$ を決定している。

[定理A2.1] (パターン集合 $\Phi$ とモデル構成作用素 $T$ との対 $[\Phi, T]$ の構成定理)

パターンと判明している $\varphi$ 集合(基本領域) $\Phi_B (\ni 0)$ と、すべての正実定数の集合 $R^{++}$ とを用意する。

式 (A1.8) の写像 $T$ がaxiom 1の (i), (ii), (iii) の3後半、並びに、(iv) を満たすとしよう。このとき、次の (イ), (ロ) が成り立つ:

(イ) 処理の対象とする問題のパターンの集合 $\Phi$ を、式 (A1.14) の如く設定すれば、2式 (A1.15), (A1.16) が成立し、axiomの (i), (ii), (iii) の3前半を $\Phi$ は満たし、結局、対 $[\Phi, T]$ はaxiom 1を満たす。

(ロ) 逆に、 $(0 \in) \Phi_B$ を部分集合に持つ $\Phi$ がaxiom 1の (i), (ii), (iii) の3前半を満たすとすれば、  

$$\Phi \ni \Phi_B \cup R^{++} \cdot \Phi \cup T \cdot \Phi \quad (\text{A2.1})$$

が成立するが、ここで、特に、包含式(A2.1)において等号が成立するような最小の $\Phi$ を採用すれば、つまり、領域方程式 (A1.10) の成立を仮定すれば、axiom 1を満たす対 $[\Phi, T]$ の $\Phi$ は式 (A2.14) のように表され、2式 (A1.15), (A1.16) も成立する。

(証明) (イ) は文献 [B4], 付録1の定理A1.1である。(ロ) は文献 [B3], pp.64-66 (2.4節) で証明されている。□

### A3. axiom 2と類似度関数SM

任意のパターン $\varphi \in \Phi$ が記憶されている代表的なパターンからなる有限個の元からなる集合 $\Omega$ 内の任意の代表パターン $\omega$ とどの程度似ているか、違っていかを計量する手段を設定することが、認識の働きを確保するために必要とされる。類似性計量のための手段が類似度関数SMである。

“正常なパターン”(well-formed pattern) は、ある1つのカテゴリ(category)  $\mathfrak{C}_j$  (第 $j \in J$ 番目の類概念) のみに帰属しているものとし、このような $\mathfrak{C}_j$ の集まり(有限集合)

$$\mathfrak{C}(J) = \{\mathfrak{C}_j | j \in J\} \quad (\text{A3.1})$$

を想定する。 $\mathfrak{C}_j$ の備えている性質を典型的に持っている代表パターン(prototypical pattern)  $\omega_j (\neq 0)$ を1つ選定する。 $\mathfrak{C}_j$ は、典型(prototype)としての代表パターン $\omega_j$ を中心とした緩やかなカテゴリであることを仮定したことに注意しておく。ここに、

$$\Omega \equiv \{\omega_j | j \in J\} \subset \Phi \quad (\text{A3.2})$$

が式 (A3.1) の全カテゴリ集合 $\mathfrak{C}$ に対応する代表パターンの集合である。式 (A3.2) の系 $\Omega$ は、

$$\text{複素定数 } a_j \text{ の組 } \{a_j | j \in J\} \text{ について } \sum_{j \in J} a_j \cdot \omega_j = 0 \Rightarrow \forall j \in J, a_j = 0 \quad (\text{A3.3})$$

が成立しているという意味で、1次独立(linearly independent) でなければならない。 $\Omega$ を視察で決定できる場合があるが、訓練パターン系列から $\Omega$ を適応的に決定する方法については、文献 [B3] の付録Iで説明されている。

Axiom 1を満たす式 (A1.1) のモデル構成作用素 $T$ によって、式 (A3.2) の代表パターン集合 $\Omega$ が変換されて得られる系

$$T \cdot \Omega \equiv \{T\omega | \omega \in \Omega\} = \{T\omega_j | j \in J\} \quad (\text{A3.4})$$

も1次独立であると要請する。このとき、類似度関数(similarity-measure function)

$$SM : \Phi \times \Omega \rightarrow \{s \mid 0 \leq s \leq 1\} \quad (\text{A3.5})$$

を導入し、

$SM(\varphi, \omega_j) = 1, 0$  に従って、パターン  $\varphi \in \Phi$  は各々、 $\omega_j$  と確定的な類似度関係、相違関係にあり、また、 $0 < SM(\varphi, \omega_j) < 1$  の場合は、あいまいな類似・相違関係にある (A3.6)

と、SM を解釈しよう。

式 (A3.5) の関数 SM は次の axiom 2 を満たすように構成されねばならない。Axiom 2 の (i) では、クロネッカー (Kronecker) の  $\delta$  記号

$$\delta_{ij} = 1 \quad \text{if } i = j, = 0 \quad \text{if } i \neq j \quad (\text{A3.7})$$

が導入されているが、特に axiom 2 の (i) なるこの直交性は、候補カテゴリの分離・抽出が効果的に行われ、

候補カテゴリの鋭利な削減 (a sharp reduction) (A3.8)

をもたらすために要請されている。

Axiom 2 (類似度関数 SM の満たすべき公理)

(i) (正規直交性; orthonormality)

$$\forall i, \forall j, SM(\omega_i, \omega_j) = \delta_{ij}.$$

(ii) (規格化条件, 確率性, 正規性; probability condition, normalization)

$$\forall \varphi \in \Phi, \sum_{j \in J} SM(\varphi, \omega_j) = 1.$$

(iii) (写像 T の下での不変性; invariance under mapping T)

$$\forall \varphi \in \Phi, \forall j \in J, SM(T\varphi, \omega_j) = SM(\varphi, \omega_j) \quad \square$$

上述の axiom 2 の (i) ~ (iii) について簡単に説明しておこう。

SM の解釈式 (A3.6) の下で、(i) は、相異なるカテゴリの代表パターン同士は確定的な相違関係にあり、同一カテゴリの代表パターン同士は確定的な類似度関係にあることを要請している。(ii) は、任意のパターン  $\varphi$  について、すべてのカテゴリについての類似度の総和は 1 であることを要請している。(iii) は、パターンモデル  $T\varphi$  は原パターン  $\varphi$  と任意のカテゴリについて同一類似度を持つことを要請している。ということは、パターンモデル  $T\varphi$  を見たり、聞いたりするならば、原パターン  $\varphi$  と同じように見えたり、聞こえたりすること (同一知覚原理; A2章を参照) を要請していることになる。

尚、第  $j \in J$  番目のカテゴリ  $\mathfrak{C}_j$  の生起確率である非負実数  $p(\mathfrak{C}_j)$  を、2 条件

$$[\forall j \in J, 0 < p(\mathfrak{C}_j) < 1] \wedge [\sum_{j \in J} p(\mathfrak{C}_j) = 1] \quad (\text{A3.9})$$

を満たすものとして導入しておく。

#### A4. axiom 3 と大分類関数

本章では、ある 1 つのカテゴリに帰属するかどうかを決定する 2 カテゴリ分類器としての大分類関数 BSC は、axiom 3 を満たすように構成されなければならないことが説明される。

式 (A3.5) の類似度関数 SM が式 (A3.8) でいう“候補カテゴリの鋭利な削減”を持つためには、axiom 2, (i) の正規直交性を満たす必要があることが A3. で指摘されたが、 $SM(\varphi, \omega_j)$  の代りに  $SM(\varphi, \omega_j) \cdot BSC(\varphi, j)$  を用いれば、パターン  $\varphi$  が帰属するかも知れない候補カテゴリを益々、鋭利に削減できると期待される。

大分類関数 (rough classifier, binary-state classifier) と呼ばれる 2 値関数

$$BSC : \Phi \times J \rightarrow \{0, 1\} \quad (\text{A4.1})$$

を、次のaxiom 3を満たすものとして導入し、解釈

パターン  $\varphi \in \Phi$  の帰属する候補カテゴリの1つが第  $j \in J$  番目の  $\mathfrak{C}_j$  であるならば、  
 $BSC(\varphi, j) = 1$  であることが望ましい (A4.2)

を採用しよう。この際、注意すべきは、

$BSC(\varphi, j) = 0$  であっても、パターン  $\varphi \in \Phi$  の帰属する候補カテゴリの1つは、第  $j \in J$  番目の  $\mathfrak{C}_j$   
 でないとは限らない (A4.3)

としていることである。また、axiom 3の (i) からわかるように、カテゴリ間の相互排除性  
 (the mutual exclusion of the one category from the other categories)

$$\forall j \in J, \forall i \in J - \{j\}, BSC(\omega_j, i) = 0 \quad (\text{A4.4})$$

を公理として要請していない事実注意到しておこう。この事実を補うのが実は、式 (A3.5) の類似度関数 SM が満たさなければならないとしている axiom 2の (i) (正規直交性) である。

Axiom 3 (大分類関数 BSC の満たすべき公理)

(i) (カテゴリ抽出能力; category separability)

$$\forall j \in J, BSC(\omega_j, j) = 1.$$

(ii) (写像 T の下での不変性; invariance under mapping T)

$$\forall \varphi \in \Phi, \forall j \in J, BSC(T\varphi, j) = BSC(\varphi, j) \quad \square$$

#### A5. axiom 4と、カテゴリ選択関数 CSF の構造形式

認識システム RECOGNITRON がパターン  $\varphi \in \Phi$  に対し、

「パターンが、式 (A3.1) の全カテゴリ集合  $\mathfrak{C}_j$  の部分集合

$$\mathfrak{C}(\gamma) \equiv \{\mathfrak{C}_j | j \in \gamma\} \quad (\text{A5.1})$$

内の何れか1つのカテゴリに帰属する可能性がある」 (A5.2)

という“パターン  $\varphi \in \Phi$  のカテゴリ帰属知識 (categorical membership-knowledge)”を持っているとする。この知識を、

$$\langle \varphi, \gamma \rangle \in \langle \Phi, 2^J \rangle \quad (\text{A5.3})$$

と表す。

$$\langle \Phi, 2^J \rangle \equiv \{\langle \varphi, \gamma \rangle | \varphi \in \Phi, \gamma \in 2^J\} \quad (\text{A5.4})$$

は、カテゴリ帰属知識空間 (categorical membership-knowledge space) と呼ばれ、すべてのパターン  $\varphi \in \Phi$  と、すべてのカテゴリ番号のリスト  $\gamma \in 2^J$  とのなす順序の付いた対リスト (an ordered pair list)  $\langle \varphi, \gamma \rangle$  の集合である。

カテゴリ選択関数 (category-selection function) と呼ばれる写像

$$CSF: \Phi \times 2^J \rightarrow 2^J \quad (\text{A5.5})$$

は、包含関係 (inclusion relation)

$$\forall \varphi \in \Phi, \forall \gamma \in 2^J, CSF(\varphi, \gamma) \subseteq \gamma \subseteq J \in 2^J \quad (\text{A5.6})$$

を満たし、然も、次のaxiom 4を満たすものとして、設定されるところ。

Axiom 4 (カテゴリ選択関数 CSF の満たすべき公理)

(i)  $\varphi = 0 \vee \gamma = \phi$  の場合

如何なるカテゴリ番号  $k \in \gamma$  も  $\langle \varphi, \gamma \rangle$  の有効な候補カテゴリの番号ではない。

(ii)  $\varphi \neq 0 \wedge \gamma \neq \phi$  で、かつ、 $SM(\varphi, \omega_k) = 0 \wedge BSC(\varphi, k) = 0$  の場合

カテゴリ番号  $k \in \gamma$  は、 $\langle \varphi, \gamma \rangle$  の有効な候補カテゴリの番号ではない

(iii)  $\varphi \neq 0 \wedge r \neq \psi$  であり, かつ  $\sum_{k \in \gamma} \text{BSC}(\varphi, k) = 0$  の場合

$\text{BSC}(\varphi, k) = 0$  であっても,  $\text{SM}(\varphi, \omega_k) > 0$  であるようなカテゴリ番号  $k \in \gamma$  は,  $\langle \varphi, \gamma \rangle$  の有効な候補カテゴリの番号ではある.

(iv)  $\varphi \neq 0 \wedge r \neq \psi$  であり, かつ  $\sum_{k \in \gamma} \text{BSC}(\varphi, k) > 0$  の場合

(iv-1)  $\text{BSC}(\varphi, k) = 0$  なるカテゴリ番号  $k \in \gamma$  は,  $\text{SM}(\varphi, \omega_k) > 0$  であっても,  $\langle \varphi, \gamma \rangle$  の有効な候補カテゴリの番号ではない.

(iv-2),  $\text{SM}(\varphi, \omega_k) = 0$  であっても  $\text{BSC}(\varphi, k) = 1$  なるカテゴリ番号  $k \in \gamma$  は,  $\langle \varphi, \gamma \rangle$  の有効な候補カテゴリの番号ではない. □

次の定理A4.1では, 式 (A5.1) の写像CSFは, 式 (A2.5) の類似度関数SM, 式 (A3.1) の大分類関数BSCを使用する形式で,

その定義域が  $\Phi \times 2^J$  であり, その値域が, パターン  $\varphi \in \Phi$  のカテゴリ帰属知識  $\langle \varphi, \gamma \rangle \in \langle \Phi, 2^J \rangle$  の“有効な”候補カテゴリの番号リスト (a list of significant category-numbers) の集合である (A5.7) の如く, 構成されている.

次の定理A4.1は, axiom 4を満たすように, 式 (A5.5) のカテゴリ選択関数CSFの構造を決定したものである.

[定理A4.1] (カテゴリ選択関数CSFの構成定理)

次のように定義される式 (A5.5) の1つの写像CSFは式 (A5.2) と上述のaxiom 4を満たす:

(i)  $\varphi = 0 \vee \varphi = \phi$  の場合

$$\text{CSF}(\varphi, \gamma) = \phi \tag{A5.8}$$

(ii)  $\varphi \neq 0 \wedge \gamma \neq \phi$  の場合

$$\text{CSF}(\varphi, \gamma) = \begin{cases} \{k \in \gamma \mid \text{SM}(\varphi, \omega_k) > 0\} & \text{if } \sum_{k \in \gamma} \text{BSC}(\varphi, k) = 0 \end{cases} \tag{A5.9}$$

$$\begin{cases} \{k \in \gamma \mid \text{SM}(\varphi, \omega_k) > 0\} \wedge \text{BSC}(\varphi, k) = 1\} & \text{if } \sum_{k \in \gamma} \text{BSC}(\varphi, k) > 0 \end{cases} \tag{A5.10}$$

(証明) 文献 [B3] の定理E1である. □

定理A4.1の写像CSFについて, 次のように解釈できる:

処理の対象とするパターン  $\varphi \in \Phi$  がカテゴリ  $\mathfrak{C}_j$ ,  $j \in \gamma$  の何れか1つに帰属する可能性があると思定した場合, 更に絞り込んで, その内のカテゴリ  $\mathfrak{C}_j$ ,  $j \in \text{CSF}(\varphi, \gamma) \subseteq \gamma$  の何れか1つに帰属する可能性があると思定できる機能を備え, その出力  $\text{CSF}(\varphi, \gamma)$  はパターン  $\varphi \in \Phi$  の有効な候補カテゴリの番号のリストを与えている. (A5.11)

## 付録B. 連想器SPATEMTRONを利用しての, 想起形認識器RECOGNITRONの改良

本付録Bでは, 単一のパターン  $\varphi \in \Phi$  についての想起形認識器RECOGNITRONの認識性能を改良するため, 連想器SPATEMTRONの予測機能を利用する方法が研究される.

### B1. 力学系

力学系

$$\varphi_{(t+1)} = T((1 - \epsilon_{(t+1)}) \cdot A(\mu_t) T\varphi_{(t)} + \epsilon_{(t+1)} \cdot AT\{\varphi_{(t)}, \eta_{(t+1)}\}), t = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{B1.1})$$

ここに,

$$\epsilon_{(t+1)}|_{t=0} = 1 \quad (\text{B1.2})$$

$$\epsilon_{(t+1)} = 0 \quad \text{for } t = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{B1.3})$$

を考えてみよう.

認識処理の対象とする問題の入力パターンを  $\varphi \in \Phi$  とする.

外部から入力されるパターン列

$$\eta_{(1)}, \eta_{(2)}, \eta_{(3)}, \dots, \eta_{(t)}, \dots \quad (\text{B1.4})$$

については, 認識処理の対象とする問題の入力パターン  $\varphi \in \Phi$  のモデル  $T\varphi \in \Phi$  のみを入力するように,

$$\eta_{(1)} = T\varphi \quad (\text{B1.5})$$

$$\eta_{(t)} = 0 \quad \text{for } t = 2, 3, \dots \quad (\text{B1.6})$$

のごとく, 設定する. 更に, 初期内部状態  $\varphi_{(t)}|_{t=0}$  についても, 入力パターン  $\varphi \in \Phi$  のモデル  $T\varphi$  のごとく,

$$\varphi_{(t)}|_{t=0} = T\varphi \quad (\text{B1.7})$$

と設定すると,

$$\varphi_{(1)} = T(AT\{\varphi_{(0)}, \eta_{(1)}\}) = T(A\{T\varphi, T\varphi\}) \quad (\text{B1.8})$$

$$\varphi_{(t+1)} = T(A(\mu_t) T\varphi_{(t)}) \quad \text{for } t = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{B1.9})$$

であることがわかる.

$\varphi_{(1)}$  は, 連想器 SPATEMTRON の予測機能を利用して, モデル  $T\varphi$  を整形化したものを予測したものである.

$\varphi_{(t)}$  for  $t = 2, 3, \dots$  は, 認識器 RECOGNITRON による想起認識機能を利用したものである. カテゴリ番号リスト  $\mu_t (\subseteq J)$  の系列

$$\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_t, \dots \subseteq J \quad (\text{B1.10})$$

が帰納推理の働きで適切に設定されると, 入力パターン  $\varphi \in \Phi$  が第  $j \in J$  番目のカテゴリ  $\mathfrak{C}_j$  に帰属しているならば,

$$\varphi_{(t)} \rightarrow T\omega_j (t \rightarrow \infty) \quad (\text{B1.11})$$

が期待される.

## B2. 予測のための結合荷重の学習

2条件 (B1.2), (B1.3) の下での, 式 (B1.1) の認識力学系について, 2式 (B1.5), (B1.7) の設定を代入すれば, 予測結果  $AT\{\varphi_{(t)}, \eta_{(t+1)}\}$  の定義式 (3.10), (3.11) から,

$$AT\{\varphi_{(0)}, \eta_{(1)}\} = A\{T\varphi, T\varphi\} = \quad (\text{B2.1})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j \in J} SM(T\varphi, \omega_j) \cdot BSC(T\varphi, j) \cdot \sum_{\ell \in L} v(j; T\varphi, \ell) \cdot \psi_{\ell}' \\ \quad \text{if } \sum_{j \in J} BSC(T\varphi, j) > 0 \end{array} \right. \quad (\text{B2.2})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j \in J} SM(T\varphi, \omega_j) \cdot \sum_{\ell \in L} v(j; T\varphi, \ell) \cdot \psi_{\ell}' \\ \quad \text{if } \sum_{j \in J} BSC(T\varphi, j) > 0 \end{array} \right. \quad (\text{B2.3})$$

であることがわかる. 何故ならば, axiom 1 の (iii) の後半  $T \cdot T = T$  が成立しているからである.

予測のための結合荷重  $a(j, l; k)$  を学習する方法を以下に説明しよう.

$\varphi$  が第  $j \in J$  番目のカテゴリ  $\mathfrak{C}_j$  に帰属している場合, 第  $\ell \in L$  番目の成分以外の特徴量

$$u(T\varphi, k), k \in L - \{\ell\} \quad (\text{B2.4})$$

から第  $\ell \in L$  番目の特徴量  $u(T\varphi, \ell)$  を  $v(j; T\varphi, \ell)$  として予測することを目的とする, 式 (3.89) に対応する量

$$v(j; T\varphi, \ell) = \sum_{k \in L - \{\ell\}} a(j, \ell; k) \cdot u(T\varphi, k) \quad (\text{B2.5})$$

内の荷重  $a(j, \ell; k)$  を

$$e(j; s) = \sum_{\ell \in L} 2^{-1} \cdot |v(j; T\varphi, \ell) - u(T\varphi'(s), \ell)|^2 \quad (\text{B2.6})$$

が出来るだけ, 小になるように, 逐次的最急降下法で, 訓練パターンの系列

$$\varphi_{(1)}', \varphi_{(2)}', \varphi_{(3)}', \dots, \varphi_{(s)}', \dots \quad (\text{B2.7})$$

を用い, 決定する. ここに,  $\varphi'(s) \in \Phi (s = 1, 2, 3, \dots)$  は第  $j \in J$  番目のカテゴリ  $\mathfrak{C}_j$  に帰属している或るパターン, 例えば, 式 (A3.2) の代表パターン集合  $\Omega$  内の  $\omega_j$  である. 具体的には,

$$\varphi_{(s)}' = \omega_j \quad \text{for } s = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{B2.8})$$

と, 設定すればよい.

式 (B2.5) 内の荷重  $a(j, \ell; k)$  を最急降下学習するには, 次のようにすればよい. 更新式

$$a(j, \ell; k)_{s+1} = a(j, \ell; k)_s + \Delta a(j, \ell; k)_s, \quad s = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{B2.9})$$

を用意し,

$$a(j, \ell; k) = \lim_{s \rightarrow \infty} a(j, \ell; k)_s \quad (\text{B2.10})$$

と, 荷重  $a(j, \ell; k)$  を決定すればよい. 式 (B2.9) 内の更新分  $\Delta a(j, \ell; k)$  は, 式 (3.96) を参考にして,

$$\Delta a(j, \ell; k)_s = -\epsilon(j; s, \ell) \cdot \partial e(j, s) / \partial a(j, \ell; k)_s \quad (\text{B2.11})$$

と設定すればよい. ここに,  $\epsilon(j; s, \ell)$  は, 極限式 (3.94) を満たす正值関数である.

式 (3.99) と同様な式を使って, 計算した結果は次の通りである.

$$\Delta a(j, \ell; k)_s = \begin{cases} -\epsilon(j; s, \ell) \cdot [v(j; T\varphi, \ell) - u(T\varphi'(s), \ell)] \cdot u(T\varphi, k) & \text{if } k \neq \ell \\ 0 & \text{if } k = \ell \end{cases} \quad (\text{B2.11})$$

式 (B2.11) は, 次のように計算される.

$$\begin{aligned} \Delta a(j, \ell; k)_s &= -\epsilon(j; s, \ell) \cdot \sum_{m \in L} [v(j; T\varphi, m) - u(T\varphi'(s), m)] \cdot \partial v(j; T\varphi, m) / \partial a(j, \ell; k)_s \\ &= -\epsilon(j; s, \ell) \cdot \sum_{m \in L} [v(j; T\varphi, m) - u(T\varphi'(s), m)] \cdot \delta_{lm} \cdot \sum_{q \in L - \{\ell\}} \delta_{kq} \cdot u(T\varphi, q) \end{aligned}$$

の最終項を計算すれば, 式 (B2.11) となることは, 直ちにわかる. □

### B3. 認識過程

SPATEMTRONの予測機能 (連想機能), RECOGNITRONの想起機能を利用した認識過程

$$\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{(t)}, \varphi_{(t+1)}, \dots \in \Phi \quad (\text{B3.1})$$

が得られ, 認識処理の対象とする問題の入力パターン  $\varphi \in \Phi$  が認識されることになる.

## 付録C. Three-layer backpropagation learning network

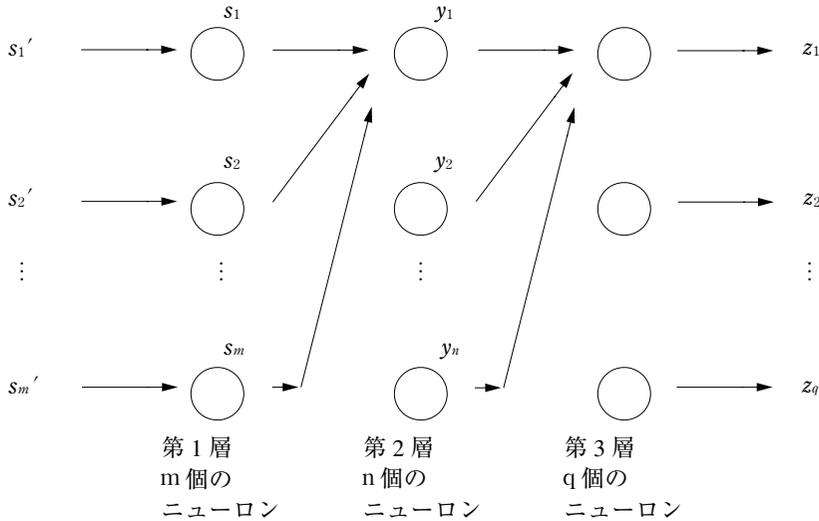
本付録Cでは, 文献 [A2] の3層ニューラルネットを一般化し, axiom 2,3を各々, 満たす類似度関

数SM, 大分類関数BSCを設計する基礎を確立する. 尚, 一般の, 4層以上の多層ニューラルネットの設計法については, 文献 [B2] で研究されている.

### C1. 3層ニューラルネットの稼働動作と, 誤差逆伝播学習の動作

#### C1.1 3層ニューラルネットの稼働動作

本節では, 3層ニューラルネットが稼働しているときの動作を方程式で記述する.



図C.1 第1層がm個のニューロンからなり, 第2層がn個のニューロンからなり, 第3層がq個のニューロンからなる3層ニューラルネット

Fig.C.1 Three-layer backpropagation learning network, where the first layer consists of  $m$  neurons, the second layer  $n$  neurons, and the third layer  $q$  neurons.

第1層がm個のニューロンからなり, 第2層がn個のニューロンからなり, 第3層がq個のニューロンからなる3層ニューラルネットを考えよう. そのネットワーク稼働方程式は,

$$s_i = h_i(s_i') : \text{第1層 (入力層) 内の第}i\text{番目のニューロンからの出力}(i = 1 \sim m) \quad (\text{C1.1})$$

$$y_j = f_j \left( \sum_{i=1}^m w_{ji} \cdot s_i - a_j \right) : \text{第2層 (隠れ層, 或いは, 中間層) 内の第}j\text{番目ニューロンからの出力} \\ (j = 1 \sim n) \quad (\text{C1.2})$$

$$z_k = g_k \left( \sum_{j=1}^n v_{kj} \cdot y_j - b_k \right) : \text{第3層 (出力層) 内の第}k\text{番目のニューロンからの出力}(k = 1 \sim q) \quad (\text{C1.3})$$

である. ここに,

$$h_i, f_j, g_k : \text{第1, 2, 3層のニューロン発火関数 (activation function)} \quad (\text{C1.4})$$

$$s' = \text{col}(s_1', s_2', \dots, s_m') \text{ (}m\text{次元縦ベクトル)} : \text{第1層への入力} \quad (\text{C1.5})$$

$s = \text{col}(s_1, s_2, \dots, s_m)$  (m次元縦ベクトル) : 第1層からの出力であり, 同時に第2層への入力 (C1.6)

$y = \text{col}(y_1, y_2, \dots, y_n)$  (n次元縦ベクトル) : 第2層からの出力であり, 同時に第3層への入力 (C1.7)

$z = \text{col}(z_1, z_2, \dots, z_q)$  (q次元縦ベクトル) : 第3層からの出力 (C1.8)

### C1.2 3層ニューラルネットの稼働動作 (誤差逆伝播による逐次的学習法)

本節では, 3層ニューラルネットが学習しているときの動作を方程式で記述する. つまり, 本節では, 具体的に, 訓練事例 (学習に利用される入力とその理想出力との対) が入力される毎にその都度逐次的に  $w_{ji}, a_j, v_{kj}, b_k$  を更新するのに必要な諸公式が示される.

#### C1.2.1 逐次学習の目標

前章の3層ニューラルネットをbackpropagation learning network (BPLN) とみなす.

時刻  $t (= 1, 2, \dots)$  に, 〈訓練入力, その訓練入力から得られなければならない理想出力〉という対としての訓練事例 (training example)

$$\langle s', do \rangle \quad (C1.9)$$

を与える. ここに,

$$s' = \text{col}(s'_1, s'_2, \dots, s'_m) \text{ (m次元縦ベクトル)} \quad (C1.10)$$

は訓練入力 (training input) であり,

$$do = \text{col}(do_1, do_2, \dots, do_q) \text{ (q次元縦ベクトル)} \quad (C1.11)$$

はこの訓練入力  $s'$  を入力したとき, 得られなければならない理想出力 (desired output) である.

目標は, 時刻  $t$  での現実出力 (actual output)  $z$  の各成分  $z_k$  が出来るだけ理想出力  $do$  の各成分  $do_k$  と一致するように, つまり, 時刻での適応誤差  $z_k - do_k$  の自乗  $[z_k - do_k]^2$  を第3層内のすべての出力ニューロンにわたり最小とするように, つまり,

$$E(t) \equiv E(t; \langle s', do \rangle) \equiv \sum_{k=1}^q 2^{-1} \cdot [z_k - do_k]^2 \rightarrow \min \quad (C1.12)$$

が成立するように, 各重み, 各閾値

$$w_{ji}, a_j, v_{kj}, b_k \text{ (} i=1 \sim m, j=1 \sim n, k=1 \sim q \text{)} \quad (C1.13)$$

を, 最急降下法 (method of steepest descent) を適用した誤差逆伝播学習の逐次法 ( $t=1, 2, \dots$ ) で求めることである. C1.2.2項に, その結果を示し, C1.2.3項でその誘導が示される.

総目標は, 勿論, 全時刻での適応誤差の自乗の総和を最小とすること, つまり,

$$E \equiv \sum_{t=1}^{\infty} E(t) = \sum_{t=1}^{\infty} E(t; \langle s', do \rangle) \rightarrow \min \quad (C1.14)$$

である.

#### C1.2.2 誤差逆伝播逐次学習における重み・閾値の更新式

時刻  $t (= 1, 2, 3, \dots)$  での訓練事例  $\langle s', do \rangle$  と, 現実出力  $z$  とを用い, 逐次更新式

$$w_{ji}(t+1) = w_{ji}(t) + \Delta w_{ji}(t) \text{ (第2層, つまり, 隠れ層或いは, 中間層の重みの更新式)} \quad (C1.15)$$

$$a_j(t+1) = a_j(t) + \Delta a_j(t) \text{ (第2層, つまり, 隠れ層或いは, 中間層の閾値の更新式)} \quad (C1.16)$$

$$v_{kj}(t+1) = v_{kj}(t) + \Delta v_{kj}(t) \text{ (第3層, つまり, 出力層の重みの更新式)} \quad (C1.17)$$

$$b_k(t+1) = b_k(t) + \Delta b_k(t) \text{ (第3層, つまり, 出力層の閾値の更新式)} \quad (C1.18)$$

の形式で, 現在の時刻  $t$  での各重み, 各閾値

$$w_{ji}(t), a_j(t), v_{kj}(t), b_k(t) \text{ (} i=1 \sim m, j=1 \sim n, k=1 \sim q \text{)} \quad (C1.19)$$

を、1つだけ未来の各重み、各閾値

$$w_{ji}(t+1), a_j(t+1), v_{kj}(t+1), b_k(t+1) (i=1 \sim m, j=1 \sim n, k=1 \sim q) \quad (C1.20)$$

へと、更新する。勿論、現在の時刻 $t$ での現実出力 $z$ をもたらず第1層からの現在の時刻 $t$ での現実出力 $s$ 、第2層からの現在の時刻 $t$ での現実出力 $y$ をも使うことになる。

ここに、学習を開始するにあたって、学習開始前の $t=0$ のときの初期値については、

$$w_{ji}(0) = \frac{1}{m+1} \quad (C1.21)$$

$$a_j(0) = \frac{m}{m+1} = \frac{1}{\frac{1}{m}+1} \quad (C1.22)$$

$$v_{kj}(0) = \frac{1}{n+1} \quad (C1.23)$$

$$b_k(0) = \frac{n}{n+1} = \frac{1}{\frac{1}{n}+1} \quad (C1.24)$$

と設定すればよい。

次に、4つの正值関数 $\epsilon_{kj}(3;t)$ 、 $\epsilon_k(4;t)$ 、 $\epsilon_{ji}(1;t)$ 、 $\epsilon_j(2;t)$ の初期値を選ぶ。極限性質

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon_{kj}(t) = 0 \quad (C1.25)$$

が満たされていることが望ましい。残りの3正值関数 $\epsilon_k(4;t)$ 、 $\epsilon_{ji}(1;t)$ 、 $\epsilon_j(2;t)$ についても同様である。4つの正值関数 $\epsilon_{kj}(3;t)$ 、 $\epsilon_k(4;t)$ 、 $\epsilon_{ji}(1;t)$ 、 $\epsilon_j(2;t)$ の初期値を例えば、共に0.9と選ばばよい。

得られた4更新分

$$\Delta w_{ji}(t), \Delta a_j(t), \Delta v_{kj}(t), \Delta b_k(t) (i=i \sim m, j=1 \sim n, k=1 \sim q) \quad (C1.26)$$

の計算結果は、C1.2.3項によれば、次の通りである。

$$\Delta v_{kj}(t) = \epsilon_{kj}(3;t) \cdot [do_k - z_k] \cdot \left. \frac{dg_k(x)}{dx} \right|_{x = \sum_{j=1}^n v_{kj}(t) \cdot y_j - b_k(t)} \cdot y_j \quad (C1.27)$$

$$\Delta b_k(t) = \epsilon_k(4;t) \cdot [do_k - z_k] \cdot \left. \frac{dg_k(x)}{dx} \right|_{x = \sum_{j=1}^n v_{kj}(t) \cdot y_j - b_k(t)} \cdot (-1) \quad (C1.28)$$

$$\Delta w_{ji}(t) = \epsilon_{ji}(1;t) \cdot \left[ \sum_{k=1}^q v_{kj}(t) \cdot [do_k - z_k] \cdot \left. \frac{dg_k(x)}{dx} \right|_{x = \sum_{j=1}^n v_{kj}(t) \cdot y_j - b_k(t)} \right] \cdot \left. \frac{df_j(x)}{dx} \right|_{x = \sum_{i=1}^m w_{ji}(t) \cdot s_i - a_j(t)} \cdot s_i \quad (C1.29)$$

$$\Delta a_j(t) = \epsilon_j(2;t) \cdot \left[ \sum_{k=1}^q v_{kj}(t) \cdot [do_k - z_k] \cdot \left. \frac{dg_k(x)}{dx} \right|_{x = \sum_{j=1}^n v_{kj}(t) \cdot y_j - b_k(t)} \right] \cdot \left. \frac{df_j(x)}{dx} \right|_{x = \sum_{i=1}^m w_{ji}(t) \cdot s_i - a_j(t)} \cdot (-1) \quad (C1.30)$$

### C1.2.3 逐次学習式の誘導

本項では、4式(C1.27)～(C1.30)を導く。最急降下法を適用して、下記の①、②、③、④のように計算される。

$$\textcircled{1} \Delta v_{kj}(t) = -\epsilon_{kj}(3;t) \cdot \partial E(t) / \partial v_{kj}(t) \quad (C1.31)$$

$$= -\epsilon_{kj}(3;t) \cdot [z_k - do_k] \cdot \partial z_k / \partial v_{kj}(t)$$

$$= -\epsilon_{kj}(3;t) \cdot [z_k - do_k] \cdot \left. \frac{dg_k(x)}{dx} \right|_{x = \sum_{j=1}^n v_{kj}(t) \cdot y_j - b_k(t)} \cdot y_j \quad (C1.32)$$

$$= \epsilon_{kj} (3; t) \cdot [do_k - z_k] \cdot \left. \frac{dg_k(x)}{dx} \right|_{x = \sum_{j=1}^n v_{kj}(t) \cdot y_j - b_k(t)} \cdot y_j$$

$$\textcircled{2} \Delta b_k(t) = -\epsilon_k(4; t) \cdot \partial E(t) / \partial b_k(t) \tag{C1.33}$$

$$= -\epsilon_k(4; t) \cdot [z_k - do_k] \cdot \partial z_k / \partial b_k(t)$$

$$= -\epsilon_k(4; t) \cdot [z_k - do_k] \cdot \left. \frac{dg_k(x)}{dx} \right|_{x = \sum_{j=1}^n v_{kj}(t) \cdot y_j - b_k(t)} \cdot (-1) \tag{C1.34}$$

$$= \epsilon_k(4; t) \cdot [do_k - z_k] \cdot \left. \frac{dg_k(x)}{dx} \right|_{x = \sum_{j=1}^n v_{kj}(t) \cdot y_j - b_k(t)} \cdot (-1)$$

$$\textcircled{3} \Delta w_{jt}(t) = -\epsilon_{jt}(1; t) \cdot \partial E(t) / \partial w_{jt}(t) \tag{C1.35}$$

$$= -\epsilon_{ji}(1; t) \cdot \left[ \sum_{k=1}^q \frac{\partial E(t)}{\partial z_k} \cdot \frac{\partial z_k}{\partial y_j} \right] \cdot \frac{\partial y_j}{\partial w_{ji}(t)}$$

$$= -\epsilon_{ji}(1; t) \cdot \left[ \sum_{k=1}^q [z_k - do_k] \cdot \left. \frac{dg_k(x)}{dx} \right|_{x = \sum_{j=1}^n v_{kj}(t) \cdot y_j - b_k(t)} \cdot v_{kj}(t) \right] \cdot \left. \frac{df_j(x)}{dx} \right|_{x = \sum_{i=1}^m w_{ji}(t) \cdot s_i - a_j(t)} \cdot s_i \tag{C1.36}$$

$$= \epsilon_{ji}(1; t) \cdot \left[ \sum_{k=1}^q v_{kj}(t) [do_k - z_k] \cdot \left. \frac{dg_k(x)}{dx} \right|_{x = \sum_{j=1}^n v_{kj}(t) \cdot y_j - b_k(t)} \right] \cdot \left. \frac{df_j(x)}{dx} \right|_{x = \sum_{i=1}^m w_{ji}(t) \cdot s_i - a_j(t)} \cdot s_i$$

$$\textcircled{4} \Delta a_j(t) = -\epsilon_j(2; t) \cdot \partial E(t) / \partial a_j(t) \tag{C1.37}$$

$$= -\epsilon_j(2; t) \cdot \left[ \sum_{k=1}^q \frac{\partial E(t)}{\partial z_k} \cdot \frac{\partial z_k}{\partial y_j} \right] \cdot \frac{\partial y_j}{\partial a_j(t)}$$

$$= -\epsilon_j(2; t) \cdot \left[ \sum_{k=1}^q [z_k - do_k] \cdot \left. \frac{dg_k(x)}{dx} \right|_{x = \sum_{j=1}^n v_{kj}(t) \cdot y_j - b_k(t)} \cdot v_{kj}(t) \right] \cdot \left. \frac{df_j(x)}{dx} \right|_{x = \sum_{i=1}^m w_{ji}(t) \cdot s_i - a_j(t)} \cdot (-1) \tag{C1.38}$$

$$= \epsilon_j(2; t) \cdot \left[ \sum_{k=1}^q v_{kj}(t) \cdot [do_k - z_k] \cdot \left. \frac{dg_k(x)}{dx} \right|_{x = \sum_{j=1}^n v_{kj}(t) \cdot y_j - b_k(t)} \right] \cdot \left. \frac{df_j(x)}{dx} \right|_{x = \sum_{i=1}^m w_{ji}(t) \cdot s_i - a_j(t)} \cdot (-1)$$

### C1.3 ニューラルネットの発火関数の選定

各ニューロンの発火関数  $h_1, f, g_k$  としては、2 正実数パラメータ  $c, d$  をニューロン毎に変えて得られる次の関数を選べばよい。

$c > 0, d > 0$  という実定数を選び、

$$f(x) = \begin{cases} -d & \text{if } x \leq -c \\ \frac{d}{c} \cdot x & \text{if } -c < x < +c \\ +d & \text{if } x \geq +c \end{cases} \tag{C1.39}$$

と、選定する。例えば、 $c = 1, d = 1$  と選べばよい。尚、 $f(x)$  の導関数  $df(x)/dx$  は、

$$df(x)/dx = \begin{cases} \frac{d}{c} & \text{if } -c < x < +c \\ 0 & \text{if } x \leq -c \vee x \geq +d \end{cases} \tag{C1.40}$$

と計算される.

**C2. 発火関数  $f(x)$  として, シグモイド関数を選んでの, ニューラルネット学習法の簡単化**  
ニューラルネットの発火関数  $f(x)$  として, シグモイド関数

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}, \quad -\infty < x < +\infty \quad (\text{C2.1})$$

を選んでみよう. このとき,

$$df(x)/dx = f(x) \cdot [1-f(x)] \quad (\text{C2.2})$$

であるから, ニューラルネットの誤差逆伝播学習法は簡単になる. 結果は次の通りである.

2 媒介量

$$e_k = z_k (1 - z_k) (do_k - z_k) \quad (\text{C2.3})$$

$$e_j' = y_j (1 - y_j) \sum_{k=1}^q v_{kj} e_k \quad (\text{C2.4})$$

を設けると,

$$\Delta v_{kj}(t) = \epsilon_{kj}(3;t) \cdot y_j \cdot e_k \quad (\text{C2.5})$$

$$\Delta b_k(t) = -\epsilon_k(4;t) \cdot e_k \quad (\text{C2.6})$$

$$\Delta w_{ji}(t) = \epsilon_{ji}(1;t) \cdot s_i \cdot e_j' \quad (\text{C2.7})$$

$$\Delta a_j(t) = -\epsilon_j(2;t) \cdot e_j' \quad (\text{C2.8})$$

と, 簡単に式 (C1.26) の更新分は表される. 第3層の一般化された式 (C2.3) の各適応誤差  $e_k$  が第2層へ, 更に第1層へと伝播しながら,  $w_{ji}, a_j, v_{kj}, b_k$  が更新されることが更新分  $\Delta w_{ji}, \Delta a_j, \Delta v_{kj}, \Delta b_k$  の上記の4表現式 (C2.5) ~ (C2.8) からわかる.

## 付録D. 正規直交性, 零・非零性を満たす2写像 $q_j(T\cdot), r_j(T\cdot)$ の応用

本付録Dでは, axiom 2を満たす式 (A3.5) の類似度関数SMを構成する2つの方法 ( $q_j(T\cdot), r_j(T\cdot)$ ) を用いた2構成法)を示す.  $q_j(T\cdot), r_j(T\cdot)$  を構成した結果も示される. その応用として, 2つの想起作用素 (連想器) G, Hを構成する. G, Hを利用して, 類似度関数SMの類似性計量機能を改良する方法も研究される. SS理論 [B3], [B4] での構造受精作用素  $A(J)$  は想起写像であることが示される.

### D1. axiom 2を満たす類似度関数SMの2構成

#### D1.1 axiom 2を満たす類似度関数SMの構成 1

##### D1.1.1 写像 $q_j(T\cdot)$ による構成

正規直交性

$$q_j(T\omega_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases} \quad (\text{D1.1})$$

を満たす写像

$$q_j(T\cdot): \Phi \rightarrow Z \quad (\text{複素数全体の集合}) \quad (\text{D1.2})$$

が構成できたとする.  $q_j(T\varphi)$  は,  $T\varphi$  が  $T\varphi_j$  に似ている程度を表していると考えられる. をこのとき, 次の定理D1.1が成り立ち, axiom 2を満たす式 (A3.5) の類似度関数SMが構成されたことがわかる.

[定理D1.1] (類似度関数SMの構成定理1)

正規直交式 (D1.1) を満たす式 (D1.2) の写像  $q_j(T \cdot)$  を導入して,

$$SM(\varphi, \omega_j) =$$

$$\begin{cases} |q_j(T\varphi)|^2 / \sum_{i \in J} |q_i(T\varphi)|^2 \cdots \sum_{k \in J} |q_k(T\varphi)|^2 > 0 \text{ のとき} \\ p(\mathfrak{C}_j) \cdots \sum_{k \in J} |q_k(T\varphi)|^2 = 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (D1.3)$$

の如く定義される式 (A3.5) の類似度関数SMは, axiom 2を満たす.

(証明) axiom 2の (i), (ii), (iii) の成立を示す.

axiom 2の (i) (正規直交性) の成立: クロネッカー (Kronecker) のデルタ記号

$$\delta_{ij} = 1 \quad \text{if } i = j, = 0 \quad \text{if } i \neq j \quad (D1.4)$$

を導入する.

$$SM(\omega_i, \omega_j) = \delta_{ij} \quad (D1.5)$$

を示す.

$$\begin{aligned} SM(\varphi, \omega_j) &= |q_j(T\varphi)|^2 / [|q_j(T\varphi)|^2 + \sum_{i \in J - \{j\}} |q_i(T\varphi)|^2] \end{aligned} \quad (D1.6)$$

において,  $\varphi = \omega_j$  とおけば,

$$SM(\omega_j, \omega_j) = 1 / [1 + \sum_{k \in J - \{j\}} 0] = 1 \quad (D1.7)$$

が得られ,

$$\begin{aligned} SM(\varphi, \omega_j) &= |q_j(T\varphi)|^2 / [|q_j(T\varphi)|^2 + \sum_{k \in J - \{j\}} |q_k(T\varphi)|^2] \end{aligned} \quad (D1.8)$$

において,  $\varphi = \omega_i$  ( $i \neq j$ ) とおけば,

$$SM(\omega_i, \omega_j) = 0 / [1 + \sum_{k \in J - \{i\}} 0] = 0 \quad (D1.9)$$

が得られる.

axiom 2の (ii) (規格化性) の成立:

$$\forall \varphi \in \Phi, \sum_{j \in J} SM(\varphi, \omega_j) = 1 \quad (D1.10)$$

の成立は, SMの定義式 (D1.3) より明らか.

axiom 2の (iii) (T-不変性) の成立: 式 (D1.28) より,

$$\forall \varphi \in \Phi, \forall j \in J, q_j(T(T\varphi)) = q_j(T\varphi) \quad (D1.11)$$

が成り立ち, よって, SMの定義式 (D1.3) を考慮すれば,

$$\forall \varphi \in \Phi, \forall j \in J, SM(T\varphi, \omega_j) = SM(\varphi, \omega_j) \quad (D1.12)$$

が成り立つ. □

尚, 式 (D1.2) の写像  $q_j(T \cdot)$  については, 2つのパターン  $\varphi_1, \varphi_2 \in \Phi$  について,

$$\|T\varphi_1 - T\omega_j\| \leq \|T\varphi_2 - T\omega_j\| \quad (D1.13)$$

$$\wedge [\forall i \in J - \{j\}, \|T\varphi_1 - T\omega_j\| \geq \|T\varphi_2 - T\varphi_j\|] \quad (D1.14)$$

が成立しているならば,

$$q_j(\varphi_1) \geq q_j(\varphi_2) \quad (\text{D1.15})$$

$$\wedge [\forall i \in J - \{j\}, q_k(\varphi_1) \leq q_k(\varphi_2)] \quad (\text{D1.16})$$

が成立していることが望ましい.

### D1.1.2 写像 $q_j(T\cdot)$ の構成諸例

以下に, 写像  $q_j(T\cdot)$  を 5 例構成する.

[正規直交式 (D1.1) を満たす式 (D1.2) の写像  $q_j(T\cdot)$  の構成 1]

$\{T\omega_j\}_{j \in L}$  が Hilbert 空間  $\mathfrak{H}$  での 1 次独立な系であるとする.

$$\|T\varphi - \sum_{k \in J} d_k \cdot T\omega_k\|^2 \quad (\text{D1.17})$$

を最小ならしめる 1 次結合実係数  $d_k$  を  $d_k(\varphi)$  と書く. 各  $d_k(\varphi)$  は, 1 次独立な系  $\{T\omega_j\}_{j \in J}$  が式 (D1.40) を満たすという意味で, 正規直交系であれば, 各  $a_j(T\varphi)$  を

$$a_j(T\varphi) \equiv (T\varphi, T\omega_j) / (T\omega_j, T\omega_j), j \in J \quad (\text{D1.18})$$

と定義して,

$$d_j(\varphi) = a_j(T\varphi), j \in J \quad (\text{D1.19})$$

と, 与えられる.

最小自乗法によれば, 系  $\{T\omega_j\}_{j \in J}$  が 1 次独立である場合, 各  $d_k(\varphi)$  は, 連立 1 次方程式

$$\sum_{k \in J} a_{jk} \cdot d_k(\varphi) = b_j, j \in J \quad (\text{D1.20})$$

を解けばよい. ここに,

$$a_{jk} = (T\omega_k, T\omega_j), b_j = (T\varphi, T\omega_j), j, k \in J \quad (\text{D1.21})$$

である. 1 次独立な系  $\{T\omega_j\}_{j \in J}$  については, 必ず, この方程式 (D1.20) の解である各  $d_k(\varphi)$  は存在する.  $|J|$  次行列  $A = (a_{jk})_{j, k \in J}$ ,  $|J|$  次縦ベクトル  $b = \text{col}(b_j)_{j \in J}$  を導入すると,

$$d_k(\varphi) = \text{solution}(A, b; T\varphi), k \in J \quad (\text{D1.22})$$

と表すことが出来る. このとき, モデル  $T\varphi$  の, 各カテゴリ  $\mathfrak{C}_j$  の代表パターン  $\omega_k$  のモデル  $T\omega_k$  による 1 次結合表現

$$\forall \varphi \in \Phi, \exists (T\varphi)_\perp \in \mathfrak{H}, T\varphi = \sum_{k \in J} d_k(\varphi) \cdot T\omega_k + (T\varphi)_\perp \in \mathfrak{C} \quad (\text{D1.23})$$

$$\wedge [\forall k \in J, ((T\varphi)_\perp, T\omega_k) = 0] \quad (\text{D1.24})$$

が成り立つ. 次の 2 補助定理 D1.1, D1.2 が成り立つ.

[補助定理 D1.1] (各  $d_k(\varphi)$  間の正規直交性)

$$[\forall j \in J, d_j(\omega_j) = 1] \quad (\text{D1.25})$$

$$\wedge [\forall k \in J - \{j\}, d_k(\omega_j) = 0]. \quad (\text{D1.26})$$

(証明) 2 式 (D1.20), (D1.21) から明らか. □

[補助定理 D1.2] (各  $d_k(\varphi)$  の T-不変性)

$$\forall j \in J, \forall \varphi \in \Phi, d_j(T\varphi) = d_j(\varphi) \quad (\text{D1.27})$$

(証明) axiom 1, (iii) の後半

$$T \cdot T = T \quad (\text{D1.28})$$

から, 式 (D1.21) の  $a_{jk}, b_j$  は T に対し, 不変であることから, 明らか. □

写像

$$B : \Phi \rightarrow \Phi \quad (D1.29)$$

を

$$B\varphi = \sum_{k \in J} d_k(\varphi) \cdot T\omega_k \quad (D1.30)$$

と定義する．このとき，次の3補助定理D1.3～D1.5が成り立つ．

$$[\text{補助定理D1.2}] \text{ (写像 } B \text{ の } T\text{-不変性)} \quad \forall \varphi \in \Phi, BT\varphi = B\varphi \quad (D1.31)$$

(証明) 式 (D1.30) に注意すると，補助定理D1.2から明らか．  $\square$

式 (D1.29) の如く定義される式 (D1.30) の写像  $B$  は，式 (A3.2) の代表パターン集合  $\Omega$  の，式 (A3.4) の代表パターンモデル集合  $T \cdot \Omega$  を記憶しているという意味で，想起写像 (連想器) といわれる．

$$[\text{補助定理D1.4}] \text{ (写像 } B \text{ の, } \{T\omega_j\}_{j \in J} \text{ に関する不動点性)} \quad \forall j \in J, BT\omega_j = T\varphi_j \cdot \quad (D1.32)$$

(証明) 式 (D1.30) に注意すると，補助定理D1.1と，補助定理D1.2とから，明らか．  $\square$

[補助定理D1.5] ( $T\varphi$  の， $B\varphi$  による表現)

$$\forall \varphi \in \Phi, \exists (T\varphi)_{\perp} \in \mathfrak{H}, T\varphi = BT\varphi + (T\varphi)_{\perp} = B\varphi + (T\varphi)_{\perp} \wedge [\forall k \in J, ((T\varphi)_{\perp}, T\omega_k) = 0]. \quad (D1.33)$$

(証明) 式 (D1.30) に注意すると，補助定理D1.2を考慮し，式 (D1.23) に代入すればよい．  $\square$

補助定理D1.5によれば，

( $T\varphi)_{\perp} = 0$  を満たす任意のパターン  $\varphi \in \Phi$  について，不動点方程式

$$T\varphi = BT\varphi \quad (D1.34)$$

が成り立つ．

さて，式 (D1.22) の  $d_j(\varphi)$  を用い，2補助定理1.1, 1.2を考慮すると，正規直交式 (D1.1) を満たす式 (D1.2) の写像  $q_j(T \cdot)$  を

$$q_j(T\varphi) = d_j(T\varphi) = d_j(\varphi) \quad (D1.35)$$

と設定することが出来る．

[正規直交式 (D1.1) を満たす式 (D1.2) の写像  $q_j(T \cdot)$  の構成 2]

式 (D1.22) の  $d_j(\varphi)$  を用い，2つの閾値  $c_j(0)$ ,  $c_j(1)$  の系

$$c_j(0), c_j(1), j \in J \quad (D1.36)$$

を，不等式

$$0 < c_j(0) \leq \max_{i \in J - \{j\}} d_j(T\omega_i) < c_j(1) \leq d_j(T\omega_j) = 1, j \in J \quad (D1.37)$$

を満たすように，設けることができるとしよう．このとき，式 (D1.22) の  $d_j(\varphi)$  を用い，正規直交式 (D1.1) を満たす式 (D1.2) の写像  $q_j(T \cdot)$  を次のように設定することが出来る．

$$q_j(T\varphi) = \begin{cases} 0 & \text{if } |a_j(T\varphi)| \leq c_j(0) \\ a_j(T\varphi) & \text{if } c_j(0) < a_j(T\varphi) < c_j(1) \\ |a_j(T\varphi)| / |a_{j_1}(T\varphi)| & \text{if } |a_{j_1}(T\varphi)| \geq c_j(1). \end{cases} \quad (D1.38)$$

[正規直交式 (D1.1) を満たす式 (D1.2) の写像  $q_j(T \cdot)$  の構成 3]

式 (D1.18) の  $a_j(T\varphi)$  を用い，2つの閾値  $c_j(0)$ ,  $c_j(1)$  の，(D1.36) の系を，不等式

$$0 < c_j(0) \leq \max_{i \in J - \{j\}} a_j(T\omega_i) < c_j(1) \leq a_j(T\omega_j) = 1, j \in J \quad (D1.39)$$

を満たすように、選ぶことができるとしよう。直交性

$$(T\omega_j, T\omega_j) = 0 \quad (i \neq j) \quad (\text{D1.40})$$

が成立していれば、上の不等式を満たす。このとき、式(D1.18)の $a_j(T\varphi)$ を用い、正規直交式(D1.1)を満たす式(D1.2)の写像 $q_j(T\cdot)$ を次のように設定することが出来る。

$$q_j(T\varphi) = \begin{cases} 0 & \text{if } |a_j(T\varphi)| \leq c_j(0) \\ a_j(T\varphi) & \text{if } c_j(0) < a_j(T\varphi) < c_j(1) \\ |a_j(T\varphi)| / |a_j(T\varphi)| & \text{if } |a_j(T\varphi)| \geq c_j(1). \end{cases} \quad (\text{D1.41})$$

[正規直交式(D1.1)を満たす式(D1.2)の写像 $q_j(T\cdot)$ の構成4]

式(A3.2)の代表パターン集合 $\Omega$ の、式(A3.4)の代表パターンモデル集合 $T \cdot \Omega$ は1次独立な系であると、設定していることに注意する。

$$c_{ij} \equiv (T\omega_j, T\omega_i) \quad (\text{D1.42})$$

を第 $i \in J$ 行第 $j \in J$ 列の要素とする行列 $C = (c_{ij})_{i,j \in J}$ の逆行列 $C^{-1} = ((c^{-1})_{ij})_{i,j \in J}$ は、 $T \cdot \Omega$ が1次独立な系であるから、存在する。 $C^{-1}$ の第 $i \in J$ 行第 $j \in J$ 列の要素 $(c^{-1})_{ij}$ はと表していることに注意する。このとき、正規直交式(D1.1)を満たす式(D1.2)の写像 $q_j(T\cdot)$ を次のように設定することが出来る。

$$q_j(T\varphi) \equiv \sum_{k \in J} (c^{-1})_{jk} \cdot (T\varphi, T\omega_k) \quad (\text{D1.43})$$

[補助定理D1.6] 式(D1.43)の $q_j(T\varphi)$ の正規直交性

式(D1.2)の写像 $q_j(T\cdot)$ は正規直交式(D1.1)を満たす。

$$(\text{証明}) \quad q_j(T\omega_i) = \sum_{k \in J} (c^{-1})_{jk} \cdot (T\omega_i, T\omega_k) \quad \because \quad \text{式(D1.43)}$$

$$= \sum_{k \in J} (c^{-1})_{jk} \cdot c_{ki} \quad \because \quad \text{式(D1.42)}$$

$$= \delta_{ji} \cdot \quad (\text{D1.44})$$

□

[正規直交式(D1.1)を満たす式(D1.2)の写像 $q_j(T\cdot)$ の構成5]

各 $a_j(T\varphi)$ を、

$$a_j(T\varphi) \equiv \sum_{k \in J} (c^{-1})_{jk} \cdot (T\varphi, T\omega_k) \quad (\text{D1.45})$$

と定義すると、不等式(D1.39)を満たす2つの閾値 $c_j(0)$ 、 $c_j(1)$ の、式(D1.36)の系を用い、式(D1.41)の如く定義される式(D1.2)の写像 $q_j(T\cdot)$ は、正規直交式(D1.1)を満たす。

## D1.2 axiom 2を満たす類似度関数SMの構成2

### D1.2.1 $r_j(T\cdot)$ による構成

零・非零両性

$$r_j(T\omega_i) = \begin{cases} 0 & \text{if } i = j \\ \neq 0 & \text{if } i \neq j \end{cases} \quad (\text{D1.46})$$

を満たす写像

$$r_j(T \cdot): \Phi \rightarrow Z \text{ (複素数全体の集合)} \quad (D1.47)$$

が構成できたとする.  $r_j(T\varphi)$  は,  $T\varphi$  が  $T\omega_j$  から異なっている程度を表していると考えられる. このとき, 次の定理D1.2が成り立ち, axiom 2を満たす式 (A3.5) の類似度関数SMが構成されたことがわかる.

[定理D1.2] (類似度関数SMの構成定理2)

正零・非零式 (D1.46) を満たす式 (D1.47) の写像  $r_j(T \cdot)$  を導入して,

$$SM(\varphi, \varphi_i) = \begin{cases} |r_j(T\varphi)|^{-2} / \sum_{i \in J} |r_i(T\varphi)|^{-2} \cdots \sum_{k \in J} |r_k(T\varphi)|^{-2} > 0 \text{ のとき} \\ p(\mathfrak{E}_j) \cdots \sum_{k \in J} |r_k(T\varphi)|^{-2} = 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (D1.48)$$

の如く定義される式 (A3.5) の類似度関数SMは, axiom 2を満たす.

(証明) axiom 2の (i), (ii), (iii) の成立を示す.

axiom 2の (i) (正規直交性) の成立: 式 (D1.4) のクロネッカーのデルタ記号  $\delta_{ij}$  を導入する. 式 (D1.5) の成立を示す.

$$SM(\varphi, \varphi_j) = 1 / [1 + \sum_{i \in J - \{j\}} |r_i(T\varphi)|^{-2} / |r_j(T\varphi)|^{-2}] \quad (D1.49)$$

において,  $\varphi = \omega_j$  とおけば,

$$SM(\omega_j, \omega_j) = 1 / [1 + \sum_{i \in J - \{j\}} 0] = 1 \quad (D1.50)$$

が得られ,

$$SM(\varphi, \omega_j) = |r_j(T\varphi)|^{-2} / [|r_i(T\varphi)|^{-2} + \sum_{k \in J - \{i\}} |r_k(T\varphi)|^{-2}] \quad (D1.51)$$

において,  $\varphi = \omega_i$  ( $i \neq j$ ) とおけば,

$$SM(\omega_i, \omega_j) = \text{有限数} / [\infty + \sum_{k \in J - \{j\}} \text{有限数}] = 0 \quad (D1.52)$$

が得られる.

axiom 2の (ii) (規格化性) の成立: 式 (D1.10) の成立は, SMの定義式 (D1.48) より明らか.

axiom 2の (iii) (T-不変性) の成立: 式 (D1.28) より,

$$\forall \varphi \in \Phi, \forall j \in J, r_j(T(T\varphi)) = r_j(T\varphi) \quad (D1.53)$$

が成り立ち, よって, SMの定義式 (D1.48) を考慮すれば, 式 (D1.12) が成り立つ. □

尚, 式 (D1.47) の写像  $r_j(T \cdot)$  については, 2つのパターン  $\varphi_1, \varphi_2 \in \Phi$  について, 2式 (D1.13), (D1.14) が成立しているならば,

$$r_j(\varphi_1) \leq r_j(\varphi_2) \quad (D1.54)$$

$$\wedge [\forall i \in J - \{j\}, r_k(\varphi_1) \geq r_k(\varphi_2)] \quad (D1.55)$$

が成立していることが望ましい.

### D1.2.2 $r_j(T\cdot)$ の構成諸例

零・非零式 (D1.46) を満たす式 (D1.47) の写像  $r_j(T\cdot)$  による構成については、正規直交式 (D1.1) を満たす式 (D1.2) の写像  $q_j(T\cdot)$  を使って、簡単に、

$$r_j(T\varphi) = 1 - \frac{|q_j(T\varphi)|}{\max_{i \in J} |q_i(T\varphi)|} \quad (\text{D1.56})$$

と設定することが出来る。

## D2. 簡単な不動点を想起する2つの連想器 $G, H$

本節では、定理D1.1の応用を定理D2.1に示す。

式 (D2.1) の如く定義される式 (D2.2) の写像  $G$  は、式 (A3.2) の代表パターン集合  $\Omega$  の、式 (A3.4) の代表パターンモデル集合  $T\cdot\Omega$  を記憶しているという意味で、想起写像 (連想器) といわれる。何故ならば、 $T\omega_j$  を入力すると、完全に正確に入力  $T\omega_j$  が出力され、再現 (想起) されるからである。

式 (D1.29) の如く定義される式 (D1.30) の写像  $B$  を一般化したものが、正規直交式 (D1.1) を満たす式 (D1.2) の写像  $q_j(T\cdot)$  を使って、式 (D2.1) の如く定義される式 (D2.2) の写像  $G$  である。

付録AのA3章によれば、式 (A3.4) の系  $T\cdot\Omega$  は1次独立な系であることに注意しよう。

[定理D2.1] (不動点定理)

$$GT\varphi = \sum_{k \in J} q_k(T\varphi) \cdot T\omega_k \quad (\text{D2.1})$$

と定義される写像

$$G : \Phi \rightarrow \Phi \quad (\text{D2.2})$$

は、不動点方程式

$$GT\omega_j = T\omega_j, j \in J \quad (\text{D2.3})$$

を満たす。

(証明)  $\varphi = \omega_j$  を式 (D2.1) に代入し、正規直交式 (D1.1) を考慮すればよい。□

同様に、定理D1.2の応用を定理D2.2に示す。

[定理D2.2] (不動点定理)

$$HT\varphi = \sum_{k \in J} [r_k(T\varphi)^{-2} / \sum_{i \in J} r_i(T\varphi)^{-2}] \cdot T\omega_k \quad (\text{D2.4})$$

$$\text{on condition that } \sum_{k \in J} r_k(T\varphi)^{-2} > 0 \quad (\text{D2.5})$$

と定義される写像

$$H : \Phi \rightarrow \Phi \quad (\text{D2.6})$$

は、不動点方程式

$$HT\omega_j = T\omega_j, j \in J \quad (\text{D2.7})$$

を満たす。

(証明)  $\varphi = \omega_j$  を式 (D2.4) に代入し、零・非零式 (D1.46) を考慮すればよい。□

## D3. axiom 2を満たす式 (A3.5) の類似度関数SMの改良

Axiom 2を満たす式 (A3.5) の類似度関数SMが、写像

$$S(T\cdot, T) : \Phi \times \Omega \rightarrow R^+, \text{ ここに, } R^+ \text{ は非負実数全体の集合} \quad (\text{D3.1})$$

を用いて、

$$SM(\varphi, \omega_j) = \begin{cases} S(T\varphi, T\omega_j) / \sum_{k \in J} S(T\varphi, T\omega_k) \cdots \sum_{k \in J} S(T\varphi, T\omega_k) > 0 \text{ の場合} \\ p(\mathfrak{C}_j) \cdots \sum_{k \in J} S(T\varphi, T\omega_k) = 0 \text{ の場合} \end{cases} \quad (\text{D3.2})$$

と定義されている場合を考えよう。2式 (D1.3), (D1.48) のSMはいずれも、式 (D3.2) の形式を備えている。不動点方程式 (D2.3), (D2.7) を各々、満たす写像  $G, H$  のいずれかを  $Q$  とすると、

$$SM(\varphi, \omega_j) = \begin{cases} S(QT\varphi, T\omega_j) / \sum_{k \in J} S(QT\varphi, T\omega_k) \cdots \sum_{k \in J} S(QT\varphi, T\omega_k) \neq 0 \text{ の場合} \\ p(\mathfrak{C}_j) \cdots \sum_{k \in J} S(QT\varphi, T\omega_k) = 0 \text{ の場合} \end{cases} \quad (\text{D3.3})$$

と定義される式 (A3.5) の類似度関数SMはaxiom 2を満たすことが容易に示され、類似度関数SMの、パターン集合  $\Phi$  の、代表パターン集合  $\Omega$  についての類似性計量機能が改良され得る場合があることになる。

#### D4. 構造受精作用素 $A(J)$ の不動点性

式 (D2.1) において、各  $q_k(T\varphi)$  の代りに、

$$SM(T\varphi, \omega_k) \cdot BSC(T\varphi, j), \text{ 或いは, } SM(T\varphi, \omega_k) \quad (\text{D4.1})$$

に置き換えたものが作用素  $A(J)$  である。作用素  $A(J)$  は想起写像であることを示す。

式 (D1.2) の写像  $q_j(T\cdot)$  を、

$$q_j(T\varphi) = \begin{cases} SM(T\varphi, \omega_j) \cdot BSC(T\varphi, \omega_j) & \text{if } \sum_{k \in J} BSC(T\varphi, k) > 0 \\ SM(T\varphi, \omega_j) & \text{if } \sum_{k \in J} BSC(T\varphi, k) = 0 \end{cases} \quad (\text{D4.2})$$

と定義すると、axiom 2の (i), (iii), 並びに、axiom 3を適用すればわかるように、正規直交式 (D1.1) を満たす。よって、既に日本語単独母音の認識システム [B11], [B12], [B13], 日本語単独母音系列の連想形記憶システム [B10], 画像理解システム [B26], [B29], [B30] で用いられた写像 [B3], [B4]  $A(J)$  (構造受精作用素) は不動点方程式 (D.3) を満たし、想起写像であることは、定理D2.1より、わかる。

(著者 鈴木昇一, 論文題目 パターン系列 (動画像, 会話音声) の力学系による処理理論と, 連想器SPATEMTRON, 文教大学情報学部情報研究no. 30投稿論文, 投稿年月日 2003年9月1日 (月))