カテゴリ帰属知識を使った多段階SS認識法における類似度関数の構成論

鈴木昇一

A construction theory of similarity-measure functions in the SS multi-stage recognizing method using category-membership knowledges

Shoichi SUZUKI

要　約

本論文では，パターン φ が第 $j \in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の代表パターン ω_j と似ている程度（類似度;similarity measure）$sim(\varphi,\omega_j)$ が

（1）（最大値到達性）$\forall j \in J, sim(\omega_j,\omega_j)=1$

（2）（類似比例性）$\|\varphi-\omega_j\| \le \|\varphi'-\omega_j\| \Rightarrow sim(\varphi,\omega_j) \ge sim(\varphi',\omega_j)$

（3）（単位区間存在性）$\forall\varphi, \forall j, 0 \le sim(\varphi,\omega_j) \le 1$

を持つだけの，例えば，内積 (φ,η)，ノルム $\|\varphi\| = \sqrt{(\varphi,\varphi)}$ を使った内積形類似度

$$sim(\varphi,\omega_j) = \frac{(\varphi,\omega_j)}{\|\varphi\|\cdot\|\omega_j\|}$$

を，例えば，

（4）（直交性（S.Suzuki [B3] のaxiom 2,（ｉ））$\forall j \in J, \forall i \in J-\{j\}, sim'(\omega_i,\omega_j)=1$

を満たすように，例えば，

$$sim'(\varphi,\omega_j) = \frac{\tan\left(\frac{\pi}{2}\cdot\left|\frac{(T\varphi,T\omega_j)}{\|T\varphi\|\cdot\|T\omega_j\|}\right|^2\right)}{\sum_{k\in J}\tan\left(\frac{\pi}{2}\cdot\left|\frac{(T\varphi,T\omega_j)}{\|T\varphi\|\cdot\|T\omega_j\|}\right|^2\right)}$$

と改善する方法の一般化が与えられている．

静止画，動画，言語音声，会話音声，楽曲などを表しているパターン φ が記憶している有限個のパターン ω_j の集合 Ω 内の，どのパターンと最も似ているかを決定するには，SS連想形多段階不動点認識の理論に登場し，S.Suzukiの提案したaxiom 2を満たす類似度関数 SM を使えばよい．本論文は，この類似度関数 SM をSS連想形多段階不動点認識の働きの実現に役立つように，構成する方法を研究したものである．

本研究では，他の研究者による研究内容とは異なり，

（a）各カテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の代表パターンが単一でなくて，複数個が存在する場合類似度関数 SM の構成

（b）視点を持つ視野において一致する度合いを与える場合の類似度関数 SM の構成も論じられている.

キーワード

（1）パターンモデル　（2）モデル構成作用素　（3）視野　（4）類似度関数
（5）直交性類似度関数　（6）同一知覚原理　（7）多クラス認識

Abstract

Consider an amount $sim(\varphi,\omega_j)$ of similarity-measure to which an original pattern φ resembles the prototypical pattern ω_j of the jth category $\mathfrak{C}_j$（$j \in J$）, which is possessed of three properties :

（1）（Maximum attainment nature）$\forall j \in J, sim(\omega_j,\omega_j)=1$

（2）（Similarity proportionality nature）

$\|\varphi-\omega_j\| \le \|\varphi'-\omega_j\| \Rightarrow sim(\varphi,\omega_j) \ge sim(\varphi',\omega_j)$

（3）（Unit section existence nature）$\forall\varphi, \forall j, 0 \le sim(\varphi,\omega_j) \le 1$.

For example there exists a similarity-measure

$$sim(\varphi,\omega_j)=\frac{(\varphi,\omega_j)}{\|\varphi\|\cdot\|\omega_j\|}$$

using an inner product (φ,η) and the norm $\|\varphi\|=\sqrt{(\varphi,\varphi)}$, which satisfies the above-mentioned three properties（1),（2）and（3). We can modify this measure $sm(\varphi,\omega_j)$ so that

（4）（orthogonality（axiom 2,（ｉ）suggested by S.Suzuki [B3]））$\forall j \in J, \forall i \in J-\{j\}, sim'(\omega_i,\omega_j)=1$

may be satisfied by

$$sim'(\varphi,\omega_j)=\frac{\tan\left(\frac{\pi}{2}\cdot\left|\frac{(T\varphi,T\omega_j)}{\|T\varphi\|\cdot\|T\omega_j\|}\right|^2\right)}{\sum_{k\in J}\tan\left(\frac{\pi}{2}\cdot\left|\frac{(T\varphi,T\omega_j)}{\|T\varphi\|\cdot\|T\omega_j\|}\right|^2\right)} .$$

as its example.

In this paper how to generalize this way is presented here.

We can use a similarity-measure function SM which satisfies axiom 2 suggested by S.Suzuki and contains the above-mentioned properties（1)～(4）in order to determine that pattern φ, such as a still picture, an animation, a language sound, a conversation sound, and musical piece resembles most in appearance which prototypical pattern ω of finite memorized patterns. SM appears in the theory of SS associative type multi-stage fixed-point recognition. The method of constituting this function SM is studied here so that it may be useful to realization of work of SS associative type multi-stage fixed- point recognition.

Unlike the contents of research by other researchers, the following two matters（a）and（b）are also discussed in this research :

（a）Composition of the similarity-measure function SM in case the prototypical patterns of each category C are not single and plurality.

（b）Composition of the similarity-measure function SM in the case of giving the degree which is in agreement in a view with a viewpoint.

Key words

（1）pattern model　（2）model-construction operator　（3）area of view
（4）similarity-measure function　（5）similarity-measure function having orthogonality
（6）principle of the identical perception between an original pattern and its model
（7）multi-class recognition

1. まえがき

パターン情報処理分野における技術は目標に到達しないレベルで，飽和になりつつある．この現実を打ち破るのには，明確な根拠に基づいた理論構築が必要であるとの考えから，S.Suzukiは，パターン情報の知能理論[B1]～[B4]をmulti-class recognitionに関し，これまで構築してきた．本論文もその一環である．

パターン認識・パターン連想型記憶の分野，マルチメディア情報検索の分野においては，パターンφが第$j \in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$の代表パターンω_jと似ている程度（類似度;similarity measure）$sim(\varphi,\omega_j)$として，

実ヒルベルト空間$\mathfrak{H}$では，$sim(\varphi,\omega_j) = \dfrac{(\varphi,\omega_j)}{\|\varphi\| \cdot \|\omega_j\|}$　（1.1）

実或いは複素ヒルベルト空間$\mathfrak{H}$では，$sim(\varphi,\omega_j) = \left|\dfrac{(\varphi,\omega_j)}{\|\varphi\| \cdot \|\omega_j\|}\right|^2$　（1.2）

がよく使われる．ここに，内積（φ,η），ノルム$\|\varphi\| \equiv \sqrt{(\varphi,\varphi)}$が導入されている．上記の2式(1.1)，(1.2)の類似度関数smは各カテゴリ$\mathfrak{C}_j$の代表パターンが単一の場合である．

φがω_jの非零定数倍の時，$sim(\varphi,\omega_j) = 1$　（1.3）

，特に，

$sim(\omega_j,\omega_j) = 1 (j \in J)$（単位正規性）　（1.4）

を満たすだけのこの類似度$sim(\varphi,\omega_j)$を，SS理論[B3]，[B4]におけるaxiom 2を満たすように，つまり，

（イ$_1$）（単位正規性）$sim'(\omega_j,\omega_j) = 1 (j \in J)$　（1.5）

（イ$_2$）（直交性）$\|\omega_i - \omega_j\| > 0 (i \neq j)$　のとき，$sim'(\omega_i,\omega_j) = 0 (i \neq j)$　（1.6）

（ロ）（総和規格化性）$\sum_{j \in J} sim'(\varphi,\omega_j) = 1$　for any　φ　（1.7）

（ハ）（原パターンφとそのパターンモデル$T\varphi$との間の同一知覚原理）

パターンφのモデルを$T\varphi$と表すと，

$sim'(T\varphi,\omega_j) = sim'(\varphi,\omega_j)$　for any　φ　and　$j \in J$　（1.8）

を満足するように，改良する研究はこれまで全くなされていない．配慮なしに類似度関数を構成し使用しているというこの事実は驚きである．本研究は，この種の改良をも組織的に行うものである．4性質（イ$_1$），（イ$_2$），（ロ），（ハ）を満たすように改良するには，簡単には，$sim(\varphi,\omega_j)$を

$$sim'(\varphi,\omega_j)=\frac{\tan(\frac{\pi}{2}\cdot|\frac{(T\varphi,T\omega_j)}{\|T\varphi\|\cdot\|T\omega_j\|}|^2)}{\sum_{k\in J}\tan(\frac{\pi}{2}\cdot|\frac{(T\varphi,T\omega_j)}{\|T\varphi\|\cdot\|T\omega_j\|}|^2)}\quad \text{if } \|T\omega_i-T\omega_j\|>0(i\neq j) \tag{1.9}$$

と定義し直せばよいことがわかる．本研究では，他の研究者による研究内容とは異なり，

（a）各カテゴリ$\mathfrak{C}_j$の代表パターンが単一でなくて，複数個が存在する場合類似度関数SMの構成

（b）視点を持つ視野において一致する度合いを与える場合の類似度関数SMの構成

をも論じる．

静止画，動画，言語音声，会話音声，楽曲などを表わしているパターンφが記憶している有限個のパターンω_jの集合Ω内の，どのパターンと最も似ているかを決定するには，SS理論に登場しているaxiom 2を満たす類似度関数SMを使えばよい．本論文は，SS多段階認識（SS連想形多段階不動点認識）の働きに応用可能なこの類似度関数SMを構成する方法を研究したものである．

2. 準　備

本章では，モデル構成作用素，類似度関数，大分類関数，カテゴリ選択関数，構造受精作用素，カテゴリ帰属知識とその変換法が説明される．次章で説明される類似度関数SMを用いるパターン認識の数学的理論（SS理論[B3]，[B4]）におけるSS多段階認識法に備えるためである．

2.1　パターン集合Φ，モデル構成作用素T

一般に，処理の対象とする問題のパターンφの集合Φは，内積が(φ,η)と，また，ノルムが$\|\varphi\|\equiv\sqrt{(\varphi,\varphi)}$と表現された或る可分な（separable）一般抽象ヒルベルト空間$\mathfrak{H}$の，零元0を含む或る部分集合である．例えば，$\overline{\eta}$をηの複素共役として，

$M:q$次元ユークリッド空間R^qの可測部分集合　(2.1)

$dm(x)$:正値ルベーグ・スティルチェス式測度　(2.2)

$x=<x_1,x_2,\cdots,x_q>\in M(\subseteq R^q)$:実数値$q$変数の直交座標系　(2.3)

を導入し，その内積(φ,η)，ノルム$\|\varphi\|$を，

$$(\varphi,\eta)=\int_M dm(x)\ \varphi(x)\cdot\overline{\eta}(x) \tag{2.4}$$

$$\|\varphi\|=\sqrt{(\varphi,\varphi)} \tag{2.5}$$

とする線形空間（ベクトル空間）としての可分なヒルベルト空間$H=L_2(M;dm)$の特別な場合として，

$M=R^2$（2次元全平面）　(2.6)

$$dm(x)=dm(x_1,x_2)=\frac{1}{x_1{}^2+x_2{}^2}dx_1dx_2 \tag{2.7}$$

を選ぶことができる．

処理の対象とする問題のパターンφの代りとなるパターンモデル$T\varphi$を考えるため，φの集合Φ，並びに，写像

$$T:\Phi\to\Phi \tag{2.8}$$

は以下のaxiom 1を満たさなければならない．

Axiom 1（**パターン集合Φとモデル構成作用素Tとの順序対【Φ,T】の満たすべき公理**）

（ⅰ）（零元0のΦ-包含性と，零元0の$T-$不動点性;fixed-point property of zero element under mapping　T ）

$0 \in \Phi \wedge T0 = 0.$

（ⅱ）（Φ の錐性，Tの正定数倍吸収性;cone property）

$\forall \varphi \in \Phi, a \cdot \varphi \in \Phi \wedge T(a \cdot \varphi) = T\varphi$

for any positive real number $a \in R^{++}$.

（ⅲ）（Φ の埋込性(embeddedness)と，T のベキ等性(idempotency)）

$\forall \varphi \in \Phi, T\varphi \in \Phi \wedge T(T\varphi) = T\varphi.$

（ⅳ）（写像Tの非零写像性;non-zero mapping property of T）

$\exists \varphi \in \Phi, T\varphi \neq 0.$ □

パターンと判明している元の集合(基本領域;basic domain) Φ_B を導入する．axiom 1の(ⅰ)の前半から，

$$0 \in \Phi_B \tag{2.9}$$

でなければならない．axiom 1を満たす対$[\Phi, T]$の前半であるパターン集合Φの内，最小のものΦは，axiom 1の(ⅱ)(ⅲ)の2前半を満足しなければならない故に，集合論再帰領域方程式(set-theoretic reflective domain equatio)(SS領域方程式)

$$\Phi = \Phi_B \cup T \cdot \Phi \cup R^{++} \cdot \Phi \tag{2.10}$$

ここに，

R^{++} :正実数 r^{++} 全体の集合 (2.11)

パターンモデル$T\varphi$の集合: $T \cdot \Phi = \{T\varphi \mid \varphi \in \Phi\}$ (2.12)

パターン集合Φの正定数倍の集合 $R^{++} \cdot \Phi \equiv \{r^{++} \cdot \varphi \mid r^{++} \in R^{++}, \varphi \in \Phi\}$ (2.13)

を満たさなければならない.

方程式(2.10)の解Φは

$$\Phi = R^{++} \cdot [\Phi_B \cup T \cdot \Phi_B] \tag{2.14}$$

と表示される(文献[B3]の式(2.56)を参照).

零元 $0 \in \Phi_B \subset \Phi$ は背景も前景も無いパターンである.

2.2　類似度関数 SM

“正常なパターン”(well-formed pattern)は，ある1つのカテゴリ(category)$\mathfrak{C}_j$(第j∈J番目の類概念)のみに帰属しているものとし，このような$\mathfrak{C}_j$の集まり(有限集合)

$$\mathfrak{C}(J) = \{\mathfrak{C}_j \mid j \in J\} \tag{2.15}$$

を想定する．$\mathfrak{C}_j$の備えている性質を典型的に持っている(第 $j \in J$ 番目の)**代表パターン**(prototypical pattern) $\omega_j (\neq 0)$ を1つ選定する．$\mathfrak{C}_j$は，典型(prototype)としての代表パターンω_jを中心とした緩やかな(第 $j \in J$ 番目の)カテゴリであることを仮定したことに注意しておく．ここに，

$$\Omega \equiv \{\omega_j \mid j \in J\} \subset \Phi \tag{2.16}$$

が式(2.15)の全カテゴリ集合$\mathfrak{C}(J)$に1対1に対応する代表パターンの集合である．式(2.16)の系Ωは，

複素定数 a_j の組$\{a_j \mid j \in J\}$について $\sum_{j \in J} a_j \cdot \omega_j = 0 \Rightarrow \forall j \in J, a_j = 0$ (2.17)

が成立しているという意味で，1次独立(linearly independent)でなければならない．Ωを視察で決定できる場合があるが，訓練パターン系列からΩを適応的に決定する方法については，文献[B3]の付録Iで説明されている.

Axiom 1を満たす式(2.8)のモデル構成作用素Tによって，式(2.16)の代表パターン集合Ωが変換されて得られる系

$$T \cdot \Omega \equiv \{T\omega \mid \omega \in \Omega\} = \{T\omega_j \mid j \in J\} \tag{2.18}$$

も1次独立であると要請する．このとき，**類似度関数**(similarity-measure function)

$$SM : \Phi \times \Omega \to \{s \mid 0 \le s \le 1\} \tag{2.19}$$

を導入し，

$SM(\varphi, \omega_j) = 1, 0$ に従って，パターン$\varphi \in \Phi$は各々，ω_jと確定的な類似度関係，相違関係にあり，また，$0 < SM(\varphi, \omega_j) < 1$の場合は，あいまいな類似・相違関係にある (2.20)

と，SMを解釈しよう．

式(2.19)の関数SMは次のaxiom 2を満たすように構成されねばならない．Axiom 2の(ｉ)では、クロネッカー(Kronecker)のδ記号

$$\delta_{ij} = 1 \quad if \quad i = j, = 0 \quad if \quad i \ne j \tag{2.21}$$

が導入されているが、特にaxiom 2の(ｉ)なるこの正規直交性は、候補カテゴリの分離・抽出が効果的に行われ，

候補カテゴリの**鋭利な削減**(a sharp reduction) (2.22)

をもたらすために要請されている．

Axiom 2 （**類似度関数SMの満たすべき公理**）

（ｉ）（正規直交性;orthonormality）

$$\forall i, \forall j, SM(\omega_i, \omega_j) = \delta_{ij}.$$

（ⅱ）（総和単位規格化性;unit-sum normality）

$$\forall \varphi \in \Phi, \sum_{j \in J} SM(\varphi, \omega_j) = 1.$$

（ⅲ）（写像Tの下での不変性;invariance under mapping T）

$$\forall \varphi \in \Phi, \forall j \in J, SM(T\varphi, \omega_j) = SM(\varphi, \omega_j).$$ □

2.3　大分類関数 *BSC*

大分類関数(rough classifier, binary-state classifier)と呼ばれる**2値関数**

$$BSC : \Phi \times J \to \{0,1\} \tag{2.23}$$

を，次のaxiom 3を満たすものとして導入し，解釈

パターン$\varphi \in \Phi$の帰属する候補カテゴリの1つが第$j \in J$番目の$\mathfrak{C}_j$であるならば，

$BSC(\varphi, j) = 1$であることが望ましい (2.24)

を採用しよう．この際，注意すべきは，

$BSC(\varphi, j) = 0$であっても，パターン$\varphi \in \Phi$の帰属する候補カテゴリの1つは，第$j \in J$番目の$\mathfrak{C}_j$でないとは限らない (2.25)

としていることである．また，axiom 3の(ｉ)からわかるように，**カテゴリ間の相互排除性**(the mutual exclusion of the one category from the other categories)

$$\forall j \in J, \forall i \in J - \{j\}, BSC(\omega_i, j) = 0, \tag{2.26}$$

を公理として要請していない事実に注意しておこう．この事実を補うのが実は，式(2.19)の類似度関数SMが満たさなければならないとしているaxiom 2の(ｉ)(正規直交性)である．

Axiom 3 （**大分類関数BSCの満たすべき公理**）

（ｉ）（**カテゴリ抽出能力**;category separability）

$\forall j \in J, BSC(\ \omega_j, j) = 1.$

（ⅱ）（写像 T の下での不変性;invariance under mapping T）

$\forall \varphi \in \Phi, \forall j \in J, BSC(T\varphi, j) = BSC(\varphi, j).$ □

2.4　カテゴリ帰属知識空間 $<\Phi, 2^J>$ と，カテゴリ選択関数 CSF

認識システムRECOGNITRONがパターン $\varphi \in \Phi$ に対し，

「パターン $\varphi \in \Phi$ が、式(2.15)の全カテゴリ集合 $\mathfrak{C}(J)$ の部分集合

$$\mathfrak{C}(\gamma) \equiv \{\mathfrak{C}_j \mid j \in \gamma\} \tag{2.27}$$

内の何れか1つのカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ に帰属する可能性がある」 (2.28)

という“パターン $\varphi \in \Phi$ の**カテゴリ帰属知識**(categorical membership-knowledge)”を持っているとしよう．この知識を，

$$<\varphi, \gamma> \in <\Phi, 2^J> \tag{2.29}$$

と表す.

$$<\Phi, 2^J> \equiv \{<\varphi, \gamma> \mid \varphi \in \Phi, \gamma \in 2^J\} \tag{2.30}$$

は，**カテゴリ帰属知識空間**(categorical membership-knowledge space)と呼ばれ、すべてのパターン $\varphi \in \Phi$ と，すべてのカテゴリ番号のリスト $\gamma \in 2^J$ とのなす順序の付いた対リスト(an ordered pair list) $<\varphi, \gamma>$ の集合である．ここに，2^J は集合 J のすべての部分集合のなす集合，つまり，“すべてのカテゴリ番号の集合 J のべき集合(power set)”を表わしている．

カテゴリ帰属知識空間 $<\Phi, 2^J>$ は式(2.14)のパターン集合 Φ の意味領域である．

パターン $\varphi \in \Phi$ の帰属する候補カテゴリを絞り込むために使われるカテゴリ選択関数(category-selection function)と呼ばれる写像

$$CSF : \Phi \times 2^J \to 2^J \tag{2.31}$$

は，包含関係(inclusion relation)

$$\forall \varphi \in \Phi, \forall \gamma \in 2^J, CSF(\varphi, \gamma)) \subseteq \gamma \subseteq J \in 2^J \tag{2.32}$$

を満たし，然も，次のaxiom 4を満たすものとして，設定されるとしよう．

<u>Axiom 4</u>（**カテゴリ選択関数** CSF **の満たすべき公理**）

（ｉ） $\varphi = 0 \vee \gamma = \phi$ の場合

如何なるカテゴリ番号 $k \in \gamma$ も $<\varphi, \gamma>$ の有効な候補カテゴリの番号ではない.

（ⅱ） $\varphi \neq 0 \wedge \gamma \neq \phi$ であり，かつ，$SM(\varphi, \omega_k) = 0 \wedge BSC(\varphi, k) = 0$ の場合

カテゴリ番号 $k \in \gamma$ は，$<\varphi, \gamma>$ の有効な候補カテゴリの番号ではない

（ⅲ） $\varphi \neq 0 \wedge \gamma \neq \phi$ であり，かつ，$\sum_{k \in \gamma} BSC(\varphi, k) = 0$ の場合

$SM(\varphi, \omega_k) > 0$ であるようなカテゴリ番号 $k \in \gamma$ は，$<\varphi, \gamma>$ の有効な候補カテゴリの番号である.

（ⅳ） $\varphi \neq 0 \wedge \gamma \neq \phi$ であり，かつ，$\sum_{k \in \gamma} BSC(\varphi, k) > 0$ の場合

（ⅳ-1） $BSC(\varphi, k) = 0$ なるカテゴリ番号 $k \in \gamma$ は，$<\varphi, \gamma>$ の有効な候補カテゴリの番号ではない.

（ⅳ-2） $BSC(\varphi, k) = 1$ なるカテゴリ番号 $k \in \gamma$ は，$SM(\varphi, \omega_k) > 0$ であれば，$<\varphi, \gamma>$ の有効な候補カテゴリの番号である. □

次の定理2.1では，式(2.35)の写像 CSF は，式(2.22)の類似度関数SM，式(2.27)の大分類関数BSC

を使用する形式で,

その定義域が $\Phi \times 2^J$ であり，その値域が，パターン $\varphi \in \Phi$ のカテゴリ帰属知識$< \varphi, \gamma >$ $\in < \Phi, 2^J >$の“有効な”候補カテゴリの番号リスト（a list of significant category-numbers）の集合である (2.33)

の如く，構成されている.

次の定理2.1は，axiom 4を満たすように，式(2.35)のカテゴリ選択関数 CSF の構造を決定したものである.

［定理2.1］（カテゴリ選択関数 CSF の構成定理）

次のように定義される式(2.31)の1つの写像 CSF は式(2.32)と上述のaxiom 4を満たす:

（ｉ） $\varphi=0 \vee \gamma=\phi$ の場合

$$CSF(\varphi,\gamma)=\phi. \tag{2.34}$$

（ⅱ） $\varphi \neq 0 \wedge \gamma \neq \phi$ の場合

$$CSF(\varphi,\gamma)=$$

$$\begin{cases} \{k \in \gamma \mid SM(\varphi,\omega_k)>0\} \quad \text{if} \quad \sum_{k\in\gamma} BSC(\varphi,k)=0 & (2.35) \\ \{k \in \gamma \mid SM(\varphi,\omega_k)>0 \wedge BSC(\varphi,k)=1\} \quad \text{if} \quad \sum_{k\in\gamma} \mathrm{BSC}(\varphi,\mathrm{k})>0 & (2.36) \end{cases}$$

（証明） 文献[B3]の定理E1である. □

定理2.1のカテゴリ選択関数 CSF について，次のように解釈できる:

処理の対象とするパターン $\varphi \in \Phi$ が式(2.27)のカテゴリ集合$\mathfrak{C}(\gamma)$の何れか1つに帰属する可能性があると想定した場合，更に絞り込んで，その内のカテゴリ集合

$$\mathfrak{C}(CSF(\varphi,\gamma))(\subseteq \mathfrak{C}(\gamma)) \tag{2.37}$$

の何れか1つに帰属する可能性があると帰納推論（inductive reasoning）できる機能を備え，
その出力 $CSF(\varphi,\gamma)$ はパターン $\varphi \in \Phi$ の有効な候補カテゴリの番号のリストを与えている. (2.38)

□

2.5　構造受精作用素 $A(\mu)$

パターンの変換に使われる構造受精作用素

$$A(\mu):\Phi \to \Phi \tag{2.39}$$

の定義は次の通りである，式(2.18)の代表パターンモデル集合 $T\cdot\Omega$，式(2.19)の類似度関数 SM，並びに，式(2.23)の大分類関数 BSC の3者のみが使用されていることに注意する：

（ｉ） $\varphi=0 \vee \mu=\phi$ のとき

$$A(\mu)\varphi=0. \tag{2.40}$$

（ⅱ） $\varphi \neq 0 \wedge \mu \neq \phi$ のとき

（ⅱ-1） $\sum_{j\in\mu} BSC(\varphi,j)=0$ 　のとき

$$A(\mu)\varphi=\sum_{j\in\mu} SM(\varphi,\omega_j)\cdot T\omega_j. \tag{2.41}$$

よって,

$$\sum_{j\in\mu} SM(\varphi,\omega_j)=0 \text{ のとき，} A(\mu)\varphi=0 \text{ である.} \tag{2.42}$$

（ⅱ-2）$\sum_{j\in\mu} BSC(\varphi, j) > 0$　のとき

$$A(\mu)\varphi = \sum_{j\in\mu} SM(\varphi,\omega_j)\cdot BSC(\varphi,j)\cdot T\omega_j. \tag{2.43}$$

$$= \sum_{j\in\mu\wedge BSC(\varphi,j)=1} SM(\varphi,\omega_j)\cdot T\omega_j. \tag{2.44}$$

よって，

$$\sum_{j\in\mu\wedge BSC(\varphi,j)=1} SM(\varphi,\omega_j) = 0 \text{ のとき，}\quad A(\mu)\varphi = 0 \text{ である．} \tag{2.45}$$

□

2.6　カテゴリ帰属知識の変換

2つのカテゴリ帰属知識$<\varphi,\gamma>, <\phi,\lambda>\ \in <\Phi, 2^J>$間の等形式関係（equi-form relation）$=_\Delta$を

$$<\varphi,\gamma> =_\Delta <\phi,\lambda> \Leftrightarrow \varphi = \phi \wedge \gamma = \lambda \tag{2.46}$$

と定義する．

次に，式(2.39)の写像$A(\mu):\Phi\to\Phi, where\quad \mu\in 2^J$の定義域（パターン集合）$\Phi$，値域$\Phi$を共に，カテゴリ帰属知識空間（パターン集合の意味領域）$<\Phi,2^J>$へと拡張して，写像

$$TA(\mu)T : <\Phi,2^J> \to <\Phi,2^J>, \mu\in 2^J \tag{2.47}$$

と考え，カテゴリ帰属知識$<\varphi,\gamma>$をカテゴリ帰属知識$<\phi,\lambda>$へと変換する働き

$$<\phi,\lambda> =_\Delta TA(\mu)T <\varphi,\gamma> \in <\Phi,2^J> \tag{2.48}$$

を説明しよう．この拡張された写像$TA(\mu)T$を構造受精変換というが，この構造受精変換$TA(\mu)T$が施された結果のパターン$\phi\in\Phi$とカテゴリ番号リスト$\lambda\in 2^J$を

$$\phi = TA(\mu\cap\gamma)T\varphi \tag{2.49}$$

$$\lambda = CSF(\varphi,\mu\cap\gamma) \tag{2.50}$$

と定義する．式(2.50)に登場している写像　$CSF:\Phi\times 2^J\to 2^J$はカテゴリ選択関数であり，定理2.1で決定されている．

式(2.39)の$A(\gamma)$は，3式(2.18)，(2.19)，(2.31)の$T\cdot\Omega$，SM，CSFで表現できる．それは，次の定理2.2に示される（文献[B3]の定理G1）．

［定理2.2］（構造受精作用素$A(\gamma)$の表現定理）

$\forall\varphi\in\Phi, \forall\gamma\in 2^J$，

$$A(\gamma)\varphi = \sum_{k\in CSF(\varphi,\gamma)}{}' SM(\varphi,\omega_k)\cdot T\omega_k\ .$$

□

次の定理2.3も証明される．文献[B3]の定理G2がその特殊なものである．

［定理2.3］（カテゴリ帰属知識の表象定理）

式(2.18)の代表パターンモデル集合$T\cdot\Omega$が1次独立であるとしよう。このとき，

$$A(\gamma)\varphi = A(\lambda)\phi \Leftrightarrow <\varphi,\gamma> = <\phi,\lambda>.$$

□

ここに，カテゴリ帰属知識間の等構造関係（equi-structure relation）=は，

$$<\varphi,\gamma> = <\phi,\lambda>$$
$$\Leftrightarrow CSF<\varphi,\gamma> = CSF<\phi,\lambda> \wedge$$
$$[\forall j\in CSF(\varphi,\gamma)\cap CSF(\phi,\lambda), SM(\varphi,\omega_j) = SM(\phi,\omega_j)]$$

のように定義されている．

3. SS連想型多段階不動点認識法

本章では，類似度関数 SM を用いるSS連想型多段階不動点認識法が簡単に説明される．

axiom 1を満たすパターン集合 Φ と式(2.8)のモデル構成作用素 T との対 $<\Phi,T>$，axiom 2を満たす式(2.19)の類似度関数 SM ,並びに，axiom 3を満た式(2.23)の大分類関数 BSC とを用意する[B3], [B4].Axiom 4を満たす式(2.31)のカテゴリ選択関数 CSF は，SM と BSC とから，定理2.1で決定されている．

3.1　入力パターン φ 内の不動点成分 $\varphi_{fixed} \equiv T\varphi$ を処理の対象とすること

処理の対象とする問題のパターン（入力パターン）$\varphi \in \mathfrak{H}$が与えられたとき，この φ を基本領域 Φ_B に追加する．その後，式(2.14)のパターン集合 Φ を用意する．

SS連想型多段階不動点認識の働きは，入力パターン φ 内の不動点成分 $\varphi_{fixed} \equiv T\varphi$ を処理の対象とする．指摘しておきたいことは，パターン φ に対しaxiom 1を満たす写像 T の不動点 φ_{fixed} を求めるというパターン φ のモデル化

$$“\varphi \to \varphi_{fixed} \equiv T\varphi” \tag{3.1}$$

により失われる情報は，写像 T の不動点でない成分 $\varphi_{nonfixed} \equiv \varphi - T\varphi$ であることである．

$$\text{写像 } A \text{ の零空間 } null(A) \equiv \{\varphi \in \mathfrak{H} \mid A\varphi = 0\} \tag{3.2}$$

$$\text{写像 } A \text{ の値域 } range(A) = \{A\varphi \in \mathfrak{H} \mid \varphi \in domain(A)\} \tag{3.3}$$

$$\text{写像 } A \text{ の定義域 } domain(A) = \{\varphi \in \Phi \subseteq \mathfrak{H} \| A\varphi \| < \infty\} \tag{3.4}$$

を持ち出すと，実は，任意のヒルベルト空間$\mathfrak{H}$の元 φ について，

$$\varphi = T\varphi + (\varphi - T\varphi) = \varphi_{fixed} + \varphi_{nonfixed} \in \mathfrak{H} \tag{3.5}$$

を考慮すれば，わかるように，

$$\varphi_{fixed} \equiv T\varphi \in null(I-T)(= range(T)) \tag{3.6}$$

であり，

$$(I-T)(I-T)\varphi = (I-T)[\varphi - T\varphi] \neq 0 \tag{3.7}$$

であれば，

$$\varphi_{nonfixed} \equiv \varphi - T\varphi \in \notin null(I-T) \tag{3.8}$$

であり，結局

$$\varphi_{nonfixed} \equiv \varphi - T\varphi \in range(I-T) \wedge \varphi_{nonfixed} \notin null(I-T) \tag{3.9}$$

である．ここに，I は

$$\forall \varphi \in \mathfrak{H}, I\varphi = \varphi \tag{3.10}$$

を満たすという意味で，恒等作用素である．

3.2　SS連想型多段階不動点認識の結果

不動点成分 φ_{fixed} を入力パターン φ の代りに採用し，以後，SS連想型多段階不動点認識の働きを続行することの意味を解説する．

入力パターン $\varphi \in \Phi$ を

$$\varphi = \varphi_{fixed} + \varphi_{nonfixed} \wedge T\varphi_{fixed} = \varphi_{fixed} \wedge T\varphi_{nonfixed} \neq \varphi_{nonfixed} \tag{3.11}$$

と分解し，T の不動点 $\varphi_{fixed} = T\varphi \in \Phi$ を φ の代りに採用し，可分なヒルベルト空間$\mathfrak{H}$の元として表された入力パターン φ を

$$\exists j \in J, \varphi_0 \to \varphi_1 \to \varphi_2 \to \cdots \to \varphi_{t\max} = T\omega_j，ここに，\varphi_0 \equiv \varphi_{fixed} \tag{3.12}$$

というように，記憶 $T \cdot \Omega$ 内の或るパターン ω_j のデル $T\omega_j$ として再生し，然も，

$$\exists j \in J, \lambda_0 \to \lambda_1 \to \lambda_2 \to \cdots \to \lambda_{t\max} = [j]，ここに，\lambda_S \supset \lambda_{S+1} \in 2^J \tag{3.13}$$

というように(式(3.19)を参照)，入力パターン φ が帰属するカテゴリは $\mathfrak{C}_j$ であると決定できるSS連想形多段階不動点認識の働き(SS連想形多段階不動点認識の過程)を実行することになる．

3.3 SS連想型多段階不動点認識の方法

多段階にわたり，状態空間

$$FGC_{search}(T \cdot \Omega) \equiv \{\phi \mid \phi = \sum_{j \in J} a_j \cdot T\omega_j, 0 \le a_j \le 1 (j \in J), \sum_{j \in J} a_j \le 1\} \tag{3.14}$$

を探索し，帰納推理の働きで選択された或る構造受精変換

$$TA(\mu_t)T : <\Phi, 2^J> \to <\Phi, 2^J> \tag{3.15}$$

の不動点

$$<\varphi_{t\max}, \lambda_{t\max}> \in <\Phi, 2^J> \tag{3.16}$$

を求めるSS連想形多段階不動点認識の方法は簡単には，次のように述べられる．

［SS連想形多段階不動点認識の方法］

(1) (初期化段階；initialization) $\gamma \subseteq J$ を選び，$<\varphi_t, \lambda_t>|_{t=0} =_\Delta <T\varphi, \gamma>$ (3.17)

の下で，

(2) (帰納推理化段階；recursion)

$$\begin{aligned} &<\varphi_{t+1}, \lambda_{t+1}> =_\Delta TA(\mu_t)T <\varphi_t, \lambda_t> \\ &=_\Delta <TA(\mu_t \cap \lambda_t)T\varphi_t, CSF(\varphi_t, \mu_t \cap \lambda_t)> \\ &, t = 0,1,2,\cdots \end{aligned} \tag{3.18}$$

を経て，カテゴリ帰属知識 $<\varphi_t, \lambda_t> \in <\Phi, 2^J>$ の列

$$<\varphi_t, \lambda_t>, t = 0,1,2,\cdots \tag{3.19}$$

を求めていく．$\varphi_t \in \Phi$ は，入力パターン $\varphi \in \Phi$ のSS連想形多段階不動点認識の過程において，第 t 段階で想起されたパターンモデルである．$\lambda_t \in 2^J$ は，第 t 段階パターンモデル $\varphi_t \in \Phi$ が帰属している候補カテゴリの番号のリストである．

登場しているカテゴリの番号のリストの列

$$\mu_t (\subseteq J), t = 0,1,2,\cdots \tag{3.20}$$

について説明しておこう．SS連想型多段階不動点認識の過程の第 t 段階で，φ_t が帰属するであろう候補カテゴリの番号のリスト $\mu_t(\subseteq J)$ が発想推理の働きで，選ばれなければならない．

通常，減少列に，つまり，

$$\mu_0 \supseteq \mu_1 \supseteq \mu_2 \supseteq \cdots \supseteq \mu_t \supseteq \mu_{t+1} \supseteq \cdots \supset \phi \text{ (the empty set)} \tag{3.21}$$

が成立するように選ばれる．

(3) (終了段階；termination)

カテゴリ帰属知識の不動点方程式(fixed-point equation)

$$<\varphi_{t\max+1}, \lambda_{t\max+1}> (=_\Delta TA(\mu_{t\max})T <\varphi_{t\max}, \lambda_{t\max}>) =_\Delta <\varphi_{t\max}, \lambda_{t\max}> \text{(終了基準)} \tag{3.22}$$

の成立する第 $t\max$ 連想段階の $<\varphi_{t\max}, \lambda_{t\max}>$ で終了させる

と設定すると，大抵の場合，

$$\exists j \in J, \varphi_{t\max} = T\omega_j \wedge \lambda_{t\max} = [j] \tag{3.23}$$

を満たす有限の非負整数 $t\max$ が，不等式

$$0 \le t\max \le |J|-1 \tag{3.24}$$

が満たされる形で存在する[B26].

式(3.23)が成立していれば，不動点類似度分布

$$SM(\varphi_{t\max},\omega_j)=1 \wedge [\forall k \in J-\{j\}, SM\varphi_{t\max},\omega_k)=0] \tag{3.25}$$

が得られる.

カテゴリ帰属知識 $<\varphi_t,\lambda_t>$ に関する不動点方程式(3.22)の成立は，写像

$$TA(\mu_{t\max}\cap\lambda_{t\max})T:\Phi\to\Phi \tag{3.26}$$

の，第 $t\max$ 段階パターンモデル $\varphi_{t\max}$ に関する不動点方程式(3.28)と，写像

$$CSF(\mu_{t\max}\cap\lambda,\varphi_{t\max}):2^J\to 2^J \tag{3.27}$$

の，第 $t\max$ 段階候補カテゴリ番号のリスト $\lambda_{t\max}$ に関する不動点方程式(3.29)とを含んでいる：

$$<\varphi_{t\max+1},\lambda_{t\max+1}>(=_\Delta TA(\mu_{t\max})T<\varphi_{t\max},\lambda_{t\max}>)=_\Delta<\varphi_{t\max},\lambda_{t\max}>$$

$$\Leftrightarrow [TA(\mu_{t\max}\cap\lambda_{t\max})T\varphi_{t\max}=\varphi_{t\max} \tag{3.28}$$

$$\wedge CSF(\mu_{t\max}\cap\lambda_{t\max},\varphi_{t\max})=\lambda_{t\max}] \tag{3.29}$$

□

4. 類似度関数の構成論 I（視野を考慮しない場合）

本章では，先ず，axiom 2を満たす簡単な4種類の類似度関数 SM が構成される．次に，パターン φ のモデル $T\varphi$ が第 $j\in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の代表パターン ω_j のモデル $T\omega_j$ となす角 θ_j を用いた axiom 2を満たす簡単な2種類の類似度関数 SM が構成される．内積の絶対値の自乗を使い，相違性尺度を定義した後，axiom 2を満たす類似度関数 SM が一般的に構成される．最後に，各カテゴリに複数個の代表パターンがある場合，axiom 2を満たす類似度関数 SM が一般的に構成される.

4.1 axiom 2を満たす簡単な4種類の類似度関数 SM

パターン φ のモデル $T\varphi$ が第 $j\in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の代表パターン ω_j のモデル $T\omega_j$ と似ている程度(類似度;similarity measure)を構成したのが，次の定理4.1である.

［定理4.1］（式(2.19)の関数 SM の構成定理1）

次の4種類(イ)～(二)のように定義される式(2.19)の関数 SM は，axiom 2を満たす：

（イ）
$$SM(\varphi,\omega_j)=\frac{\tan\left(\frac{\pi}{2}\cdot\left|\frac{(T\varphi,T\omega_j)}{\|T\varphi\|\cdot\|T\omega_j\|}\right|^2\right)}{\sum_{k\in J}\tan\left(\frac{\pi}{2}\cdot\left|\frac{(T\varphi,T\omega_k)}{\|T\varphi\|\cdot\|T\omega_k\|}\right|^2\right)}$$

$$\text{if}\quad \forall j\in J,\forall i\in J-\{j\},\|T\omega_i-T\omega_j\|>0 \tag{4.1}$$

（ロ）
$$SM(\varphi,\omega_j)=\frac{\tan\left(\frac{\pi}{2}\cdot\frac{|(T\varphi,T\omega_j)|^2}{\max_{k\in J}|(T\varphi,T\omega_k)|^2}\right)}{\sum_{i\in J}\tan\left(\frac{\pi}{2}\cdot\frac{|(T\varphi,T\omega_i)|^2}{\max_{k\in J}|(T\varphi,T\omega_k)|^2}\right)}$$

$$\text{if}\quad \forall j\in J,\forall i\in J-\{j\},|(T\omega_i,T\omega_j)|^2<|(T\omega_j,T\omega_j)|^2 \tag{4.2}$$

（ハ）$$SM(\varphi,\omega_j)=\frac{[\log_e(1+\|T\varphi-T\omega_j\|^2)]^{-1}}{[\sum_{k\in J}\log_e(1+\|T\varphi-T\omega_k\|^2)]^{-1}}$$

$$\text{if}\quad \forall j\in J,\forall i\in J-\{j\},\|T\omega_i-T\omega_j\|>0 \tag{4.3}$$

（ニ）$$SM(\varphi,\omega_j)=\frac{[\log_e(1+\frac{\|T\varphi-T\omega_j\|^2}{\max_{i\in J}\|T\varphi-T\omega_i\|^2})]^{-1}}{\sum_{k\in J}[\log_e(1+\frac{\|T\varphi-T\omega_k\|}{\max_{i\in J}\|T\varphi-T\omega_i\|^2})\|^2)]^{-1}}$$

$$\text{if}\quad \forall j\in J,\forall i\in J-\{j\},\|T\omega_i-T\omega_j\|>0 \tag{4.4}$$

□

4.2 パターンφのモデル$T\varphi$が第$j\in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$の代表パターンω_jのモデル$T\omega_j$となす角θ_jを用いたaxiom 2を満たす簡単な2種類の類似度関数SM

実ヒルベルト空間$\mathfrak{H}$で考えよう．

パターンφのモデル$T\varphi$が第$j\in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$の代表パターンω_jのモデル$T\omega_j$となす角を$(0\le)\theta_j(\le\pi)$とすると，

$$a_j(T\varphi)\equiv(T\varphi,T\omega_j)=\|T\varphi\|\cdot\|T\omega_j\|\cdot\cos\theta_j \tag{4.5}$$

$$\therefore\qquad \theta_j=\cos^{-1}[\frac{(T\varphi,T\omega_j)}{\|T\varphi\|\cdot\|T\omega_j\|}] \tag{4.6}$$

が成り立つ．この$a_j(T\varphi,T\omega_j)$は，$T\varphi$が代表パターンモデル$T\omega_j$と相関がある程度（類似性の程度）であるから，

$$b_j(T\varphi)\equiv\|T\varphi\|\cdot\|T\omega_j\|\cdot\sin\theta_j \tag{4.7}$$

は，$T\varphi$が代表パターンモデル$T\omega_j$と相関がない程度（相違性の程度）である．

$$\sqrt{|a_j(T\varphi)|^2+|b_j(T\varphi)|^2}=\|T\varphi\|\cdot\|T\omega_j\| \tag{4.8}$$

が成り立つ．非零条件

$$\forall j\in J,\forall i\in J-\{j\},\|T\omega_i-T\omega_j\|>0 \tag{4.9}$$

の下で，考えよう．このとき，次の定理4.2が成り立つ．

［定理4.2］（式(2.19)の関数SMの構成定理2）

実ヒルベルト空間$\mathfrak{H}$で考えよう．非零条件式(4.9)の下で，

（ホ）$$SM(\varphi,\omega_j)=\frac{\frac{1}{1-\cos^2\theta_j}}{\sum_{k\in J}\frac{1}{1-\cos^2\theta_k}}=\frac{\frac{1}{\sin^2\theta_j}}{\sum_{k\in J}\frac{1}{\sin^2\theta_k}} \tag{4.10}$$

と定義される式(2.19)の関数SMはaxiom 2を満たす．□

ここに，

$$\sin\theta_j=\sqrt{1-\cos^2\theta_j} \tag{4.11}$$

に注意しておく．

［定理4.3］（式(2.19)の関数SMの構成定理3）

実ヒルベルト空間$\mathfrak{H}$で考えよう．非零条件式(4.9)の下で，

（ヘ）$SM(\varphi,\omega_j)=$

$$\begin{cases} \dfrac{\dfrac{1}{\|T\varphi\|\cdot\|T\omega_j\|\cdot\sin\theta_j}}{\sum\limits_{k\in J}\dfrac{1}{\|T\varphi\|\cdot\|T\omega_k\|\cdot\sin\theta_k}} & \text{if } \|T\varphi\|>0 \\ p(\mathfrak{C}_j) \quad \text{if } \|T\varphi\|=0 \end{cases}$$

(4.12)

と定義される式(2.19)の関数 SM はaxiom 2を満たす. □

式(4.5)を考慮すれば,

$$\|T\varphi\|\cdot\|T\omega_j\|\cdot\sin\theta_j = a_j(T\varphi)\cdot\tan\theta_j = (T\varphi,T\omega_j)\cdot\tan\theta_j$$

$$= (T\varphi,T\omega_j)\cdot\tan(\cos^{-1}\frac{(T\varphi,T\omega_j)}{\|T\varphi\|\cdot\|T\omega_j\|}) \quad \because \quad \text{式(4.6)} \tag{4.13}$$

が成立していることに注意しておく.

4.3　相違性尺度を用いた一般化されたaxiom 2を満たす類似度関数 SM

2条件

(a)（零点での無限性）$f_j(0)=+\infty$ (4.14)

(b)（非零点以外での正値有限性）$+\infty > f_j(u) > 0 \quad \text{if} \quad 0<u\le 1$ (4.15)

を満たす関数

$f_j:\{u\,|\,0\le u\le 1\}\to R^+$（非負実数全体の集合） (4.16)

を導入しよう． $c_j(T\varphi)$ を

$$c_j(T\varphi)=1-|\frac{(T\varphi,T\omega_j)}{\|T\varphi\|\cdot\|T\omega_j\|}|^2 \tag{4.17$_1$}$$

$$c_j(T\varphi)=\frac{\|T\varphi-T\omega_j\|^2}{\max\limits_{k\in J}\|T\varphi-T\omega_k\|^2} \tag{4.17$_2$}$$

$$c_j(T\varphi)=1-\exp[-a_j\cdot\frac{\|T\varphi-T\omega_j\|^2}{\max\limits_{k\in J}\|T\varphi-T\omega_k\|^2}],\ a_j>0 \tag{4.17$_3$}$$

と定義する．ここで,

$$\frac{(T\varphi,T\omega_j)}{\|T\varphi\|\cdot\|T\omega_j\|}=0 \quad \text{if} \quad \|T\varphi\|\cdot\|T\omega_j\|=0 \tag{4.18}$$

と約束している． $c_j(T\varphi)$ に，2性質

(c)　$\forall j\in J, c_j(T\omega_j)=0$ (4.19)

(d)　$\forall\varphi\in\Phi,\forall j\in J, 0\le c_j(T\varphi)\le 1$ (4.20)

が認められ， $T\varphi$ が $T\omega_j$ と相違している程度（相違性尺度）を表している．このとき，次の定理4.4が成り立つ.

［定理4.4］（式(2.19)の関数 SM の構成定理4）

$SM(\varphi,\omega_j)=$

$$\begin{cases} \dfrac{f_j(c_j(T\varphi))}{\sum_{k\in J} f_k(c_k(T\varphi))} & \text{if } \sum_{k\in J} f_k(c_k(T\varphi)) > 0 \\ p(\mathfrak{C}_j) & \text{if } \sum_{k\in J} f_k(c_k(T\varphi)) = 0 \end{cases}$$

(4.21)

と定義される式(2.19)の関数 SM は，条件式(4.9)と，条件

$$\forall j \in J, \| T\omega_j \| > 0 \tag{4.22}$$

の下で，axiom 2を満たす.　□

2条件式(4.14)，(4.15)を満たす式(4.16)の簡単な関数 f_j を以下に7例，構成しておく.

（例1）$$f_j(u) = \frac{1}{u} \tag{4.23}$$

（例2）$$f_j(u) = \frac{1}{1-\cos(\frac{\pi}{2}\cdot u)} \tag{4.24}$$

（例3）$$f_j(u) = \frac{1}{\sin(\frac{\pi}{2}\cdot u)} \tag{4.25}$$

（例4）$$f_j(u) = \frac{1}{\tan(\frac{\pi}{2}\cdot u)} \tag{4.26}$$

（例5）$$f_j(u) = \tan(\frac{\pi}{2}\cdot(1-u)) \tag{4.27}$$

（例6）$$f_j(u) = \frac{1}{1-\exp[-a_j\cdot u]}, \quad a_j > 0 \tag{4.28}$$

（例7）$$f_j(u) = -\frac{1}{2}\cdot\log_e u \tag{4.29}$$

□

4.4 各カテゴリに複数個の代表パターンがある場合の，類似性尺度を用いた一般化された axiom 2を満たす類似度関数 SM

条件式(4.9)，(4.22)の下で考えよう.

$\eta_{j,k}(k\in K_j)$ は第 $j\in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ に帰属するパターンとしよう．パターン集合

$$\Phi(j) \equiv \{\eta_{j,k} \mid k \in K_j\} \tag{4.30}$$

を，2条件

（一）$$\forall j \in J, \omega_j \in \Phi(j) \tag{4.31}$$

（二）$$\forall j \in J, \forall i \in J-\{j\}, \Phi(i)\cap\Phi(j) = \phi \tag{4.32}$$

の下で設ける $(j\in J)$．2条件

(a)（単位点での無限性）$g_j(1) = +\infty$　(4.33)

(b)（非単位点以外での正値有限性）$+\infty > g_j(u) > 0 \quad \text{if} \quad 0 \le u < 1$　(4.34)

を満たす関数

$g_j : \{u \mid 0 \le u \le 1\} \to R^+$（非負実数全体の集合）　(4.35)

を導入する.

2条件式(4.33)，(4.34)を満たす式(4.35)の簡単な関数 g_j を以下に7例，構成しておく．

（例1） $$g_j(u)=\frac{1}{1-u} \tag{4.36}$$

（例2） $$g_j(u)=\frac{1}{1-\cos(\frac{\pi}{2}\cdot(1-u))} \tag{4.37}$$

（例3） $$g_j(u)=\frac{1}{\sin(\frac{\pi}{2}\cdot(1-u))} \tag{4.38}$$

（例4） $$g_j(u)=\frac{1}{\tan(\frac{\pi}{2}\cdot(1-u))} \tag{4.39}$$

（例5） $$g_j(u)=\tan(\frac{\pi}{2}\cdot u) \tag{4.40}$$

（例6） $$g_j(u)=\frac{1}{1-\exp[-a_j\cdot(1-u)]},\quad a_j>0 \tag{4.41}$$

（例7） $$g_j(u)=-\frac{1}{2}\cdot\log_e(1-u) \tag{4.42}$$

□

このとき，2性質

(c) $$\forall j\in J, q_j(T\omega_j)=1 \tag{4.43}$$

(d) $$\forall j\in J, \forall i\in J-\{j\}, 0\le q_j(T\omega_i)<1 \tag{4.44}$$

を満たす関数

$$q_j(T\cdot):\Phi\to\{u\,|\,0\le u\le 1\} \tag{4.45}$$

を導入する． $q_j(T\varphi)$ は $T\varphi$ が $T\omega_j$ と類似している程度(類似性尺度)を表している．このとき，次の定理4.5が成り立つ．

［定理4.5］（式(2.19)の関数 SM の構成定理5）

$$SM(\varphi,\omega_j)=\begin{cases}\dfrac{g_j(q_j(T\varphi))}{\sum_{k\in J} g_k(q_k(T\varphi))} & \text{if } \sum_{k\in J} g_k(q_k(T\varphi))>0\\ p(\mathfrak{C}_j) & \text{if } \sum_{k\in J} g_k(q_k(T\varphi))=0\end{cases} \tag{4.46}$$

と定義される式(2.19)の関数 SM は，axiom 2を満たす． □

2条件式(4.43)，(4.44)を満たす式(4.45)の簡単な関数 $q_j(T\cdot)$ を以下に7例，構成しておく．

（例1） $$q_j(T\varphi)=\frac{\max_{k\in K_j}\left|\dfrac{(T\varphi,T\eta_{j,k})}{\|T\varphi\|\cdot\|T\eta_{j,k}\|}\right|^2}{\max_{i\in J}\max_{\ell\in K_i}\left|\dfrac{(T\varphi,T\eta_{i,\ell})}{\|T\varphi\|\cdot\|T\eta_{i,\ell}\|}\right|^2} \tag{4.47}$$

（例2） $$q_j(T\varphi)=1-\frac{\min_{k\in K_j}\|T\varphi-T\eta_{j,k}\|^2}{\max_{i\in J}\min_{\ell\in K_i}\|T\varphi-T\eta_{i,\ell}\|^2} \tag{4.48}$$

（例3）$q_j(T\varphi) = \exp[-a_j \cdot \dfrac{\min_{k\in K_j} \| T\varphi - T\eta_{j,k} \|^2}{\max_{i\in J} \min_{\ell \in K_i} \| T\varphi - T\eta_{i,\ell} \|^2}]$， $a_j > 0$

（4.49）

□

5. 類似度関数の構成論 II（視野を考慮した場合）

本章では，まえがきで指摘しているように，これまでの他の研究者による研究内容に勝っている式(2.19)の，axiom 2(2.2節)を満たす類似度関数 SM の構成論を論じる，いいかえれば，

（a）各カテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の代表パターンが単一でなくて，複数個が存在する場合

（b）視点 $x \in M'$ を持つ視野 $M'(x)(\subseteq M')$ において一致する度合いを与える場合

を併せた類似度関数 SM の構成論が研究される．

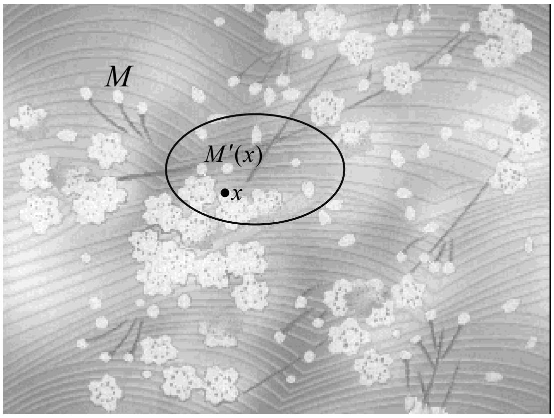

図5.1　視点 $x \in M'$ を持つ視野 $M'(x)(\subseteq M' \subseteq M)$

Fig.5.1　A view $M'(x)(\subseteq M' \subseteq M)$ having a viewpoint $x \in M'$

5.1　式(2.19)の，axiom 2を満たす類似度関数 SM の構成に必要な諸条件

$\varphi_{j,k} \in \Phi$ は第 $j \in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ に帰属すると判明している第 $k \in K_j$ 番目のパターンであるとして，パターン $\varphi_{j,k} \in \Phi(k \in K_j)$ の集合

$$\Phi(j) \equiv \{\varphi_{j,k} \mid k \in K_j\} \tag{5.1}$$

を導入する($j \in J$)．各 $\Phi(j)(j \in J)$ は，2条件

（CD1）（各代表パターン ω_j の包含条件）$\forall j \in J, \omega_j \in \Phi(j)$　（5.2）

（CD2）（非交差条件）$\Phi(i) \cap \Phi(j) = \phi (i \neq j)$　（5.3）

を満たすように選ばれているとしよう(4.4節の3式(4.30)～(4.32)を参照)．

視点 $x \in M'$ を持つ視野 $M'(x)(\subseteq M' \subseteq M)$ を備えた類似度関数 SM を構成することを研究するため，q 次元ユークリッド空間 R^q の可測部分集合 M の部分集合 M' を考える． M' の部分集合 $M'(x)(\subseteq M')$ は視点 $x \in M'$ を持つ視野とする．

関数

$$S(T\cdot,\cdot)(x):\Phi\times J\to R^{+}\ （非負実数全体の集合），\ x\in M'(x)(\subseteq M'\subseteq M) \tag{5.4}$$

を，2つの場合A，Bのいずれかにおいて考えよう．

A. $\int_{M'(x)}dm(x)>0$ であるように，$M'(x)$ を選んでいるとき

任意のパターン $\varphi\in\Phi$ について，2性質

（イ） $\forall x\in M'(x)(\subseteq M'\subseteq M),\forall j\in J,0\le S(T\varphi,j)(x)$ (5.5)

（ロ） $\forall x\in M'(x)(\subseteq M'\subseteq M),\forall j\in J,S(T\varphi,j)(x)=+\infty$ (5.6)

$$if \qquad \exists k\in K_j,\int_{M'(x)}dm(x)\,|(T\varphi)(x)-(T\varphi_{j,k})(x)|^2=0 \tag{5.7}$$

を満たすとする．

B. $\int_{M'(x)}dm(x)=0$ であるように，$M'(x)$ を選んでいるとき

この場合，$M'(x)$ は高々可算集合であるが，

$M'(x)=\{x\}$（1つの座標点 $x\in M'(\subseteq M)$ のみからなる集合） (5.8)

であってもよい．

任意のパターン $\varphi\in\Phi$ について，2性質

（イ） $\forall x\in M'(x)(\subseteq M'\subseteq M),\forall j\in J,0\le S(T\varphi,j)(x)$ (5.9)

（ハ） $\forall x\in M'(x)(\subseteq M'\subseteq M),\forall j\in J,S(T\varphi,j)(x)=+\infty$ (5.10)

$$if \qquad \exists k\in K_j,|(T\varphi)(x)-(T\varphi_{j,k})(x)|^2=0 \tag{5.11}$$

を満たすとする．

5.2　類似度関数 SM の構成

5.2.1　式(5.4)の関数 $S(T\cdot,\cdot)(x)$ の設定

①前節5.1の（イ），（ロ），或いは，（イ），（ハ）が満たされるように，

$$S(T\varphi,j)(x),\varphi\in\Phi,j\in J,x\in M'(x) \tag{5.12}$$

が選ばれているとしよう．

5.2.2　関数 $sm(\cdot,\cdot)(x)$ の設定

② $sm(\varphi,j)(x)=$

$$\begin{cases}\dfrac{S(T\varphi,j)(x)}{\sum_{k\in J}S(T\varphi,k)(x)} \cdots \sum_{k\in J}S(T\varphi,k)(x)>0\ のとき\\ p(\mathfrak{C}_j)\cdots\sum_{k\in J}S(T\varphi,k)(x)=0\ のとき\end{cases} \tag{5.13}$$

と定義される関数

$$sm(\cdot,\cdot)(x):\Phi\times J\to\{s\,|\,0\le s\le 1\} \tag{5.14}$$

について考えよう．

次の2定理5.1，5.3が成り立つ．

［定理5.1］（視点 $x\in M'$ を持つ視野 $M'(x)(\subseteq M')$ を備えた式(5.14)の関数 $sm(\cdot,\cdot)(x)$ の構成定理1）

前節5.1の（イ），（ロ）を満たす場合は，条件

$$i \neq j \Rightarrow \min_{k \in K_j} \int_{M'(x)} dm(x) \,|\, (T\omega_i(x) - (T\varphi_{k,j})(x) \,|^2 > 0 \quad (5.15)$$

の下で，任意の $x \in M'(x)$ について，次の4性質(p)，(q)，(r)，(s)が成り立つ：

(p)（最大値到達性）$\forall j \in J, sm(\omega_j, j)(x) = 1$ (5.16)

(q)（直交性）$\forall j \in J, \forall i \in J - \{j\}, sm(\omega_i, j)(x) = 0$ (5.17)

(r)（総和単位規格化性）$\forall \varphi \in \Phi, \sum_{j \in J} sm(\varphi, j)(x) = 1$ (5.18)

(s)（T-不変性）$\forall \varphi \in \Phi, \forall j \in J, sm(T\varphi, j)(x) = sm(\varphi, j)(x)$ (5.19)

□

［定理5.2］（視点 $x \in M'$ を持つ視野 $M'(x)(\subseteq M')$ を備えた式(5.14)の関数 $sm(\cdot,\cdot)(x)$ の構成定理2）

前節5.1の(イ)，(ハ)を満たす場合は，条件

$$i \neq j \Rightarrow \min_{k \in K_j} |\,(T\omega_i)(x) - (T\varphi_{k,j})(x)\,|^2 > 0 \quad (5.20)$$

の下で，任意の $x \in M'(x)$ について，上述の4性質(p)，(q)，(r)，(s)が成り立つ．□

上述の2定理5.1，5.2は，式(2.19)の関数 SM の密度関数に相当しているのが，視点 $x \in M'$ を持つ視野 $M'(x)(\subseteq M')$ を備えた**式(5.14)の関数** $sm(\cdot,\cdot)(x)$ **であることがわかる**．

尚，次の定理5.3の2事柄(一)，(二)にも注意しておく．

［定理5.3］（近似可定理）

(一) 5.1節の(イ)を満たし，(ロ)を近似的に満たす場合，条件式(5.15)の下で，2性質(p)，(q)が近似的に満たされ，2性質(r)，(s)が満たされる．

(二) 5.1節の(イ)を満たし，(ハ)を近似的に満たす場合，条件式(5.20)の下で，2性質(p)，(q)が近似的に満たされ，2性質(r)，(s)が満たされる．□

5.2.3　関数 $sm(\cdot,\cdot)(x)$ の規格化積分値 $IS(\varphi, j)$ の設定

式(5.14)の関数 $sm(\cdot,\cdot)(x)$ の規格化積分値(normalized integral value) $IS(\varphi, j)$

$$③\ IS(\varphi, j) = \frac{\int_{M'} dm(x) sm(\varphi, j)(x)}{\int_{M'} dm(x)} \quad (5.21)$$

は，パターン $\varphi \in \Phi$ のモデル $T\varphi \in \Phi$ が視点 $x \in M'$ を持つ各視野 $M'(x)(\subseteq M')$ を考慮し，式(5.1)のモデル集合 $\Phi(j)$ と近似的に似ている程度を表す．

この $IS(\varphi, j)$ を，モデル $T\varphi \in \Phi$ が第 $j \in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の代表パターン ω_j のモデル $T\omega_j$ と似ている程度と考え直す．このとき，3定理5.1～5.3を適用すれば，次の4事柄(1)，(2)，(3)，(4)がいえる．

(1)（最大値到達性）$\forall j \in J, IS(\omega_j, j) = 1$ (5.22)

が満たされるか，近似的に満たされる．

(2)（直交性）$\forall j \in J, \forall i \in J - \{j\}, IS(\omega_i, j) = 0$ (5.23)

が満たされるか，近似的に満たされる．

(3)（総和単位規格化性）$\forall \varphi \in \Phi, \sum_{j \in J} IS(\varphi, j) = 1$ (5.24)

が満たされるか，近似的に満たされる．

(4)（T-不変性）$\forall \varphi \in \Phi, \forall j \in J, IS(T\varphi, j) = IS(\varphi, j)$ (5.25)

が満たされる．□

不等式

$$0 \le \max_{i \in J-\{j\}} IS(\omega_i, j) \le s_j(0) < s_j(1) \le IS(\omega_j, j) \le 1, j \in J \tag{5.26}$$

を満たす2つの閾値 $s_j(0), s_j(1)$ の系

$$s_j(0), s_j(1), j \in J \tag{5.27}$$

を導入する．

5.2.4 規格化積分値 $IS(\varphi, j)$ をかさ上げ，そこ下げした関数 $QS(\varphi, j)$ の設定

その後，かさ上げ，そこ下げのための関数

$$f(u)$$

$$\begin{cases} = 0 \ldots u \le s_j(0) \text{ のとき} \\ > 0 \ldots s_j(0) < u < s_j(1) \text{ のとき} \\ = 1 \ldots u \ge s_j(1) \text{ のとき} \end{cases} \tag{5.28}$$

を導入し，量子化値（quantized value）$QS(\varphi, j)$ を

④ $QS(\varphi, j) =$

$$\begin{cases} 0 \ldots IS(\varphi, j) \le s_j(0) \text{ のとき} \\ f(IS(\varphi, j)) \ldots s_j(0) < IS(\varphi, j) < s_j(1) \text{ のとき} \\ 1 \ldots IS(\varphi, j) \ge s_j(1) \text{ のとき} \end{cases} \tag{5.29}$$

と定義する．

5.2.5 式（2.19）の類似度関数 SM の設定

$SM(\varphi, \omega_j)$ を，

⑤ $SM(\varphi, \omega_j) =$

$$\begin{cases} \dfrac{QS(\varphi, j)}{\sum_{k \in J} QS(\varphi, k)} \ldots \sum_{k \in J} QS(\varphi, k) > 0 \text{ のとき} \\ p(\mathfrak{C}_j) \ldots \sum_{k \in J} QS(\varphi, k) = 0 \text{ のとき} \end{cases} \tag{5.30}$$

と定義される式（2.19）の関数 SM について，次の定理5.4が成り立ち，各カテゴリ毎に複数個の代表パターンを設定し，かつ，視野を備えているようなaxiom 2を満たす類似度関数 SM が構成されたことがわかる．

［定理5.4］（各カテゴリ毎に複数個の代表パターンを設定し，かつ，視野を備えているようなaxiom 2を満たす類似度関数 SM の構成）

（C1）5.1節の（イ）を満たし，（ロ）を満たす場合

（C2）5.1節の（イ）を満たし，（ロ）を近似的に満たす場合

（C3）5.1節の（イ）を満たし，（ハ）を満たす場合

（C4）5.1節の（イ）を満たし，（ハ）を近似的に満たす場合

のいずれにおいても，式（5.30）のように呈された式（2.19）の関数 SM はaxiom 2を満たす．

（証明）axiom 2，（ｉ）の成立：2定理5.1，5.2，並びに，不等式（5.26）を満たすように，式（5.27）の

閾値の系 $s_j(0), s_j(1), j \in J$ を選定していることを考慮すれば，4つの(C1)～(C4)のいずれの場合でも，

$$\forall j \in J, QS(\omega_j, j) = 1 \tag{5.31}$$

$$\forall j \in J, \forall i \in J - \{j\}, QS(\omega_i, j) = 0 \tag{5.32}$$

が得られる．よって，

$$\forall j \in J, SM(\omega_j, \omega_j) = 1 \tag{5.33}$$

$$\forall j \in J, \forall i \in J - \{j\}, SM(\omega_i, j) = 0 \tag{5.34}$$

が成立し，証明が終わる．

axiom 2，(ⅱ)の成立：

関数 SM の定義式(5.30)から

$$\forall \varphi \in \Phi, \sum_{j \in J} SM(\varphi, \omega_j) = 1 \tag{5.35}$$

の成立は，明らか．

axiom 2，(ⅲ)の成立：$T \cdot T = T$（axiom 1，(ⅲ)の後半）　(5.36)

が成り立っているから，

$$\forall \varphi \in \Phi, \forall x \in M'(x) \subseteq M' \subseteq M, \forall j \in J, S(T(T\varphi), j)(x) = S(T\varphi, j)(x) \tag{5.37}$$

を得，よって，

$$\therefore \quad sm(T\varphi, j)(x) = sm(\varphi, j)(x) \tag{5.38}$$

$$\therefore \quad IS(T\varphi, j) = IS(\varphi, j)$$

$$\therefore \quad QS(T\varphi, j) = QS(\varphi, j) \tag{5.39}$$

$$\therefore \quad SM(T\varphi, \omega_j) = SM(\varphi, \omega_j) \tag{5.40}$$

が成立し，示された．　□

6. 節5.1の(イ)，(ハ)を満たす $S(T\varphi, j)(x)$ の諸例(視野を考慮しない場合)

定理5.4からわかるように，条件(C3)，つまり，5.1節の(イ)を満たし，然も，(ハ)を満たす場合，axiom 2を満たす式(2.19)の類似度関数 SM を構成できる．本章では，式(5.4)の関数 $S(T\cdot,\cdot)(x)$ の諸例を節5.1の(イ)，(ハ)を満たす形で，構成する．また，定理5.4からわかるように，条件(C4)，つまり，5.1節の(イ)を満たし，(ハ)を近似的に満たす場合でも，axiom 2を満たす式(2.19)の類似度関数 SM を構成できる(7章)．

6.1　構成例1

Re…]は･･･の実部の意，また，$\overline{\eta(x)}$ は $\eta(x)$ の複素共役の意として，

$$\frac{\mathrm{Re}[(T\varphi)(x) \cdot \overline{(T\varphi_{j,k})(x)}]}{|(T\varphi)(x)|^2 + |(T\varphi_{j,k})(x)|^2 - \mathrm{Re}[(T\varphi)(x) \cdot \overline{(T\varphi_{j,k})(x)}]} \tag{6.1}$$

$$= 1 \quad \text{if} \quad (T\varphi)(x) = (T\varphi_{j,k})(x) = 0 \tag{6.2}$$

を約束しておく．そうすれば，

$$S(T\varphi, j)(x)$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot \log_e [1 - \max_{k \in K_j} | \frac{\mathrm{Re}[(T\varphi)(x) \cdot \overline{(T\varphi_{j,k})(x)}]}{|(T\varphi)(x)|^2 + |(T\varphi_{j,k})(x)|^2 - \mathrm{Re}[(T\varphi)(x) \cdot \overline{(T\varphi_{j,k})(x)}]} |^2] \tag{6.3}$$

と定義される式(5.4)の $S(T\cdot,\cdot)(x)$ は，5.1節の(イ)，(ハ)を満たす．何故ならば，不等式

$$\begin{aligned}
&\forall x \in M, 0 \le |(T\varphi)(x) - (T\varphi_{j,k})(x)|^2 \\
&= [(T\varphi)(x) - (T\varphi_{j,k})(x)] \cdot [\overline{(T\varphi)(x)} - \overline{(T\varphi_{j,k})}(x)] \\
&= |(T\varphi)(x)|^2 + |(T\varphi_{j,k})(x)|^2 - 2 \cdot \mathrm{Re}[(T\varphi)(x) \cdot \overline{(T\varphi_{j,k})}(x)] \qquad (6.4) \\
&\therefore \quad \mathrm{Re}[(T\varphi)(x) \cdot \overline{(T\varphi_{j,k})}(x)] \\
&\le |(T\varphi)(x)|^2 + |(T\varphi_{j,k})(x)|^2 - \mathrm{Re}[(T\varphi)(x) \cdot \overline{(T\varphi_{j,k})}(x)] \qquad (6.5)
\end{aligned}$$

が成立するからである．

6.2　構成例2

$$\begin{aligned}
&S(T\varphi, j)(x) \\
&= a_j \cdot \frac{1}{\log_e[1 + \min\limits_{k \in K_j} |(T\varphi)(x) - (T\varphi_{j,k})(x)|^2]}, \quad a_j > 0 \qquad (6.6)
\end{aligned}$$

と定義される式(5.4)の $S(T\cdot,\cdot)(x)$ は，5.1節の(イ)，(ハ)を満たす．

6.3　構成例3

$$\begin{aligned}
&S(T\varphi, j)(x) \\
&= a_j \cdot \frac{1}{1 - \cos[\dfrac{\pi}{2} \cdot \dfrac{\min\limits_{k \in K_j} |(T\varphi)(x) - (T\varphi_{j,k})(x)|^2}{\max\limits_{i \in J} \min\limits_{\ell \in K_i} |(T\varphi)(x) - (T\varphi_{i,\ell})(x)|^2}]}, \quad a_j > 0 \qquad (6.7)
\end{aligned}$$

と定義される式(5.4)の $S(T\cdot,\cdot)(x)$ は，5.1節の(イ)，(ハ)を満たす．

6.4　構成例4

$$\begin{aligned}
&S(T\varphi, j)(x) \\
&= \frac{1}{\min\limits_{k \in K_j} |(T\varphi)(x) - (T\varphi_{j,k})(x)|^2} \qquad (6.8)
\end{aligned}$$

と定義される式(5.4)の $S(T\cdot,\cdot)(x)$ は，5.1節の(イ)，(ハ)を満たす．

7. 節5.1の(イ)を満たし，(ハ)を近似的に満たす $S(T\varphi, j)(x)$ の諸例(視野を考慮しない場合)

定理5.4からわかるように，条件(C4)，つまり，5.1節の(イ)を満たし，(ハ)を近似的に満たす場合でも，axiom 2を満たす式(2.19)の類似度関数 SM を構成できる．この近似構成を研究する．

5.1節の(イ)を満たし，(ハ)を近似的に満たす諸例をあげよう．

7.1　近似を使った構成例1

任意の実数値変数 y について，

$$\lim_{\varepsilon \to +0} \frac{1}{y^2 + \varepsilon^2} = +\infty \quad \text{if} \quad y = 0 \quad (\varepsilon > 0) \qquad (7.1)$$

であるから，

$$S(T\varphi, j)(x)$$

$$= \max_{k \in K_j} \frac{1}{|(T\varphi)(x) - (T\varphi_{j,k})(x)|^2 + \varepsilon^2} \tag{7.2}$$

と定義される式(5.4)の $S(T\cdot,\cdot)(x)$ は，5.1節の(イ)を満たし，(ハ)を近似的に満たす.

7.2　近似を使った構成例2

記号 $\delta(y)$ をDirac δ 超関数とする．つまり，無限回連続的に微分可能な関数 f で，ある有界領域の外では，その値が0となる任意の関数 f に対し,

$$\forall a \in R, \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(y-a) \cdot f(y) dy = f(a) \text{，ここに，} R \text{ は実数全体の集合} \tag{7.3}$$

が成立するのが，Dirac δ 超関数である.

任意の実数値変数 y について,

$$\lim_{\varepsilon \to +0} \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\varepsilon}{y^2 + \varepsilon^2} = \delta(y) \quad (\varepsilon > 0) \tag{7.4}$$

が成り立つから[A1]，正数 ε を十分小さく選んで,

$$S(T\varphi, j)(x)$$
$$= \max_{k \in K_j} \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\varepsilon}{|(T\varphi)(x) - (T\varphi_{j,k})(x)|^2 + \varepsilon^2} \tag{7.5}$$

と定義される式(5.4)の $S(T\cdot,\cdot)(x)$ は，5.1節の(イ)を満たし，(ハ)を近似的に満たす.

7.3　近似を使った構成例3

任意の実数値変数 y について,

$$\lim_{a \to +\infty} \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\sin(ay)}{y} = \delta(y) \quad (0 < a < +\infty) \tag{7.6}$$

が成り立つから[A1]，正数 a を十分大きく選んで,

$$S(T\varphi, j)(x)$$
$$= \max\{\max_{k \in K_j} \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\sin\{a \cdot |(T\varphi)(x) - (T\varphi_{j,k}(x)|^2\}}{|(T\varphi)(x) - (T\varphi_{j,k})(x)|^2}, 0\} \tag{7.7}$$

と定義される式(5.4)の $S(T\cdot,\cdot)(x)$ は，5.1節の(イ)を満たし，(ハ)を近似的に満たす.

7.4　近似を使った構成例4

任意の実数値変数 y について,

$$\lim_{t \to +0} \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} \cdot \exp[-\frac{y^2}{2t}] = \delta(y) \quad (0 < t) \tag{7.8}$$

が成り立つから[A1]，正数 t を十分小さく選んで,

$$S(T\varphi, j)(x)$$
$$= \max_{k \in K_j} \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} \cdot \exp[-\frac{|(T\varphi)(x) - (T\varphi_{j,k}(x)|^2}{2t}] \tag{7.9}$$

と定義される式(5.4)の $S(T\cdot,\cdot)(x)$ は，5.1節の(イ)を満たし，(ハ)を近似的に満たす.

8. 節5.1の（イ），（ロ）を満たす $S(T\varphi, j)(x)$ の諸例（視野を考慮した場合）

定理5.4からわかるように，条件(C1)，つまり，5.1節の（イ）を満たし，然も，（ロ）を満たす場合，axiom 2を満たす式(2.19)の類似度関数 SM を構成できる．本章では，前章に引き続いて，式(5.4)の関数 $S(T\cdot,\cdot)(x)$ の諸例を節5.1の（イ），（ロ）を満たす形で，構成する．

8.1 構成例1

節5.1のAでの条件

$$\int_{M'(x)} dm(x) > 0 \tag{8.1}$$

を仮定する．

$$S(T\varphi, j)(x)$$
$$= -\frac{1}{2}\cdot\log_e[1-\max_{k\in K_j}|\frac{\int_{M'(x)} dm(x)(T\varphi)(x)\cdot(T\varphi_{j,k})(x)}{\sqrt{\int_{M'(x)} dm(x)|(T\varphi)(x)|^2}\cdot\sqrt{\int_{M'(x)} dm(x)|(T\varphi_{j,k})(x)|^2}}|^2] \tag{8.2}$$

と定義される式(5.4)の $S(T\cdot,\cdot)(x)$ は，5.1節の（イ），（ロ）を満たす.

8.2 構成例2

式(8.1)を仮定する．

$$S(T\varphi, j)(x)$$
$$= \frac{1}{\min_{k\in K_j}\int_{M'(x)} dm(x)|(T\varphi)(x)-(T\varphi_{j,k})(x)|^2} \tag{8.3}$$

と定義される式(5.4)の $S(T\cdot,\cdot)(x)$ は，5.1節の（イ），（ロ）を満たす.

8.3 構成例3

式(8.1)を仮定する．

$$S(T\varphi, j)(x)$$
$$= a_j\cdot\frac{1}{\log_e[1+\min_{k\in K_j}\int_{M'(x)} dm(x)|(T\varphi)(x)-(T\varphi_{j,k})(x)|^2]},\quad a_j > 0 \tag{8.4}$$

と定義される式(5.4)の $S(T\cdot,\cdot)(x)$ は，5.1節の（イ），（ロ）を満たす.

8.4 構成例4

式(8.1)を仮定する．

$$S(T\varphi, j)(x)$$
$$= a_j\cdot\frac{1}{1-\cos[\frac{\pi}{2}\cdot\frac{\min_{k\in K_j}\int_{M'(x)} dm(x)|(T\varphi)(x)-(T\varphi_{j,k})(x)|^2}{\max_{i\in J}\min_{\ell\in K_i}\int_{M'(x)} dm(x)|(T\varphi)(x)-(T\varphi_{i,\ell})(x)|^2}]},\quad a_j > 0 \tag{8.5}$$

と定義される式(5.4)の $S(T\cdot,\cdot)(x)$ は，5.1節の（イ），（ロ）を満たす.

9. 節5.1の(イ)を満たし，(ロ)を近似的に満たす $S(T\varphi, j)(x)$ の諸例(視野を考慮した場合)

また，定理5.4からわかるように，条件(C2)，つまり，5.1節の(イ)を満たし，(ロ)を近似的に満たす場合でも，axiom 2を満たす式(2.19)の類似度関数 SM を構成できる．この構成例も研究する．

5.1節の(イ)を満たし，(ロ)を近似的に満たす諸例をあげよう．

9.1　近似を使った構成例1

式(8.1)を仮定する．

正数 ε を十分小さく選んで，

$$S(T\varphi, j)(x) = \max_{k\in K_j} \frac{1}{\int_{M'(x)} dm(x)\,|(T\varphi)(x)-(T\varphi_{j,k})(x)|^2+\varepsilon^2} \tag{9.1}$$

と定義される式(5.4)の $S(T\cdot,\cdot)(x)$ は，5.1節の(イ)を満たし，(ロ)を近似的に満たす．

9.2　近似を使った構成例2

式(8.1)を仮定する．

正数 ε を十分小さく選んで，

$$S(T\varphi, j)(x) = a_j\cdot\frac{1}{\log_e[1+\min_{k\in K_j}\int_{M'(x)} dm(x)\,|(T\varphi)(x)-(T\varphi_{j,k})(x)|^2]+\varepsilon^2},\quad a_j>0 \tag{9.2}$$

と定義される式(5.4)の $S(T\cdot,\cdot)(x)$ は，5.1節の(イ)を満たし，(ロ)を近似的に満たす．

9.3　近似を使った構成例3

式(8.1)を仮定する．

正数 ε を十分小さく選んで，

$$S(T\varphi, j)(x) = a_j\cdot\frac{1}{1-\cos\left[\frac{\pi}{2}\cdot\frac{\min_{k\in K_j}\int_{M'(x)} dm(x)\,|(T\varphi)(x)-(T\varphi_{j,k})(x)|^2}{\max_{i\in J}\min_{\ell\in K_i}\int_{M'(x)} dm(x)\,|(T\varphi)(x)-(T\varphi_{i,\ell})(x)|^2}\right]+\varepsilon^2},\quad a_j>0 \tag{9.3}$$

と定義される式(5.4)の $S(T\cdot,\cdot)(x)$ は，5.1節の(イ)を満たし，(ロ)を近似的に満たす．

9.4　近似を使った構成例4

式(8.1)を仮定する．

正数 ε を十分小さく選んで，

$$S(T\varphi, j)(x) = \max_{k\in K_j} \frac{1}{\pi}\cdot\frac{\varepsilon}{\int_{M'(x)} dm(x)\,|(T\varphi)(x)-(T\varphi_{j,k})(x)|^2+\varepsilon^2} \tag{9.4}$$

と定義される式(5.4)の $S(T\cdot,\cdot)(x)$ は，5.1節の(イ)を満たし，(ロ)を近似的に満たす．

9.5　近似を使った構成例5

式(8.1)を仮定する.

正数 a を十分大きく選んで,

$$S(T\varphi, j)(x)$$
$$= \max\{\max_{k\in K_j}\frac{1}{\pi}\cdot\frac{\sin\{a\cdot\int_{M'(x)}dm(x)\,|\,(T\varphi)(x)-(T\varphi_{j,k}(x)\,|^2\}}{\int_{M'(x)}dm(x)\,|\,(T\varphi)(x)-(T\varphi_{j,k})(x)\,|^2},0\} \tag{9.5}$$

と定義される式(5.4)の $S(T\cdot,\cdot)(x)$ は，5.1節の(イ)を満たし，(ロ)を近似的に満たす.

9.6　近似を使った構成例6

式(8.1)を仮定する.

正数 t を十分小さく選んで,

$$S(T\varphi, j)(x)$$
$$= \max_{k\in K_j}\frac{1}{\sqrt{2\pi t}}\cdot\exp[-\frac{\int_{M'(x)}dm(x)\,|\,(T\varphi)(x)-(T\varphi_{j,k}(x)\,|^2}{2t}] \tag{9.6}$$

と定義される式(5.4)の $S(T\cdot,\cdot)(x)$ は，5.1節の(イ)を満たし，(ロ)を近似的に満たす.

10.　むすび

静止画，動画，言語音声，会話音声，楽曲などのパターン φ が記憶している有限個のパターン ω_j の集合 Ω 内の，どのパターンと最も似ているかを決定するには，SS理論に登場する類似度関数 SM を使えばよい．著者以外の研究者が提案し用いている類似度 $sim(\varphi,\omega_j)$ は比較的簡単なもので,

(1)（最大値到達性）$\forall j\in J, sim(\omega_j,\omega_j)=1$　(10.1)

(2)（類似比例性）$\|\varphi-\omega_j\|\le\|\varphi'-\omega_j\|\Rightarrow sim(\varphi,\omega_j)\ge sim(\varphi',\omega_j)$　(10.2)

(3)（単位区間存在性）$\forall\varphi,\forall j, 0\le sim(\varphi,\omega_j)\le 1$　(10.3)

を満たすだけのであり，この3式(10.1)～(10.3)，並びに，axiom 2を満たす類似度を構成したのは，S.Suzuki以外しかいない.

(4)（直交性(axiom 2，(ｉ))$\forall j\in J,\forall i\in J-\{j\}, sim(\omega_i,\omega_j)=1$　(10.4)

を満たすように構成するのは従来難しいとされていたが，この困難性を軽く突破したことに注意しておく．また，原パターン φ のパターンモデル $T\varphi$ をあからさまに使って類似度を定義したことにより，原パターン φ の，或る程度の変形に耐えることができるようになったことにも注意しておこう．原パターン φ の代りにそのパターンモデル $T\varphi$ をあからさまに使って類似度を定義したことは，原パターン φ とそのパターンモデル $T\varphi$ との間に同一知覚原理が成立することにもなった.

本論文は，多段階SS認識法に役立つように，このような類似度関数 SM を構成する方法が研究された．本研究では，他の研究者による研究内容とは異なり,

(a) 各カテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の代表パターンが単一でなくて，複数個が存在する場合類似度関数 SM の構成

(b) 視点を持つ視野において一致する度合いを与える場合の類似度関数 SM の構成

が論じられた.

Axiom 2を満たす類似度関数 SM を適応的に決定するには，本論文で構成された類似度関数 SM' を使い,

$$SM(\varphi,\omega_j) = \frac{SM'(\varphi,\omega_j)+\max\{g_j(T\varphi),0\}}{1+\sum_{i\in J}\max\{g_i(T\varphi),0\}} \tag{10.5}$$

と定義された類似度関数 SM を採用すればよい．ここに，条件

$$\forall j\in J, \forall i\in J-\{j\}, g_j(T\omega_i)\le 0 \tag{10.6}$$

を満たし，添え字を助変数にもつ関数

$$g_i : T\cdot\Phi\to R \tag{10.7}$$

が用意されている[B3]．この関数の系 $g_i, i\in J$ をニューラルネットなどにより適応的に決定しておけばよい[B40]．この適応的類似度関数 SM の採用により，益々，多段階SS認識法が多種多様の画像，音声について有効に機能することになる．

参考文献　A

［A1］ ゲリファンド，シーロフ：“超関数論 I（共立全書526）”，功刀金次郎・井関清志・麦林布道共訳，共立出版，Aug.1963

［A2］ 寺本英：エネルギーとエントロピー（化学モノグラフ25），（株）化学同人，Jun.1973

［A3］ 石川幹人：心と認知の情報学（シリーズ・認知と文化　ロボットをつくる・人間を知る），勁草（けいそう）書房，Jun.2006

［A4］ 戸田盛和：熱・統計力学（物理入門コース7），岩波書店，Apr.1994

［A5］ 新井朝雄：ヒルベルト空間と量子力学（共立講座　21世紀の数学16），共立出版，Sept,2004

［A6］ 伊藤大介：量子力学の考え方，河出書房新社，Nov.1971

参考文献　B

［B1］ 鈴木昇一：“認識工学”，柏書房，Feb.1975

［B2］ 鈴木昇一：“ニューラルネットの新数理”，近代文芸社，Sept.1996

［B3］ 鈴木昇一：“パターン認識問題の数理的一般解決”，近代文芸社，June 1997

［B4］ 鈴木昇一：“認識知能情報論の新展開”，近代文芸社，Aug.1998

［B6］ 鈴木昇一：“手書き漢字の側抑制効果的分解とその計算機シミュレーション”情報処理学会誌，vol.15,no.12,pp.927-934,Dec.1974

［B7］ 鈴木昇一：“画像情報量とその手書き漢字への応用”，画像電子学会誌，vol.4,no.1,pp.4-12, Apr.1975

［B8］ 鈴木昇一：“抽出された特徴による手書き漢字構造の再生”，情報処理学会誌，vol.18,no.11, pp.1115-1122,Nov.1977

［B9］ 鈴木昇一：“回転群と画像の分解･強調･構造化再構成に関する計算機シミュレーション”，情報研究（文教大学･情報学部），no.4,pp.36-56,Dec.1983

［B10］ 鈴木昇一：“連想形記憶器MEMOTRONと日本語単独母音系列の再生に関する計算機シミュレーション”，情報研究（文教大学･情報学部），no.7,pp.14-29,Dec.1986

［B11］ 鈴木昇一：“多変量解析に基づく大分類関数の決定とその計算機シミュレーション”，情報

研究（文教大学・情報学部），no.10,pp.35-49,Dec.1989
［B12］ 鈴木昇一："帰属係数法に基づく類似度，帰属関係あいまい度，認識情報量の計算機シミュレーション"，情報研究（文教大学・情報学部），no.11,pp.51-68,Dec.1990
［B13］ 鈴木昇一："構造受精法と日本語単独母音の認識"，情報研究（文教大学・情報学部），no.18, pp.17-51,Dec.1998
［B14］ 鈴木昇一，前田英明："有声破裂音の代表パターンの学習的決定と，その計算機シミュレーション"，情報研究（文教大学・情報学部），no.20,pp.77－95,Dec.1998
［B15］ 鈴木昇一，前田英明："変動エントロピーによる有声破裂音の順序付けと，その計算機シミュレーション"，情報研究（文教大学・情報学部），no.21,pp.51－78,Mar.1999
［B16］ 鈴木昇一："平均顔を用いた顔画像の2値化、並びに、目・鼻・口の抽出と、その計算機シミュレーション"，情報研究（文教大学・情報学部），no.22,pp.65－150,Dec.1999
［B17］ 鈴木昇一："界面エネルギーの減少に伴うモデル構成作用素の，顔画像処理に関する計算機シミュレーション"，情報研究（文教大学・情報学部），no.23,pp.109－182,Mar.2000
［B18］ 鈴木昇一："風景画から知識を抽出し，解釈するシステムの，ファジィ推論ニューラルネットによる構成"，情報研究（文教大学・情報学部），no.23,pp.183-265,Mar.2000
［B19］ 鈴木昇一："各個人の感性を反映した認識システムRECOGNITRON"，情報研究（文教大学・情報学部），no.24,pp.185－257,Dec.2000
［B20］ 鈴木昇一："プロダクション・システムとしてのファジィ・マルチメディア・コンピュータと、空間多重パターンファジィ推論系"，情報研究（文教大学・情報学部），no.24,pp.105－183,Dec.2000
［B21］ 鈴木昇一："SS大分類関数BSCの適応的構成への、計算論的学習理論の適用"，情報研究（文教大学・情報学部），no.25,pp.185－236,Mar.2001
［B22］ 鈴木昇一："量子力学の諸原理，多段階量子認識系と，心理状態を取り入れた想起に基づく部分空間認識法"，情報研究（文教大学・情報学部），no.25,pp.237－282,Mar.2001
［B23］ 鈴木昇一："Support Vector Machineを利用した大分類関数の構成"，情報研究（文教大学・情報学部），no.26,pp.1－62,Dec.2001
［B24］ 鈴木昇一："2カテゴリ分類困難度の情報理論"，情報研究（文教大学・情報学部），no.26,pp.63－160,Dec.2001
［B25］ 鈴木昇一："一般化類似度関数を用いた"導出原理による第1階述語推論"，情報研究（文教大学・情報学部），no.27,pp.27－71,Mar.2002
［B26］ 鈴木昇一，川俣博司，大槻善樹："風景画の理解に関するJAVA言語によるRECOGNITRONの計算機シミュレーション"，情報研究（文教大学・情報学部），no.27,pp.73－109,Mar.2002
［B27］ 鈴木昇一："遺伝的アルゴリズムにおける適合度比例選択戦略を利用した進化方程式の，パターン多段階変換に基づく認識への応用"，情報研究（文教大学・情報学部），no.28,pp.37－67,Dec.2002
［B28］ 鈴木昇一："近傍を利用した音素認識のためのモデル構成作用素T，類似度関数SM，大分類関数BSCの諸構成と，SS不動点探索型多段階想起認識"，情報研究（文教大学・情報学部），no.28,pp.69－141,Dec.2002
［B29］ 鈴木昇一："JAVA言語で実装化された画像理解システムIUSの動作概要と，その稼動方法"，情報研究（文教大学・情報学部），no.28,pp.143－165,Dec.2002

［B30］ 鈴木昇一，川俣博司，大槻善樹:“JAVA言語による計算機シミュレーションで生じた風景画像の理解場面での多段階連想形認識過程の異常現象”，情報研究（文教大学･情報学部），no.29,pp.123－166,July 2003
［B31］ 鈴木昇一：“パターン情報処理（モデル構成作用素，誤差逆伝播学習2層ニューラルネット）と，論理的含意とによる非単調的知識推論”，情報研究（文教大学･情報学部），no.29,pp.75－122,July 2003
［B32］ 鈴木昇一：“可分な一般抽象ヒルベルト空間でのK-L直交系の理論”，情報研究（文教大学･情報学部），no.29,pp.41－73,July 2003
［B33］ 鈴木昇一：“パターン系列（動画像，会話音声）の，dynamical systemによる連想理論と，連想器SPATEMTRON”，情報研究（文教大学･情報学部），no.30,pp.139-186,Jan.2004
［B34］ 鈴木昇一：“原パターンを近似できるという拘束条件付き最小自乗ノルムパターンモデルの，会話音声・動画像処理への応用”，情報研究（文教大学･情報学部），no.33,pp.43-110,Jul.2005
［B35］ 鈴木昇一：“会話音声・動画像処理への，万能性類似度関数の採用によるSS多段階認識の改良”，情報研究（文教大学･情報学部），no.31,pp.65-108,Jul.2004
［B36］ 鈴木昇一：“入出力例の系列を用いた“対連想問題･その擬逆問題”の一般解”，情報研究（文教大学･情報学部），no.30,pp.81-137,Jan.2004
［B37］ 鈴木昇一：“共役勾配法の一般解における直交系の応用（画像復元，パターンモデルの構成，パターン集合の情報理論的次元）”，情報研究（文教大学･情報学部），no.30,pp.27-79,Jan.2004
［B38］ 鈴木昇一：“マルチメディア情報理論入門”，東京図書出版会，Dec.2007
［B39］ Shoichi Suzuki：“Memorization and Reasoning of Semantic Network Using Paired-Associate Mapping of Patterns”, Information and Communication Studies of The Faculty of Information and Communication, Bunkyo University, vol.38,pp.59-76,Jan.2008
［B40］ 鈴木昇一：“画像プロダクションシステムの記憶と推論”，情報研究（文教大学・情報学部），vol.38,pp.77-103,Jan.2008

（著者　鈴木昇一，論文題目　カテゴリ帰属知識を使ったSS多段階認識法における類似度関数の構成論，文教大学情報学部情報研究no39投稿論文，投稿年月日　2008年4月9日（水））