

画像プロダクションシステムの記憶と推論

鈴木 昇一

Memorization and Reasoning of Image Production-System

Shoichi Suzuki

あらまし

リスト γ 内の1つ j をカテゴリ番号とする第 j 番目のカテゴリ \mathcal{C}_j にパターン φ が帰属している可能性があるという事態を $\langle \varphi, \gamma \rangle$ と表し、パターン φ のカテゴリ帰属知識という。

m 個のif-then-rule(プロダクションルール) if φ_j then $\eta_j, j=1\sim m$ が長期記憶領域内にあり、ルールの各前件 φ_j ,後件 η_j が画像(パターン)であるようなプロダクションシステムを画像プロダクションシステムとよぶことにしよう。本画像プロダクションシステムの推論エンジンは、前処理、特徴抽出、認識が分離されていなくて融合されている形式を備えている2種類の構造受精変換 $TA_k(\mu)T, k=1,2$ を使う。 J はすべてのカテゴリ番号を要素にもつ全カテゴリ番号リストとしよう。ある1つのカテゴリ番号 j を発見して、短期記憶内に置かれたカテゴリ帰属知識 $\langle \varphi, J \rangle$ をカテゴリ帰属知識 $\langle \varphi, [j] \rangle$ に変換することで、短期記憶の変更は達成される。学習能力により、入力パターン φ に含まれる変形、雑音を取り除く性能が大きい。本画像プロダクションシステムは多数のif-then-rule(競合集合)内のどの1つを適用すべきかを決定する競合解消戦略は必要としないことが特色である。

キーワード

- (1) モデル構成作用素 (2) 類似度関数 (3) 大分類関数 (4) 構造受精変換
(5) カテゴリ帰属知識

Abstract

The situation where Pattern φ may belong to the j -th category \mathcal{C}_j which makes j in list γ a category number is expressed as $\langle \varphi, \gamma \rangle$, and this is called categorical-membership knowledge of pattern φ .

A picture production system such that there will be m if-then-rules(production rules) if φ_j then $\eta_j, j=1\sim m$ in a long-term memory domain and both the former-matter φ_j and the latter-matter η_j are picture patterns is presented here. Two kinds $TA_k(\mu)T, k=1,2$ of structure fertilization

transformation equipped with the form which is that a pretreatment, the feature extraction, and a recognition are not separated and united are used for the inference engine of this picture production system. Let J denote the whole category number list that have all category numbers in an element. Change of short-term memory is attained by discovering one certain category number j and changing into the categorical-membership knowledge $\langle \varphi, [j] \rangle$ the categorical-membership knowledge $\langle \varphi, J \rangle$ placed into short-term memory. The performance which removes the deformation and the noise included in the input pattern φ is also powerful by the learning capability. It is the special feature not to need a strategy for conflict resolution of determining whether this picture production system should apply one of conflict set of the if-then-rules.

Key words

- (1) model-construction operator (2) similarity-measure function (3) rough classifier
 (4) structure fertilization transformation (5) categorical membership knowledge

第1章 まえがき

記号列を使った従来の記号列プロダクションシステムの動作とは、if 前件 then 後件 なるルールの前件が短期記憶内にあるかどうかを試み、もしあれば、if-thenルールの後件を実行するだけである。この実行により、短期記憶内容が変更され、再び、同様な変更動作が繰り返し実行される。短期記憶内に適用可能な複数のif-thenルールの前件があれば、これらのif-thenルールは競合しているといい、このため、その内のどの1つのif-thenルールを選択するかという「競合を解消する機構」が必要となる。

知識表現には、(1#)単位となる概念(2#)概念間の関係(3#)推論規則が必要とされる [13]。本画像プロダクションシステム

$$PS \langle x_1, x_2; p, q \rangle \quad (1)$$

では、単位となる概念は2次元画像であり、概念間の関係はif-then ルールの集合

$$\text{if } T\varphi_j \text{ then } T\eta_j, j=1 \sim m \quad (2)$$

である。推論規則は、付録Gの、2種類の構造受精変換

$$TA_k(\mu)T, k=1,2 \quad (3)$$

を使ったカテゴリ知識の多段階「生成・変換」過程である。このため、短期記憶内にただ1つのカテゴリ帰属知識しかない場合、競合解消戦略は必要としない。

人間の記憶の働きを計算機上にモデル化したものの1つに、プロダクションシステムがある。注目している事実などを蓄えている短期記憶の内容が長期記憶内のプロダクションとよばれるルールの実行により書き換えられ、短期記憶の内容のこの変化が次の書き換え動作を起動させるきっかけとなるような、Post機械に基礎をおく計算モデル [11] ともいえる。1974年にスタンフォード大学のSHorliffe等により開発された感染症診断システムMYCINが初期のプロダクションシステムである。

多数のif-then-rule(プロダクションルール)

$$\text{if } C_i \text{ then } D_i, i=1 \sim m \quad (4)$$

を長期記憶領域内に記憶しておいて、作業記憶(短期記憶領域)にある複数のデータ $F_j, j=1 \sim n$ が入

力された時、1つの事実 F_j と一致する C_i を見つけ、 C_i から定まる後件 D_i を使って短期記憶領域を書き換え(1段階のデータ駆動型の推論動作)、この種の書き換え動作が実行できなくなった時の短期記憶領域の内容を、多段階の推論動作から得られる最終推論結果とするシステムは、知識工学では、データ駆動型プロダクションシステム(data-driven production system)と呼ばれる。その他に、目標駆動型プロダクションシステム(goal-driven production system)というものも存在するが、それは短期記憶領域に与えられるデータが達成されるべき目標の集合であって、1つの目標 F_j と一致する後件 D_i を見つけ、 D_i から定まる前件 C_i を使って短期記憶領域を書き換える(1段階の目標駆動型の推論動作) [9], [10], [11].

プロダクションルールの前件 C_i ,後件 D_i が画像であるようなプロダクションシステムはこれまで存在していないが、本論文では、このようなデータ駆動型プロダクションシステムについて、

(1#) 長期記憶領域内へのプロダクションルールの記憶の仕方

(2#) 1段階のデータ駆動型の推論動作方法

(3#) Java言語での実装

を研究したものである。このために、S.Suzukiの、公理系に基づくパターン情報処理の理論(SS理論) [1] ~ [4] を適用する。

これまで、SS理論は正しく認識される程度に手書き文字の構造を再生するシステム [5] とか、風景画像の内容を理解するシステム [6] を構築することに適用されて、それなりにその効用が確認されてきたが、知識工学でのプロダクションシステムを構築することにも有用であることが本論文で明らかにされる。

本プロダクションシステムでは、短期記憶領域内の中間推論結果の1つがどのプロダクションルールの前件と一致するかどうかを探索するには、次の最大類似度法を採用しない：

[最大類似度法]

(1\$) (特徴抽出) 中間推論結果の1つから特徴を抽出し、

(2\$) (照合；類似度計算) 得られた特徴抽出結果と各プロダクションルールの前件との類似度を計算し、

(3\$) (類似度判定) 最大の類似度をもたらすプロダクションルールの前件を採用する

□

最大類似度法を採用しない理由は、特徴抽出、照合、類似度判定の各々が分離されていないで融合されている式(3)の2種類の構造受精変換 $TA_k(\mu)T, k=1,2$ を使う方が、モデル構成作用素 T 、2種類の類似度関数 $SM_k, k=1,2$ 、2種類の大分類関数 $BSC_k, k=1,2$ を使うため、探索の場面において画像の変形に頑健であるからである。

従来の記号列プロダクションシステムでは、短期記憶の、そのときの内容と一致照合する長期記憶内のif-then-ruleの集合(競合集合)は単一の要素からなる単一集合ではなくて、競合を解消する単純で強力な戦略が必要とされるが、本画像プロダクションシステムでは記憶・推論の方法を採用していて、競合解消戦略は必要ないことが特徴である。その代償として、長期記憶についての最急降下学習が必要とされる。しかしながら、この最急降下学習により2種類の類似度関数 $SM_k, k=1,2$ 、2種類の大分類関数 $BSC_k, k=1,2$ の構造が決まるため、良好な短期記憶の書き換えが可能となっている。

尚、 n 次元ユークリッド空間 R^n の元 \vec{x}_i を画像の表現として、線形システムからの出力

$$\vec{y}_i = \vec{w}' \cdot \vec{x}_i, i=1 \sim m \quad (5)$$

を考え、

$\|\bar{y}_i - \bar{y}_j\|$ が小であれば、 \bar{x}_i は \bar{x}_j に意味的に近いと解釈できるような重みベクトル \bar{w} を漸進的部分空間学習(incremental subspace learning)を提案している研究 [12] は、ルール

$$\text{if } \bar{x}_i \text{ then } \bar{y}_i, i=1\sim m$$

の設計法をもたらしているといえるかも知れない。しかしながら、本研究では、(1%)画像の表現として R^n を一般化したヒルベルト空間の元 φ が処理対象であり、カテゴリ帰属知識 $\langle \varphi, \gamma \rangle$ として扱うこと、(2%)式(5)の $\bar{y}_i = \bar{w} \cdot \bar{x}_i$ のような線形変換を使っていなくて、付録Gの構造受精変換 $TA_k(\mu)T$ を使うことが異なっている。

以降、パターンについては、記号 φ, η, ϕ を使い、カテゴリ番号リストについては、記号 γ, μ, λ を使う。リストは集合として扱われる場合がある。7付録A~Gが用意されている。

第2章 画像プロダクションシステムの動作と、その素想起

本章では、先ず、S.Suzuki理論でのカテゴリ帰属知識を説明し、 $PS\langle x_1, x_2; p, q \rangle$ の動作を説明しながら、記号列を使ったプロダクションシステムの性能をが少なくとも保証する式(1)の $PS\langle x_1, x_2; p, q \rangle$ の素想起定理を提出する。

2.1 カテゴリ帰属知識 $\langle \varphi, \gamma \rangle$

全カテゴリ集合が式(C.1)の $\mathcal{C} \equiv \mathcal{C}(J)$ の場合、パターン φ がカテゴリ集合

$$\mathcal{C}(\varphi) \equiv \{\mathcal{C}_j \mid j \in \gamma\} (\subseteq \mathcal{C}(J)) \quad (6)$$

の内の1つのカテゴリ \mathcal{C}_j に帰属している可能性があるという事態を

$$\langle \varphi, \gamma \rangle \quad (7)$$

と表し、カテゴリ帰属知識(categorical membership knowledge)という。カテゴリ番号リストとよばれる表現

$$\gamma = [j_1 \ j_2 \ \dots \ j_k] \quad (8)$$

はパターン φ が帰属する候補カテゴリ \mathcal{C}_j の番号 $j \in J$ を並べて得られるリストである。カテゴリ番号の全有限集合 $J = \{1, 2, \dots, m\}$ はそのリスト表現 $J = [1 \ 2 \ \dots \ m]$ と同一視される。また、空集合 ϕ は空リストと同一視される。

2.2 視点 $x = \langle x_1, x_2 \rangle$ を持つ画像プロダクションシステム $PS\langle x_1, x_2 \rangle$

整数値直角座標系 $x = \langle x_1, x_2 \rangle$ が導入されている2次元平面の有界部分領域

$$\{x = \langle x_1, x_2 \rangle \mid x_1 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 50, x_2 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 40\} \quad (9)$$

上の、付録Aの式(A.2)の視野 $VF(x_1, x_2; p, q)$ の中心(視点)を $x = \langle x_1, x_2 \rangle$ と固定し、式(A.1)のパターン φ が与えられたとしよう。 φ の第 $\langle k, \ell \rangle$ 成分 $\varphi_{\langle k, \ell \rangle}$ は座標値 $\langle x_1 + k, x_2 + \ell \rangle$ での φ の値であり、式(A.3)で表されている。つまり視野内にある画像を切り取ったものがパターン φ となる。内積 $\langle \varphi, \eta \rangle$ 、ノルム $\|\varphi\|$ を2式(A.4), (A.5)の如く導入しておこう。

パターン φ のパターンモデル $T\varphi$ を作業領域に置いた後、プロダクションメモリ内にあるif-then形式の、式(2)のルール集合内の1つを探すとしよう。ここに、2つのパターン φ_j, η_j の集合

$$\varphi_j, \eta_j, j=1\sim m \quad (10)$$

が導入されている。

その探索方法(カテゴリ知識の多段階「生成・変換」過程)は次の通りである。
 予め、与えられた十分小さい非負実数 eps を導入しておく。

初期条件

$$(1\#) \varphi_{<0>} \equiv T\varphi \quad (2\#) \lambda_{<0>} \equiv J \equiv [1 \ 2 \cdots m]$$

の下で、カテゴリ帰属知識の列

$$(2\#) \langle \varphi_{<s>}, \lambda_{<s>} \rangle, \langle \eta_{<s+1>}, \lambda_{<s+1>} \rangle, s = 0, 2, 4, \dots$$

を生成し、2条件

$$(1\$) \|\varphi_{<t+2>} - \varphi_{<t>}\| \leq eps$$

$$(2\$) \lambda_{<t+2>} = \lambda_{<t>}$$

が満たされるような前件のカテゴリ帰属知識 $\langle \varphi_{<t>}, \lambda_{<t>} \rangle$ に関する稼働段階番号 t を見つかったとき、
 プロダクションルール

$$\text{if } \varphi_{<t>} \text{ then } \eta_{<t+1>} \tag{11}$$

が探索されたものとみなし、後件 $\eta_{<t+1>}$ を出力するとしよう。つまり、推論として、3段階論法

$$[T\varphi \wedge [\text{if } \varphi_{<t>} \text{ then } \eta_{<t+1>}]] \rightarrow \eta_{<t+1>} \tag{12}$$

が採用されるとしよう。

この探索による推論機能を備えたシステムを視点 $x = \langle x_1, x_2 \rangle$ を持つ画像プロダクションシステムと呼び、式(1)の如く、表す。その集合 PS は、

$$PS \equiv \{PS \langle p, q \rangle \mid p = 0 \sim 50, q = 0 \sim 40\} \tag{13}$$

ここに、

$$PS \langle p, q \rangle \equiv \{PS \langle x_1, x_2; p, q \rangle \mid x_1 = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots \pm 50, x_2 = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots \pm 40\} \tag{14}$$

と表される。

2.3 前節の(2#)でのカテゴリ帰属知識列の「生成・変換」法

前節の(2#)のカテゴリ帰属知識列は次のように定義される。付録Gの式(G.1)による定義を使う。

$$\mu_{<s>} = J \tag{15}$$

として、2.2の(2#)での $\eta_{<s+1>}, \lambda_{<s+1>}$ は

$$\eta_{<s+1>} = TA_1(\mu_{<s>} \cap \lambda_{<s>})T\varphi_{<s>} \tag{16}$$

$$\lambda_{<s+1>} = CSF_1(\varphi_{<s>}, \mu_{<s>} \cap \lambda_{<s>}) \tag{17}$$

と定義される。また、 $\varphi_{<s+2>}, \lambda_{<s+2>}$ は

$$\mu_{<s+1>} = J \tag{18}$$

として、

$$\varphi_{<s+2>} = TA_2(\mu_{<s+1>} \cap \lambda_{<s+1>})T\eta_{<s+1>} \tag{19}$$

$$\lambda_{<s+2>} = CSF_2(\eta_{<s+1>}, \mu_{<s+1>} \cap \lambda_{<s+1>}) \tag{20}$$

と定義される。前節の(2#)のカテゴリ帰属知識列においては、

$$\langle \varphi_{<0>}, \lambda_{<0>} \rangle \text{ があるカテゴリ番号 } j \in J \text{ が存在して、} \langle T\varphi_j, [j] \rangle \text{ に変換される} \tag{21}$$

ことが正常な動作である。つまり、大抵の場合、2条件(1\$),(2\$)を満たす $\varphi_{<t>}, \lambda_{<t>}$ が、

$$\text{あるカテゴリ番号 } j \in J \text{ が存在して、} \varphi_{<t>} = T\varphi_j, \lambda_{<t>} = [j] \tag{22}$$

であることが期待されている。

実は、式(2)のルール集合は、S.Suzukiのカテゴリ帰属知識論 [3], [4] の観点からは、

$$\text{if } \langle T\varphi_j, [j] \rangle \text{ then } \langle T\eta_j, [j] \rangle, j = 1 \sim m \tag{23}$$

と表現される．

〔定理1〕(本画像プロダクションシステムの不変性)

式(2)のif-then規則の集合が

- (a) if $\langle T\varphi_j, [j] \rangle$ then $\langle T\eta_j, [j] \rangle$, $j=1\sim m$
- (b) if $\langle T\varphi_j, J \rangle$ then $\langle T\eta_j, J \rangle$, $j=1\sim m$
- (c) if $\langle \varphi_j, J \rangle$ then $\langle \eta_j, J \rangle$, $j=1\sim m$

になっても，式(1)の本画像プロダクションシステムは式(2)のif-then規則の集合の場合と全く同様に稼動する．

(証明) 2.2節の初期条件式(1#),(2#)，並びに，2式(15),(18)と付録Gの補助定理G.1とを考慮すれば，任意の $s(=0,2,4,\dots)$ について，2式(16),(17)，並びに，2式(19),(20)は不変であるから，明らか． □

2.4 何故パターン φ をパターン $TA(\gamma)T\varphi$ へと変換するのか？

2.2の(2#)のカテゴリ帰属知識の列を何故生成するのか，言い換えれば，何故パターン φ をパターン $TA(\gamma)T\varphi$ へと変換するのか？を考えてみよう．

それは，初期条件の(1#) $\varphi_{\langle 0 \rangle} \equiv T\varphi$ での φ として， φ_j に似ているような式(A.1)のパターン φ が与えられたとき，2.2節の2式(1\$),(2\$)を満たすパターン $\varphi_{\langle s \rangle}$ ，カテゴリ番号リスト $\lambda_{\langle s \rangle}$ として，式(22)の $\varphi_{\langle s \rangle}, \lambda_{\langle s \rangle}$ が得られ，しかも，

$$\eta_{\langle s+1 \rangle} = T\eta_j \quad (24)$$

が得られるからである．つまり，探索の結果，プロダクションルール

$$\begin{aligned} &\text{if } \varphi_{\langle s \rangle} \text{ then } \eta_{\langle s+1 \rangle} \\ &= \text{if } T\varphi_j \text{ then } T\eta_j \end{aligned} \quad (25)$$

が想起されるためである．この想起は次の(1@),(2@)により，保証されることがある．

(1@) 付録Eの2定理E.1,E.2と，付録Gの2補助定理G.1,G.2を適用すれば，式(F.4)より，

$$\forall \gamma, \forall \varphi, TA_k(\gamma)T\varphi = T \cdot \sum_{i \in CSF(\varphi, \gamma)} SM_k(\varphi, T\psi_i \langle k \rangle) \cdot T\psi_i \langle k' \rangle \quad (26)$$

が成立する．つまり，パターン φ を $TA(\gamma)T\varphi$ へと変換することにより， φ の候補カテゴリ番号リストを見かけ上， γ から $CSF(\varphi, \gamma) (\subseteq \gamma)$ へと絞ることが可能となっている．

(2@) 2.2の(2#)のパターン多段階変換過程は，

$$eps = 0 \quad (27)$$

と選んでおけば，入力パターン $\varphi \in \Phi$ が入力されたとき，第 $s(=0,2,4,\dots)$ 段階パターンを $\varphi_{\langle s \rangle}$ とすると，

ある段階番号(偶数) $s=t$ について，あるカテゴリ番号 $j \in J$ が存在して，

モデル $T\varphi$ が $T\omega_j$ へと再生され，入力パターン $\varphi \in \Phi$ の帰属するカテゴリが \mathcal{C}_j であると決定できる不動点類似度分布

$$SM_1(\varphi_{\langle s \rangle}, \varphi_j) = 1 \wedge [\forall k \in J - \{j\}, SM_1(\varphi_{\langle s \rangle}, \varphi_k) = 0] \quad (28)$$

へと収束することがある

ことが，付録Gの4定理G.3～G.6式(G.3)により保証される．その理由は次のように説明される：

付録Gの定理G.3において，2条件式(G.5),(G.6)の下では，次の2不等式(1◎)，(2◎)が成立する．

$$(1\textcircled{O}) \exists j \in \lambda, \frac{SM_1(\varphi, \varphi_j)}{\sum_{k \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_k)} \geq SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_j) \quad \because \text{不等式(G.8)} \quad (29)$$

$$\geq \frac{SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_j)}{\sum_{k \in J} SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_k)} \quad \because \text{付録CのC.1の(2\%)} \quad (30)$$

が成立する.

$$\begin{aligned} (2\odot) \quad & \exists i \in \lambda, \frac{SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_i)}{\sum_{k \in \lambda} SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_k)} \\ & \because \sum_{k \in \lambda} SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_k) \leq \sum_{k \in J} SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_k) = 1 \quad (\because \text{付録CのC.1の(2\%)}) \\ & \geq \frac{SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_i)}{\sum_{k \in J} SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_k)} \quad \because \text{付録CのC.1の(2\%)} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\geq SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_i) \geq \frac{SM_1(\varphi, \varphi_i)}{\sum_{k \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_k)} \quad \because \text{不等式(G9)} \quad (32)$$

が成立する. □

残りの3定理G4~G.6についても, 2不等式(1\odot), (2\odot)と同様なことがいえる.

尚, 1度, 式(28)の類似度分布に到達すると, 2.2節の(2\#)のパターン多段階変換過程は $s=t+2, t+4, t+6, \dots$ においても, 以後, 次の定理2より判明するように, 再び, 式(28)の類似度分布が得られる故に, 式(28)の類似度分布は不動点類似度分布といわれる.

[定理2] (構造受精変換 $TA(\mu \cap \lambda)T$ の素想起定理)

$$(1\star) \quad j \in \mu \cap \lambda \quad (33)$$

ならば

$$SM_1(\varphi, \varphi_j) = 1 \wedge BSC_1(\varphi, j) = 1 \quad (34)$$

の下で,

$$TA_1(\mu \cap \lambda)T\varphi = \eta_j \wedge CSF_1(\varphi, \mu \cap \lambda) = [j]. \quad (35)$$

(2\star) 式(33)が成り立っていれば,

$$TA_1(\varphi, \mu \cap \lambda)T\varphi_j = \eta_j \wedge CSF_1(\varphi_j, \mu \cap \lambda) = [j]. \quad (36)$$

$$(3\star) \quad i \in \mu \cap \lambda \quad (37)$$

ならば

$$SM_2(\eta, \eta_i) = 1 \wedge BSC_2(\eta, i) = 1 \quad (38)$$

の下で,

$$TA_2(\mu \cap \lambda)T\eta = \varphi_i \wedge CSF_2(\eta, \mu \cap \lambda) = [i]. \quad (39)$$

(4\star) 式(37)が成り立っていれば,

$$TA_2(\mu \cap \lambda)T\eta_i = \varphi_i \wedge CSF_2(\eta_i, \mu \cap \lambda) = [i]. \quad (40)$$

(証明) (1\star)の証明: 前半については,

$$\begin{aligned} & TA_1(\mu \cap \lambda)T\varphi \\ &= T \cdot \sum_{k \in \mu \cap \lambda} SM_1(T\varphi, \omega_k) \cdot BSC_1(T\varphi, k) \cdot T\eta_k \quad \because \text{付録Cの式(C.9), 付録Fの式(F.3)} \\ &= T \cdot \sum_{k \in \mu \cap \lambda} SM_1(\varphi, \omega_k) \cdot BSC_1(\varphi, k) \cdot T\eta_k \quad \because \text{付録CのC.1の(3\%), 付録DのD.1の(2\&)} \\ &= T \cdot T\eta_j \quad \because \text{式(33), 付録CのC.1の(1\%), 付録DのD.1の(1\&)} \\ &= T\eta_j \quad \because \text{付録BのB.1の(3\#)} \end{aligned} \quad (41)$$

を得, 示された.

後半は、付録Eの、CSFの定義式(E.4)に式(2◇)を考慮すれば、明らか。

(2☆)の証明： $\varphi = \omega_j$ のとき、(C.1)の(1%)、D.1の(1&)より、式(34)が成り立つから、(1☆)から明らか。

(3☆)の証明：前半については、

$$\begin{aligned}
 & TA_2(\mu \cap \lambda)T\eta \\
 &= T \cdot \sum_{k \in \mu \cap \lambda} SM_2(T\eta, \omega_k) \cdot BSC_2(T\eta, k) \cdot T\omega_k \quad \because \text{付録Cの式(C.9), 付録Fの式(F.3)} \\
 &= T \cdot \sum_{k \in \mu \cap \lambda} SM_2(\varphi, \omega_k) \cdot BSC_2(\varphi, k) \cdot T\omega_k \quad \because \text{付録CのC.1の(3%), 付録DのD.1の(2\&)} \\
 &= T \cdot T\omega_i \quad \because \text{式(37), 付録CのC.1の(1%), 付録DのD.1の(1\&)} \\
 &= T\omega_i \quad \because \text{付録BのB.1の(3\#)} \tag{42}
 \end{aligned}$$

を得、示された。

後半は、付録Eの、CSFの定義式(E.4)に式(38)を考慮すれば、明らか。

(4☆)の証明： $\eta = \eta_i$ のとき、(C.1)の(1%)、D.1の(1&)より、式(38)が成り立つから、(3☆)から明らか。□

2.5 画像プロダクションシステムの素想起

前節の内容を、記号列を使ったプロダクションシステムの性能を少なくとも保証する $PS \langle x_1, x_2; p, q \rangle$ の素想起定理(定理3)の形で整理しておく。

[定理3] (画像プロダクションシステム $PS \langle x_1, x_2; p, q \rangle$ の素想起定理)

式(27)の如く、 eps と選んでおくとしよう。式(1)のプロダクションシステム $PS \langle x_1, x_2; p, q \rangle$ では、2.2節の初期条件(1#)の下で、式(34)を満たすパターン φ が与えられたとき、特に、 $\varphi = \varphi_j$ が与えられた時、プロダクションルール

$$\text{if } T\varphi_j \text{ then } T\eta_j \tag{43}$$

が想起される。よって、 $T\eta_j$ が出力され、式(12)の3段論法の特別な場合

$$\mathbf{[}T\varphi \wedge \mathbf{[} \text{if } T\varphi_j \text{ then } T\eta_j \mathbf{]}] \rightarrow T\eta_j \tag{44}$$

が成立する。

(証明) 2式(15)、(18)が $s = 0, 1, 2, 3, \dots, t, t+1, t+2$ について成り立っているから、

$$j \in \mu_s \cap \lambda_s, s = 0, 1, 2, 3, \dots, t, t+1, t+2 \tag{45}$$

が成立する。よって、定理2の(1☆)、(3☆)、或いは(2☆)、(4☆)から、明らか。□

第3章 画像からの特徴抽出法

本章では、画像から特徴を抽出する方法を説明する。この方法は、付録Cの2種類の類似度関数 $SM_k, k = 1, 2$ 、付録Dの2種類の大分類関数 $BSC_k, k = 1, 2$ を構成するために必要とされる。

3.1 特徴抽出のために採用した関数系 $\phi_a, a = 1 \sim r$

直線、円、双曲線、放物線の4種類を表す $r = 34$ 個の関数系 $\phi_a, a = 1 \sim r$ を選んだ。整数値直角座標系 $x = \langle x_1, x_2 \rangle$ を採用しているため、幅 w として、 $w = 1.5$ と選び、1変数 u の2値関数 $g_w(u)$ を、

$$g_w(u) = \begin{cases} 1 \cdots |u| \leq W \text{のとき} \\ 0 \cdots |u| > W \text{のとき} \end{cases} \tag{46}$$

と導入すれば、各関数 $\phi_a (a=1\sim r)$ は

$$(\phi_1)_{\langle k, l \rangle} = g_W \left(k - \frac{p}{2} \right), \dots, (\phi_{34})_{\langle k, l \rangle} = g_W \left(k^2 - \frac{p^2}{q} l \right) \quad (47)$$

などと定義されている。図1に $r=34$ 個の関数系 $\phi_a, a=1\sim r$ を示している。

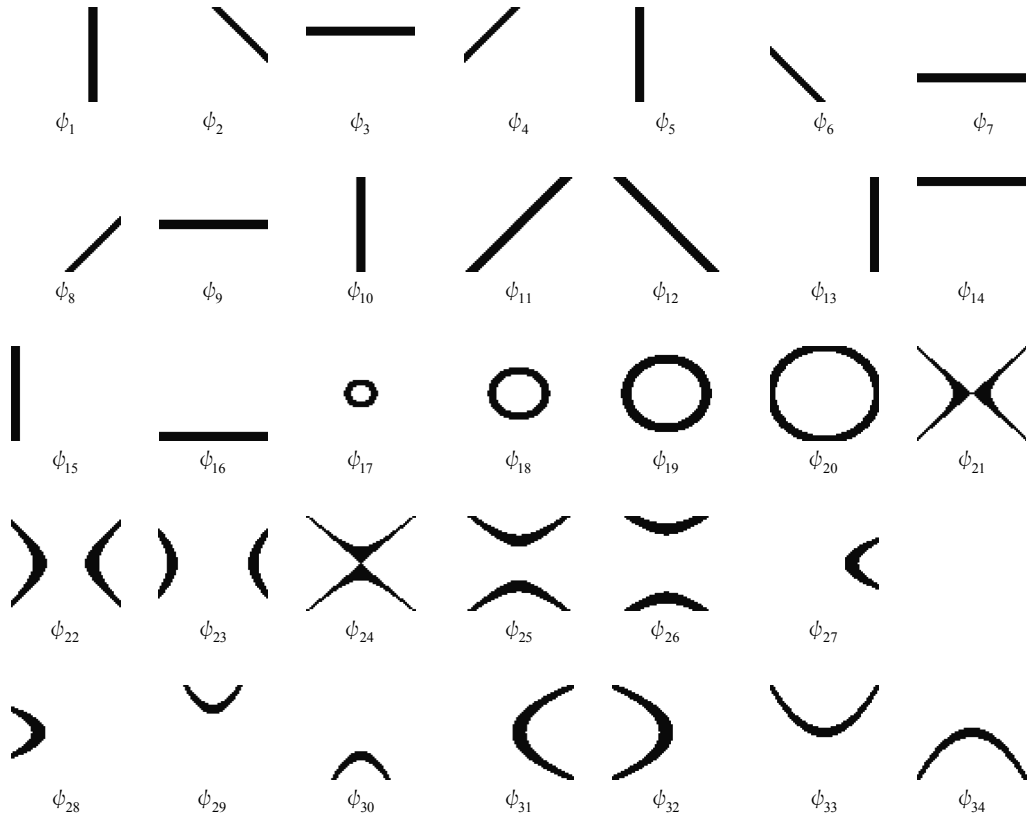


図1 特徴抽出のために用意された関数系 $\phi_a, a=1\sim 34$
 Fig.1 A system $\phi_a, a=1\sim 34$ of functions prepared for feature extraction

3.2 $T\varphi$ の、 ϕ_a と重なり の程度としての、特徴量 $u(T\varphi, a)$

3.2.1 パターン φ とパターン ϕ とが重なる程度とは？

パターン φ をパターン ϕ の定数倍 $c \cdot \phi$ で近似するときの誤差 $\varphi - c \cdot \phi$ の自乗ノルム

$$\|\varphi - c \cdot \phi\|^2 \quad (48)$$

を最小にする係数 c は、 φ が ϕ と重なる程度 (φ が ϕ と直交しない程度) であり、

$$c = c(\varphi; \phi) \equiv \frac{(\varphi, \phi)}{(\phi, \phi)} \quad (49)$$

と与えられ、パターン φ の、 ϕ による1次展開表現

$$\varphi = c(\varphi; \phi) \cdot \phi + \varphi_{\perp} \text{ such that } \exists \varphi_{\perp}, (\varphi_{\perp}, \phi) = 0 \quad (50)$$

が成り立つことが知られている。 $c(\varphi; \phi)$ は φ が ϕ と直交しない正負の程度を与えている。

3.2.2 パターンモデル $T\varphi$ から抽出される第 a 番目の実数値特徴量 $u(T\varphi, a)$

付録Bのモデル構成作用素 T を使う． $T\varphi$ は雑音除去モデルと呼ばれる．式(B.1)の閾値 e_-, e_+ については， e_- を-1に近づけ， e_+ を+1に近づけるほど，雑音に強いモデル $T\varphi$ が得られるが，

$$(e_-)_{\langle k, \ell \rangle} = -0.1, (e_+)_{\langle k, \ell \rangle} = +0.1, k = -p \sim +p, \ell = -q \sim +q \quad (51)$$

と設定された．

φ が ϕ と直交しない正負の程度である式(49)の $c(\varphi; \phi)$ を使う．パターンモデル $T\varphi$ が ϕ_a と重なる程度を与える正負量 $c(T\varphi; \phi_a)$ を規格化して， $v(T\varphi, a)$ が

$$v(T\varphi, a) = \begin{cases} 0 \cdots \max_{a'} |c(T\varphi; \phi_{a'})| \leq epsu \text{ のとき} \\ \frac{c(T\varphi; \phi_a)}{\max_{a'} |c(T\varphi; \phi_{a'})|} \cdots \max_{a'} |c(T\varphi; \phi_{a'})| > epsu \text{ のとき} \end{cases} \quad (52)$$

と，得られる．ここに，閾値 $epsu$ は1より小さくない非負数であり，

$$epsu = 10^{-4} \quad (53)$$

と選ばれている．この $v(T\varphi, a)$ を使って，パターンモデル $T\varphi$ から抽出される第 a 番目の実数値特徴量 $u(T\varphi, a)$ が

$$u(T\varphi, a) = \begin{cases} 0 & \text{if } e_-(a) < v(T\varphi, a) < e_+(a) \\ v(T\varphi, a) & \text{if } v(T\varphi, a) \leq e_-(a) \text{ or } e_+(a) \leq v(T\varphi, a) \end{cases} \quad (54)$$

と定義される．ここに，2つの閾値 $e_-(a), e_+(a)$ は不等式

$$-1 \leq e_-(a) < 0 < e_+(a) \leq +1 \quad (55)$$

を満たすものであり，

$$e_-(a) = -\frac{1}{r}, e_+(a) = +\frac{1}{r}, a = 1 \sim r \quad (56)$$

と選ばれた．

第4章 学習法

前章での特徴抽出法で得られた特徴量を入力とする2次ニューラルネットワークを使えば，2種類の類似度関数 $SM_k, k=1, 2$ ，2種類の大分類関数 $BSC_k, k=1, 2$ の構造は，各々，2式(C.10), (D.1)の如く，決定される．本章では，その各重み W_2, W_1, W_0 を最急降下法で学習する方法が説明される．

4.1 2次ニューラルネットワークの最急降下学習

2つのパターンモデル $T\varphi, T\psi$ 間の特徴間距離 $dis(T\varphi, T\psi)$ は，

$$dis(T\varphi, T\psi) = \sum_{a=1}^r |u(T\varphi, a) - u(T\psi, a)| \quad (57)$$

と定義され，以下の学習が上首尾に終了するための条件(非一致条件)

$$i \neq j \text{ ならば } dis(T\varphi_j, T\varphi_i) > 0 \quad (58)$$

の成立が確認された．

付録Cの式(C.11)の2次ニューラルネットワーク

$$h_j < 1 > (T\varphi_{i1}) \equiv f_j(T\varphi_{i1})$$

$$= \sum_{a=1}^r \sum_{b=1}^r W_2(j, a, b) u(T\varphi_{\{t\}}, a) \cdot u(T\varphi_{\{t\}}, b) + \sum_{a=1}^r W_1(j, b) u(T\varphi_{\{t\}}, b) + W_0(j) \quad (59)$$

の重み

$$W_2(j, a, b) \equiv W_2 < 1 > (j, a, b), W_1(j, b) \equiv W_1 < 1 > (j, b), W_0(j) \equiv W_0 < 1 > (j), j = 1 \sim m \quad (60)$$

を最急降下法を適用し, 2条件

$$\textcircled{1} \forall j (= 1 \sim m), \forall k (\neq j) (= 1 \sim m), f_j(T\varphi_k) \leq 0$$

$$\textcircled{2} \forall j (= 1 \sim m), f_j(T\varphi_j) > 0$$

を満たすように, 学習しよう(式(C.8)を参照).

4.2 学習法の具体化

訓練パターン系列

$$\varphi_{\{0\}} = \varphi_1, \varphi_{\{1\}} = \varphi_2, \dots, \varphi_{\{m-1\}} = \varphi_m, \varphi_{\{m\}} = \varphi_1, \varphi_{\{m+1\}} = \varphi_2, \dots, \varphi_{\{2m-1\}} = \varphi_m, \varphi_{\{2m\}} = \varphi_1, \dots \quad (61)$$

を用意する. 実は t を m で割った時の余りを r_t とすれば, 訓練時刻 $t (= 0, 1, 2, \dots)$ での訓練パターン $\varphi_{\{t\}}$ は,

$$\varphi_{\{t\}} = \varphi_{r_t+1} \quad (62)$$

と表される. ここで,

$$c_j = 1, j = 1 \sim m \quad (63)$$

$$\text{sgn}(s_1, s_2) = \begin{cases} +1 \dots s_1 = s_2 \text{ のとき} \\ -1 \dots s_1 \neq s_2 \text{ のとき} \end{cases} \quad (64)$$

を導入すれば,

$$f_j(T\varphi_{\{t\}})_t - \text{sgn}(j, r_t + 1) \cdot c_j \quad (65)$$

は, 現実出力

$$f_j(T\varphi_{\{t\}})_t = \sum_{a=1}^r \sum_{b=1}^r W_2(j, a, b)_t u(T\varphi_{\{t\}}, a) \cdot u(T\varphi_{\{t\}}, b) + \sum_{a=1}^r W_1(j, b)_t u(T\varphi_{\{t\}}, b) + W_0(j)_t \quad (66)$$

が理想出力

$$\text{sgn}(j, r_t + 1) \cdot c_j \quad (67)$$

とどの程度, 非一致かを示す訓練誤差であり, 一周期分にわたる適応できない誤差の自乗の総和の半分

$$F(\varphi)_t \equiv \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} \cdot \left[f_j(T\varphi_{\{t\}})_t - \text{sgn}(j, r_t + 1) \cdot c_j \right]^2 \quad (68)$$

を最小とするように, 学習方程式

$$W_2(\ell, a, b)_{t+1} = W_2(\ell, a, b)_t + \Delta W_2(\ell, a, b)_t \quad (69)$$

$$W_1(\ell, b)_{t+1} = W_1(\ell, b)_t + \Delta W_1(\ell, b)_t \quad (70)$$

$$W_0(\ell)_{t+1} = W_0(\ell)_t + \Delta W_0(\ell)_t \quad (71)$$

での修正分

$$\Delta W_2(\ell, a, b)_t, \Delta W_1(\ell, b)_t, \Delta W_0(\ell)_t \quad (72)$$

を決定するとしよう. 決定結果は,

$$\varepsilon_2(\ell, a, b)_0 = 10^{-5}, \varepsilon_1(\ell, b)_0 = 0.2 \times 10^{-4}, \varepsilon_0(\ell)_0 = 10^{-4} \quad (73)$$

として,

$$\begin{aligned} & \Delta W_2(\ell, a, b)_t \\ &= -\varepsilon_2(\ell, a, b)_t \cdot \left(f_\ell(T\varphi_{t|t}) - \text{sgn}(\ell, r_t + 1) \cdot c_\ell + c_{r_t+1} \right) \cdot u(T\varphi_{t|t}, a) \cdot u(T\varphi_{t|t}, b) \end{aligned} \quad (74)$$

$$\begin{aligned} & \Delta W_1(\ell, b)_t \\ &= -\varepsilon_2(\ell, b)_t \cdot \left(f_\ell(T\varphi_{t|t}) - \text{sgn}(\ell, r_t + 1) \cdot c_\ell + c_{r_t+1} \right) \cdot u(T\varphi_{t|t}, b) \end{aligned} \quad (75)$$

$$\begin{aligned} & \Delta W_0(\ell, a, b)_t \\ &= -\varepsilon_0(\ell)_t \cdot \left(f_\ell(T\varphi_{t|t}) - \text{sgn}(\ell, r_t + 1) \cdot c_\ell + c_{r_t+1} \right) \end{aligned} \quad (76)$$

となる．初期値

$$W_2(\ell, a, b)_0 = 10^{-5}, W_1(\ell, b)_0 = 0.2 \times 10^{-4}, W_0(\ell)_0 = 10^{-4} \quad (77)$$

を選び，①,②において， $f_j(T\varphi_k)$ を $f_k(T\varphi_j)$ に置き換えた条件が満たされるか，或いは，

$$\sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} \cdot \left[f_j(T\varphi_k)_t - \text{sgn}(j, k) \cdot c_j \right]^2 < \varepsilon \quad (78)$$

が満たされる訓練時刻 t が学習の終了時刻である．ここに，

$$\varepsilon = 0.1 \quad (79)$$

と選んだ．

同様に， $h_j < 2 > (T\varphi)$ の学習についても， $\eta_{t|t}$ を使って

$$W_2 < 2 > (j, a, b), W_1 < 2 > (j, b), W_0 < 2 > (j), j = 1 \sim m \quad (80)$$

の学習を同様行うことができる．

第5章 プロダクションシステムPSの実装

本章では，7付録A～Gなどを使い，2.2節の画像プロダクションシステムPS $\langle x_1, x_2; p, q \rangle$ をJava言語で実装したので，その実行結果を検討する．

5.1 パターンモデル $T\varphi$

本画像プロダクションシステムPS $\langle x_1, x_2; p, q \rangle$ では，24ビット，256階調(-128～127)モノクロ，101×81ピクセルの画像(パターン) φ を採用している．

付録Bの式(B.4)のパターンモデル $T\varphi$ については，負の閾値 $(e_-)_{\langle k, \ell \rangle}$ を小さく，正の閾値 $(e_+)_{\langle k, \ell \rangle}$ を大きくすればするほど，雑音に強いモデル $T\varphi$ が得られる．

その振幅の絶対値が1より大きくないパターンモデル $T\varphi$ に127を乗じ整数化し，-127～+127の濃度値を持つ値とした後， $T\varphi$ を表示させよう．その1例が以下の図2に示されている．閾値 $(e_-)_{\langle k, \ell \rangle}, (e_+)_{\langle k, \ell \rangle}$ を式(B.2)の如く設定しているが，雑音除去モデル $T\varphi$ においては，十分に雑音が除去されていない．しかしながら，黒い点を取り除かれ，白い点になるなど，少し雑音を取り去られているがわかる．

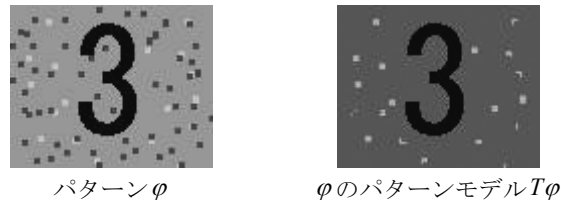


図2 パターン ϕ とその雑音除去モデル $T\phi$

Fig.2 pattern ϕ and its noise-removable pattern-model $T\phi$

5.2 稼動のシュミレーション結果

$$p = 50, q = 40, x_1 = 0, x_2 = 0 \tag{81}$$

と選ばれた場合の、式(1)の画像プロダクションシステム $PS\langle x_1, x_2; p, q \rangle$ の稼動結果(想起結果)のみを示す。

条件式(81)の下で、代表パターン $\phi_1 \sim \phi_m (m=6)$ として図3の数字画像文字1~6を採用した。同様に、採用された代表パターン画像 $\eta_1 \sim \eta_m$ が図4に示されている。



図3 if ϕ_j then η_j の前件画像 $\phi_j, j=1 \sim m(m=6)$

Fig.3 The former-matter pattern ϕ_j of “if ϕ_j then η_j ”, $j=1 \sim m(m=6)$

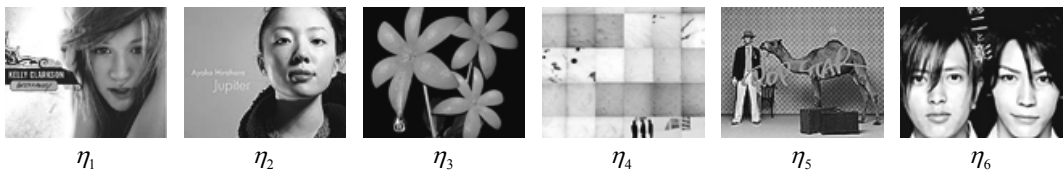


図4 if ϕ_j then η_j の後件画像 $\eta_j, j=1 \sim m(m=6)$

Fig.4 The latter-matter pattern η_j of “if ϕ_j then η_j ”, $j=1 \sim m(m=6)$

$$p = 30, q = 26, x_1 = 0, x_2 = 0 \tag{82}$$

の場合に、式(1)の $PS\langle x_1, x_2; p, q \rangle$ を動作させた結果が以下で説明される。

式(C.8)の2つの2次ニューラルネット $f_j, g_j (j=1 \sim m), m=6$ の学習は各々、訓練時刻 $t=1303, t=1506$ で終了した。

2.2節の(1\$)の非負数 eps を $eps = 10^{-6}$ と選んだ。

定理3の通り、すべての $j(=1 \sim m)$ について、 ϕ_j を短期記憶においた場合、 ϕ_j から $T\eta_j$ が想起されることは確かめられた。

例えば、雑音により汚されている図5の手書き画像 φ を短期記憶においたとき、想起された2.2節の(2#)カテゴリ帰属知識列での、パターン列(パターン想起過程)

$$\eta_{\langle 1 \rangle}, \varphi_{\langle 2 \rangle}, \eta_{\langle 3 \rangle}, \varphi_{\langle 4 \rangle}, \eta_{\langle 5 \rangle}, \varphi_{\langle 6 \rangle}, \eta_{\langle 7 \rangle}, \varphi_{\langle 8 \rangle}, \eta_{\langle 9 \rangle} \quad (83)$$

は図6に示されている。式(11)の最終稼働段階番号 t は $t=8$ である。



図5 雑音により汚されている手書き画像 φ

Fig.5 A hand-written image φ which is made dirty by noise

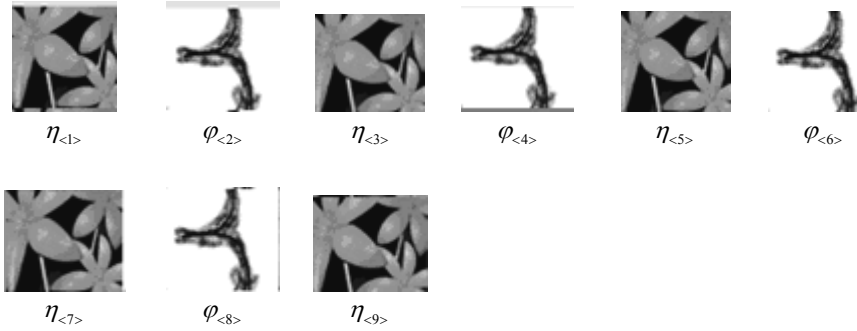


図6 パターン φ (図5)を短期記憶に置いたときの想起過程

“ $\eta_{\langle 1 \rangle}, \varphi_{\langle 2 \rangle}, \eta_{\langle 3 \rangle}, \varphi_{\langle 4 \rangle}, \eta_{\langle 5 \rangle}, \varphi_{\langle 6 \rangle}$ (上段), $\eta_{\langle 7 \rangle}, \varphi_{\langle 8 \rangle}, \eta_{\langle 9 \rangle}$ (下段)”

Fig.6 The recall process “ $\eta_{\langle 1 \rangle}, \varphi_{\langle 2 \rangle}, \eta_{\langle 3 \rangle}, \varphi_{\langle 4 \rangle}, \eta_{\langle 5 \rangle}, \varphi_{\langle 6 \rangle}$ (the upper row), $\eta_{\langle 7 \rangle}, \varphi_{\langle 8 \rangle}, \eta_{\langle 9 \rangle}$ (the lower row)” when pattern φ of Fig. 5 was put on short-term memory

5.3 改良すべき諸点

式(1)の本画像プロダクションシステムを改良すべき6点(1&)～(6&)は次の通りである。

(1&) 式(B.4)の雑音除去モデル構成作用素 T 内の閾値 $(e_-)_{\langle k, l \rangle}, (e_+)_{\langle k, l \rangle}$ を適応的に選定すること

(2&) 式(54)の特徴量 $u(T\varphi, a)$ 内の閾値 $e_-(a), e_+(a)$ を適応的に選定すること

(3&) モデル $T\varphi$ を $\sum_{a=1}^r c_a \cdot \phi_a$ で近似するとき、誤差の自乗ノルム

$$\|T\varphi - \sum_{a=1}^r c_a \cdot \phi_a\|^2 \quad (84)$$

を最小にする各係数 c_a は、関数系 $\{\phi_a\}_{a=1 \sim r}$ が1次独立であれば、連立1次方程式

$$\sum_{a=1}^r (\phi_a, \phi_b) \cdot c_a = (T\varphi, \phi_b), b=1 \sim r \quad (85)$$

の解である。式(54)の特徴量 $u(T\varphi, a)$ を求めるとき使われた $c(T\varphi; \phi_a), a=1 \sim r$ をこの連立1次方程式(85)の解 $c_a, a=1 \sim r$ で置き換えることを可能にする関数系 $\phi_a, a=1 \sim r$ を選ぶことが考えられる。

尚、もし、関数系 $\phi_a, a=1 \sim r$ の間に、直交性

$$a \neq b \text{ のとき } (\phi_a, \phi_b) = 0 \quad (86)$$

が成立していれば、各係数 c_a は、式(49)の $c(\varphi; \phi)$ を使って、

$$c_a = c(T\varphi; \phi_a), a=1 \sim r \quad (87)$$

と、与えられる。

(4&) 式(59)の2次ニューラルネットワーク $h_j < 1 > (T\varphi) \equiv f_j(T\varphi)$ 内の重みを上首尾に学習するために、3式(74),(75),(76)内の $\varepsilon_2(l, a, b), \varepsilon_1(l, b), \varepsilon_0(l)$ を適切に選定する方法

(5&) 2式(C.10), (D.1)に示されているように、2つの大分類関数 $BSC_k (k=1,2)$ は2つの類似度関数 $SM_k (k=1,2)$ の構造の一部として設定されたが、独立的に設定されることが望ましい。

(6&) 付録Bのモデル構成作用素 T , 付録Cの2つの類似度関数 $SM_k (k=1,2)$, 付録Dの2つの大分類関数 $BSC_k (k=1,2)$ を根本的に選定し直すこと。

第6章 むすび

S.Suzukiが30年以上にわたり構築し続けてきた理論(SS理論) [3], [4] が基本的に使われ、式(1)の画像プロダクションシステムの推論エンジン(インタプリタ)が設計され、実装され、その効果が確かめられた。いわゆるシンボル表現のみを扱う従来の記号列プロダクションシステムでは、作業記憶領域(短期記憶)にただ1つの記憶しかない場合でさえ、適用すべきif-then-ruleが多数があるのが普通である。この場合、本画像プロダクションシステムはそのどの1つを適用すべきを決定する競合解消戦略は必要としないことが特色である。画像プロダクションシステムを構成するのに、通常の方法では事前処理、特徴抽出、認識が分離された形でなされるが、本研究では分離されていなくて融合されている形式を備えた付録Gの構造受精変換 $TA_k(\mu)T$ を使い、カテゴリ帰属知識を変換することで達成され、2種類の類似度関数 $SM_k, k=1,2$, 2種類の大分類関数 $BSC_k, k=1,2$ の構造を学習しているため、耐変形性、耐雑音性が大きいことも特色である。

計算機で知識を扱うには、(1&)連想記憶で代表される大域的な記憶方式、(2&)情報を局所的に蓄える記憶方式がある。(1&),(2&)においては各々、パターン表現、シンボル表現をとることが多い。流通するコンテンツの内容を計算機に判断させるセマンテックWeb [13] を(1&)の方式を採用して構成するのに、本研究のような画像プロダクションシステムは画像の意味を計算機が理解できる形で表現していることから、役立つだろう。

式(1)のプロダクションシステム $PS \langle x_1, x_2; p, q \rangle$ 内のモデル構成作用素 T , 2種類の類似度関数 $SM_k, k=1,2$, 2種類の大分類関数 $BSC_k, k=1,2$ は視点座標 x_1, x_2 , 視野の大きさを決める2パラメータ p, q に依存しているのであるが、依存していない式(13)のプロダクションシステムの集合 PS が構成されたことに注意しておく。また、すぐ判明することであるが、本プロダクションシステム構成するにあたって、限界をあたえるのは付録Aの、式(A.4)の特別な内積だけであるから、画像の表現として可分な一般抽象ヒルベルト空間の元を採用する形式に直ちに一般化できることである。

謝辞 プログラム作成に情報学部・情報システム学科2006年度卒論学生高市真人君(現在、早稲田大学・大学院・情報生産システム研究科・大学院生)の助けを必要としたことを付記し、同君に謝意を表す。

文 献

- [1] 鈴木昇一：“認識工学”，柏書房, Feb.1975
- [2] 鈴木昇一：“ニューラルネットの新数理”，近代文芸社, Sept.1996
- [3] 鈴木昇一：“パターン認識問題の数理的一般解決”，近代文芸社, June 1997
- [4] 鈴木昇一：“認識情報論の新展開”，近代文芸社, Aug.1998
- [5] 鈴木昇一：“抽出された特徴による手書き漢字構造の再生”，情報処理, vol.18, no.11, pp.1115-1122, Nov.1977
- [6] 鈴木昇一，川俣博司，大槻善樹：“風景画の理解に関するJAVA言語によるRECOGNITRONの計算機シミュレーション”，情報研究(文教大学・情報学部), no.27, pp.73-109, Mar.2002
- [7] 鈴木昇一：“パターンのエントロピーモデル”，信学論(D-II), vol.J77-D-II, no.10, pp.2220-2238, Nov.1994
- [8] 鈴木昇一：“パターンモデル(パターンの標準形)の一般形”，情報研究(文教大学・情報学部), no.32, pp.169-218, Jan.2005
- [9] 太原育夫：“人工知能の基礎知識(コンピューターサイエンス大学講座20)”，近代科学社，Feb.1999
- [10] 新谷虎松：“Javaによる知能プログラミング入門”，コロナ社，Oct.2002
- [11] 小林重信：“プロダクションシステム”，情報処理，vol.26, no.12, pp.1487-1496, Dec.1985
- [12] Ke Lu, Xiaofei He: “Image retrieval based on incremental subspace learning”，Pattern Recognition, vo.38, pp.2047-2054, 2005
- [13] 中島秀之，和泉憲明：“知識表現から見たセマンティックWeb”，コンピュータソフトウェア，vol.22, no.4, pp.46-54, Oct.2005

付録A. 視点 $x = \langle x_1, x_2 \rangle$ を持つ画像プロダクションシステム $PS \langle x_1, x_2 \rangle$ で採用されたパターンの表現 φ

直角座標系 $x = \langle x_1, x_2 \rangle$ が導入されている2次元平面上の視野の中心(視点)を $x = \langle x_1, x_2 \rangle$ と固定したとき，パターン

$$\varphi = \{\varphi_{\langle k, l \rangle} \mid k = -p \sim +p, l = -q \sim +q\} \quad (\text{A.1})$$

が与えられたとしよう．ここに，

$$VF(x_1, x_2; p, q) \equiv \{\langle x_1 + k, x_2 + l \rangle \mid k = -p \sim +p, l = -q \sim +q\} \quad (\text{A.2})$$

は視野(visual field)であり， φ の第 $\langle k, l \rangle$ 成分 $\varphi_{\langle k, l \rangle}$ は

$$\varphi_{\langle k, l \rangle} \equiv \varphi(x_1 + k, x_2 + l) \quad (\text{A.3})$$

と定義されている． φ と η との内積 (φ, η) を

$$(\varphi, \eta) \equiv \sum_{k=-p}^{+p} \sum_{l=-q}^{+q} \varphi_{\langle k, l \rangle} \cdot \eta_{\langle k, l \rangle} \quad (\text{A.4})$$

と定義する． φ のノルム $\|\varphi\|$ は

$$\|\varphi\| = \sqrt{(\varphi, \varphi)} \quad (\text{A.5})$$

と定義される．

付録B. 採用した簡単なモデル構成作用素 T

B.1 写像 T の満たさなければならない4性質

パターン $T\varphi$ を見た場合、パターン φ のように見える写像 T をモデル構成作用素ということにしよう。パターン $T\varphi$ を原パターン φ のモデルという。パターンモデルは次の4性質を満たさなければならないことを、S.Suzukiは主張している:

(1#) (T の零元の保存性) $\varphi=0$ のとき, $T\varphi=0$

(2#) (T の正定数倍吸収性; 錐性)

$$\forall \varphi, T(a \cdot \varphi) = T\varphi \text{ for any positive real number } a$$

(3#) (T のベキ等性; モデル化の完結性)

$$\forall \varphi, T(T\varphi) = T\varphi$$

(4#) (T の非零性) $\exists \varphi, T\varphi \neq 0$ □

上述の(2#), (3#)は各々,

(1\$) 正の定数倍されたパターンのモデルは正の定数倍をしないパターンのモデルであること

(2\$) モデルのモデルは元のモデルであること

を示している。

上述の4性質(1#)~(4#)を満たすモデル構成作用素 T は8文献 [1] ~ [8] で様々な観点から研究されつくされていて、風景面の理解に役立つこと [6] などが判明している。

B.2 採用した雑音除去形モデル構成作用素 T

式(1)の本プロダクションシステム $PS\langle x_1, x_2; p, q \rangle$ では、学習時間、稼動時間を短縮するため、次のような簡単な雑音除去形モデル構成作用素 (noise-removal model-construction operator) T を採用したが、B.1節の4性質(1#)~(4#)を満たしている。

不等式

$$-1 \leq (e_-)_{\langle k, \ell \rangle} < 0 < (e_+)_{\langle k, \ell \rangle} \leq +1 \tag{B.1}$$

を満たす2つの閾値関数 e_-, e_+ を用意する。本研究では、

$$(e_-)_{\langle k, \ell \rangle} = -(e_+)_{\langle k, \ell \rangle}, (e_+)_{\langle k, \ell \rangle} = 0.1 \tag{B.2}$$

としている。約束

$$\max_{k, \ell} |\varphi_{\langle k, \ell \rangle}| = 0 \text{ のとき, } \forall k, \forall \ell, \frac{\varphi_{\langle k, \ell \rangle}}{\max_{k, \ell} |\varphi_{\langle k, \ell \rangle}|} = 0 \tag{B.3}$$

を設ける。モデル $T\varphi$ の第 $\langle k, \ell \rangle$ 成分 $(T\varphi)_{\langle k, \ell \rangle}$ は次のように定義される:

$$(T\varphi)_{\langle k, \ell \rangle} \equiv \begin{cases} 0 \cdots (e_-)_{\langle k, \ell \rangle} < \frac{\varphi_{\langle k, \ell \rangle}}{\max_{k, \ell} \varphi_{\langle k, \ell \rangle}} < (e_+)_{\langle k, \ell \rangle} \text{ のとき} \\ \frac{\varphi_{\langle k, \ell \rangle}}{\max_{k, \ell} \varphi_{\langle k, \ell \rangle}} \cdots \frac{\varphi_{\langle k, \ell \rangle}}{\max_{k, \ell} \varphi_{\langle k, \ell \rangle}} \leq (e_-)_{\langle k, \ell \rangle} \vee (e_+)_{\langle k, \ell \rangle} \leq \frac{\varphi_{\langle k, \ell \rangle}}{\max_{k, \ell} \varphi_{\langle k, \ell \rangle}} \text{ のとき} \end{cases} \tag{B.4}$$

(5#) (雑音除去性)

$$(e_-)_{\langle k, \ell \rangle} < \frac{\varphi_{\langle k, \ell \rangle}}{\max_{k, \ell} |\varphi_{\langle k, \ell \rangle}|} < (e_+)_{\langle k, \ell \rangle} \text{ のとき, } (T\varphi)_{\langle k, \ell \rangle} = 0 \quad (\text{B.5})$$

が成立していることからわかるように、写像 T には、パターン φ から、「小さな雑音を除去する性質」がある。

(6#) (パターンの変形を除去することから従うモデルの相等性)

すべての k, ℓ について、

$$(6\#_1) (e_-)_{\langle k, \ell \rangle} (k, \ell) < \frac{\varphi_{\langle k, \ell \rangle}}{\max_{k, \ell} |\varphi_{\langle k, \ell \rangle}|} < (e_+)_{\langle k, \ell \rangle} \wedge (e_-)_{\langle k, \ell \rangle} < \frac{\eta_{\langle k, \ell \rangle}}{\max_{k, \ell} |\eta_{\langle k, \ell \rangle}|} < (e_+)_{\langle k, \ell \rangle}$$

$$(6\#_2) \frac{\varphi_{\langle k, \ell \rangle}}{\max_{k, \ell} |\varphi_{\langle k, \ell \rangle}|} \leq (e_-)_{\langle k, \ell \rangle} \wedge \frac{\eta_{\langle k, \ell \rangle}}{\max_{k, \ell} |\eta_{\langle k, \ell \rangle}|} \leq (e_-)_{\langle k, \ell \rangle}$$

$$(6\#_3) \frac{\varphi_{\langle k, \ell \rangle}}{\max_{k, \ell} |\varphi_{\langle k, \ell \rangle}|} \geq (e_+)_{\langle k, \ell \rangle} \wedge \frac{\eta_{\langle k, \ell \rangle}}{\max_{k, \ell} |\eta_{\langle k, \ell \rangle}|} \geq (e_+)_{\langle k, \ell \rangle}$$

のいずれかが成立していれば、モデルの相等性

$$T\varphi = T\eta \quad (\text{B.6})$$

が成り立つ。これ即ち、写像 T には、パターンの変形を除去し、2つのパターン φ, η に共通な性質を抽出する性質があることを示している。

付録C. 最急降下学習で決まる正規直交性を満たす採用した類似度関数 SM_1, SM_2

C.1 類似度関数 SM が満たさなければならない3性質

類似度関数 (similarity-measure function) と呼ばれる関数 SM は、次の3性質(1%)～(3%)を満たすように構成されねばならない。1より大きくない非負実数 $SM(\varphi, \omega_j)$ は、パターン $\varphi \in \Phi$ が、第 $j \in J$ 番目のカテゴリ

$$\mathfrak{C}_j \in \mathfrak{C} \equiv \mathfrak{C}(J) \equiv \{\mathfrak{C}_i \mid i \in J\} \quad (\text{C.1})$$

の諸性質を備えている代表パターン

$$\omega_j \in \Omega \equiv \Omega(J) \equiv \{\omega_i \mid i \in J\} \subseteq \Phi \quad (\text{C.2})$$

と似ている程度を表している、と解釈できる。ここに、

$$J \equiv \{j \mid j = 1 \sim m\} \quad (\text{C.3})$$

は全カテゴリ番号の集合といわれるものである。

(1%) (正規直交性)

$$\forall i, \forall j \in J, SM(\omega_i, \omega_j) = \begin{cases} 1 \cdots i = j \text{ のとき} \\ 0 \cdots i \neq j \text{ のとき} \end{cases}$$

(2%) (確率性)

$$\forall \varphi, \sum_{j \in J} SM(\varphi, \omega_j) = 1$$

(3%) (写像 T の下での不変性)

$$\forall \varphi, \forall j \in J, SM(T\varphi, \omega_j) = SM(\varphi, \omega_j) \quad \square$$

上述のaxiom 2の(1%)～(3%)について簡単に説明しておこう。

(1%)は、相異なるカテゴリの代表パターン同士は確定的な相違関係にあり、同一カテゴリの代表パターン同士は確定的な類似度関係にあることを要請している。(2%)は、任意のパターン φ について、すべてのカテゴリについての類似度の総和は1であることを要請している。つまり、パターン φ は少なくとも1つのカテゴリ \mathcal{C}_j に帰属していることを要請している。(3%)は、パターンモデル $T\varphi$ は原パターン φ と任意のカテゴリについて同一類似度を持つことを要請している。ということは、パターンモデル $T\varphi$ を見たりするならば、原パターン φ と同じように見えたりすること(同一知覚原理)を要請していることになる。

C.2 学習の効果を取り入れた採用した2つの類似度関数類似度関数 SM_1, SM_2

まず、パターン φ がパターン ω_j に似ている程度を与える類似度関数 $SM(\varphi, \omega_j)$ は次のように定義される：

まず、その絶対値が1より大きくない規格化内積(normalized inner product) $nip(T\varphi, T\eta)$ を

$$nip(T\varphi, T\eta) = \begin{cases} \frac{(T\varphi, T\eta)}{\|T\varphi\| \cdot \|T\eta\|} & \text{if } \|T\varphi\| \cdot \|T\eta\| \neq 0 \\ 0 & \text{if } \|T\varphi\| \cdot \|T\eta\| = 0 \end{cases} \quad (C.4)$$

と定義する。次に、パターン ω_j に含まれているパターン φ の程度を情報量として計量している非負量 $S(\varphi, \omega_j)$ を

$$S(\varphi, \omega_j) = -\frac{1}{2} \cdot \log_e [1 - |nip(T\varphi, T\omega_j)|^2] \quad (C.5)$$

と定義し、その $j(=1 \sim m)$ にわたる総和

$$S(\varphi) = \sum_{j=1}^m S(\varphi, \omega_j) \quad (C.6)$$

をも定義する。このとき、その値が1より大きくない非負量 $SM(\varphi, \omega_j)$ を

$$SM(\varphi, \omega_j) = \begin{cases} \frac{S(\varphi, \omega_j)}{S(\varphi)} \cdots S(\varphi) > 0 \text{ のとき} \\ \frac{1}{m} \cdots S(\varphi) = 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (C.7)$$

と定義する。 □

ω_j として、 φ_j, η_j を採用した2つの SM を各々、 SM'_1, SM'_2 としよう。

$$k=1 \text{ のとき, } h_j \langle k \rangle = f_j, \quad k=2 \text{ のとき, } h_j \langle k \rangle = g_j \quad (C.8)$$

$$k=1 \text{ のとき, } \phi_i \langle k \rangle = \eta_i, \quad k=2 \text{ のとき, } \phi_i \langle k \rangle = \varphi_i \quad (C.9)$$

を導入して、 $SM_k(\varphi, \varphi_j)$ を次のように定義する：

$$SM_k(\varphi, \phi_j \langle k \rangle) =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{m} \cdots \sum_{i=1}^m [SM'_k(\varphi, \phi_i < k >) + \max\{h_i < k >(T\varphi), 0\}] = 0 \text{ のとき} \\ \frac{SM'_j(\varphi, \varphi_j) + \max\{h_j < k >, 0\}}{\sum_{i=1}^m [SM'_k(\varphi, \phi_i < k >) + \max\{h_i < k >, 0\}]} \\ \cdots \sum_{i=1}^m [SM'_k(\varphi, \phi_i < k >) + \max\{h_i < k >(T\varphi), 0\}] \geq 0 \text{ のとき} \end{array} \right. \quad (\text{C.10})$$

ここに、 $h_j < k >(T\varphi)$ はその重みが最急降下学習で決まる2次ニューラルネットワークであり、
 $h_j < k >(T\varphi)$

$$\equiv \sum_{a=1}^r \sum_{b=1}^r W_2 < k >(j, a, b) \cdot u(T\varphi, a) \cdot u(T\varphi, b) + \sum_{b=1}^r W_1 < k >(j, b) \cdot u(T\varphi, b) + W_0 < k >(j) \quad (\text{C.11})$$

□

SM'_1, SM'_2 はC.1の3性質の3性質(1%)～(3%)を満たすが、学習により、2不等式

$$\forall j \in J, \forall i \in J - \{j\}, h_j < 1 >(T\varphi_i) = f_j(T\varphi_i) \leq 0 \quad (\text{C.12})$$

$$\forall j \in J, \forall i \in J - \{j\}, h_j < 2 >(T\eta_i) = g_j(T\eta_i) \leq 0 \quad (\text{C.13})$$

を満足するように重み $W_2 < k >(j, a, b), W_1 < k >(j, b), W_0 < k >(j)$ が得られれば、 SM_1, SM_2 も3性質(1%)～(3%)を満たす。

付録D. 最急降下学習で決まる採用した大分類関数 BSC_1, BSC_2

D.1 大分類関数 BSC の満たさなければならない2性質と、カテゴリ間の相互排除性

関数値として2値0,1をとる2変数関数 $BSC(\varphi, j)$ は、次の2性質(1&),(2&)を満たすように構成されたとき、大分類関数(rough classifier, binary-state classifier)と呼ばれる。

(1&) (カテゴリ抽出能力)

$$\forall j \in J, BSC(\omega_j, j) = 1.$$

(2&) (写像 T の下での不変性)

$$\forall \varphi \in \Phi, \forall j \in J, BSC(T\varphi, j) = BSC(\varphi, j). \quad \square$$

上述の(1&)は、 $BSC(\varphi, j) = 1$ であれば、第 $j \in J$ 番目のカテゴリ \mathcal{C}_j は、パターン $\varphi \in \Phi$ が帰属する候補カテゴリの1つであると、解釈できることを示している。

D.2 2種類の大分類関数 BSC_1, BSC_2 の定義

定義式(C.8)の下で、その重みが最急降下学習で決まる式(C.11)の2次ニューラルネットワーク $h_j < k >(T\varphi)$ を使って、

$$BSC_k(\varphi, j) \equiv \begin{cases} 1 \cdots h_j < k >(T\varphi) \geq 0 \text{ のとき} \\ 0 \cdots h_j < k >(T\varphi) < 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (\text{D.1})$$

と定義される2値関数 BSC_1, BSC_2 はD.1の2性質(1&),(2&)を満たす。

また、2式(C.12),(C.13)が成り立っていれば、カテゴリ間の相互排除性

$$\forall j \in J, \forall i \in J - \{j\}, BSC(\omega_i, j) = 0, \quad (D.2)$$

が成り立つ事実に注意しておく.

付録E. 類似度関数 SM , 大分類関数 BSC できるカテゴリ選択関数 CSF_1, CSF_2

カテゴリ選択関数と呼ばれる CSF は, 2付録C,Dの類似度関数 SM , 大分類関数 BSC を使って, 帰納推論 (inductive reasoning) できる機能が

処理の対象とするパターン $\varphi \in \Phi$ がカテゴリ $\mathcal{C}_j, j \in \gamma$ の何れか1つに帰属する可能性がある想定した場合, 更に絞り込んで, その内のカテゴリ $\mathcal{C}_j, j \in CSF(\varphi, \gamma) \subseteq \gamma$ の何れか1つに帰属する可能性がある (E.1)

という具合に備わっているように, 次のように定義される:

(1@) $\varphi = 0 \vee \gamma = \phi$ の場合

$$CSF(\varphi, \gamma) = \phi. \quad (E.2)$$

(2@) $\varphi \neq 0 \wedge \gamma \neq \phi$ の場合

$$CSF(\varphi, \gamma) =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \{k \in \gamma \mid SM(\varphi, \omega_k) > 0\} \text{ if } \sum_{k \in \gamma} BSC(\varphi, k) = 0 \\ \{k \in \gamma \mid SM(\varphi, \omega_k) > 0 \wedge BSC(\varphi, k) = 1\} \text{ if } \sum_{k \in \gamma} BSC(\varphi, k) > 0 \end{array} \right. \quad (E.3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \{k \in \gamma \mid SM(\varphi, \omega_k) > 0\} \text{ if } \sum_{k \in \gamma} BSC(\varphi, k) = 0 \\ \{k \in \gamma \mid SM(\varphi, \omega_k) > 0 \wedge BSC(\varphi, k) = 1\} \text{ if } \sum_{k \in \gamma} BSC(\varphi, k) > 0 \end{array} \right. \quad (E.4)$$

□

注意すべきことは, 2性質

$$\forall \gamma, \forall \varphi, CSF(\varphi, \gamma) \subseteq \gamma \text{ (包含性質)} \quad (E.5)$$

$$\forall j \in CSF(\varphi, \gamma) (\neq \phi), SM(\varphi, \omega_j) > 0 \text{ (正性質)} \quad (E.6)$$

が成立していて, 規格化類似度 (normalized similarity-measure)

$$NSM(\varphi, \omega_j) \equiv$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{SM(\varphi, \omega_j)}{\sum_{k \in CSF(\varphi, \gamma)} SM(\varphi, \omega_k)} \cdots j \in CSF(\varphi, \gamma) \text{ のとき} \\ 0 \cdots j \in J - CSF(\varphi, \gamma) \text{ のとき} \end{array} \right.$$

(E.7)

を導入すれば, 確率性質

$$CSF(\varphi, \gamma) \neq \phi \text{ であれば, } \sum_{j \in J} NSM(\varphi, \omega_j) = \sum_{j \in CSF(\varphi, \gamma)} NSM(\varphi, \omega_j) = 1 \quad (E.8)$$

が成り立つ. この規格化類似度 NSM と同様な関数は付録Gで使われる.

次の2定理E.1,E.2も成り立つ.

[定理E.1] (カテゴリ選択関数 CSF の T -不変性)

$$\forall \gamma, \forall \varphi, CSF(T\varphi, \gamma) = CSF(\varphi, \gamma).$$

(証明) CSF の3式 (E.2) ~ (E.4) において, 付録Cの (3#), 並びに, 付録Dの (2&) を考慮すれば明らかである. □

[定理E.2] (カテゴリ選択関数 CSF の正定数倍不変性)

$$\forall \gamma, \forall \varphi, CSF(a \cdot \varphi, \gamma) = CSF(\varphi, \gamma) \text{ for any positive real number } a.$$

(証明) 任意の正定数 a をとる.

$$\begin{aligned}
 & \forall \gamma, \forall \varphi, CSF(a \cdot \varphi, \gamma) \\
 & = CSF(T(a \cdot \varphi), \gamma) \quad \because \text{定理E.1} \\
 & = CSF(T\varphi, \gamma) \quad \because \text{付録Bの(2\#)} \\
 & = CSF(\varphi, \gamma) \quad \because \text{定理E.1}
 \end{aligned}$$

□

ここで、 SM_1, BSC_1 と SM_2, BSC_2 を用いて構成された2つのカテゴリ選択関数を各々、 CSF_1, CSF_2 と表す。

付録F. モデル構成作用素 T 、類似度関数 SM_k 、大分類関数 BSC_k と代表パターンの集合 Ω で定まる構造受精作用素 $A_1(r), A_2(\mu)$

3付録B,C,Dのモデル構成作用素 T 、類似度関数 SM_k 、大分類関数 BSC_k と、式(C.2)の代表パターンの集合 Ω を使って、構成される2種類の構造受精作用素(structural fertilization operator) $A_1(r), A_2(\mu)$ は次のように定義される：

定義式(C.9)の下で、

(1☆) $\varphi=0$ あるいは $\mu=\phi$ のとき

$$A_k(\mu)\varphi=0 \quad (\text{F.1})$$

(2☆) $\varphi \neq 0$ かつ $\mu \neq \phi$ のとき

$$k=1 \text{ のとき } k'=2, \quad k=2 \text{ のとき } k'=1$$

とすると、

$$\begin{cases}
 A_k(\gamma)\varphi \equiv \sum_{i \in \gamma} SM_k(\varphi, T\psi_i < k >) \cdot (T\psi_i < k' >) \cdots \sum_{i \in \gamma} BSC_k(\varphi, i) = 0 \text{ のとき} \\
 \sum_{i \in \gamma} SM_k(\varphi, T\psi_i < k >) \cdot BSC_k(\varphi, i) \cdot (T\psi_i < k' >) \cdots \sum_{i \in \gamma} BSC_k(\varphi, i) > 0 \text{ のとき}
 \end{cases}$$

□

実は、付録Eのカテゴリ選択関数 CSF_k を使って、等式

$$\forall \gamma, \forall \varphi, A_k(\gamma)\varphi = \sum_{i \in CSF_k(\varphi, \gamma)} SM_k(\varphi, T\psi_i < k >) \cdot T\psi_i < k' > \quad (\text{F.4})$$

が成立し、パターン φ を $A(\gamma)\varphi$ へと変換することにより、 φ の候補カテゴリ番号リストを見かけ上、 γ から $CSF(\varphi, \gamma) (\subseteq \gamma)$ へと絞ることが可能となっている。

付録G. 構造受精変換 $TA_k(\mu)T$ による類似度分布の変換

カテゴリ帰属知識 $\langle \varphi, \gamma \rangle$ は変換 $TA_k(\mu)T$ が適用されると、カテゴリ帰属知識 $\langle \phi, \lambda \rangle$ に変換されるとしよう。このとき、パターン ϕ 、カテゴリ番号リスト λ は、3式(E.2)～(E.4)と3式(F.1)～(F.3)を適用し、

$$\phi = TA_k(\mu \cap \gamma)T\varphi, \lambda = CSF_k(\varphi, \mu \cap \gamma) \quad (\text{G.1})$$

と定義される($k=1, 2$)。カテゴリ帰属知識の変換に使われた写像 $TA_k(\mu)T$ は構造受精変換と呼ばれ、カテゴリ帰属知識 $\langle \phi, \lambda \rangle$ はカテゴリ帰属知識 $\langle \varphi, \gamma \rangle$ から構造受精変換 $TA_k(\mu)T$ を介し受精(生成・変換)されたという。

入力パターン $\varphi \in \Phi$ が入力されたとき、2.2の(2\#)においては、第 $s(=0, 2, 4, \dots)$ 段階パターンは $\varphi_{\llcorner s}$

で表されているが，類似度分布

$$SM_1(\varphi_{\langle s \rangle}, \varphi_j), j \in J \tag{G2}$$

は，0,1へクラスタ化が進んだ性質

$$\begin{aligned} &\exists i, \exists j \in J (i \neq j), \\ &SM(\varphi_{\langle s \rangle}, \varphi_i) < SM(\varphi_{\langle s \rangle}, \varphi_j) \Rightarrow \\ &\exists \delta > 0, 0 \leq SM(\varphi_{\langle s+2 \rangle}, \varphi_i) - \delta < SM(\varphi_{\langle s+2 \rangle}, \varphi_j) + \delta \leq 1 \end{aligned} \tag{G3}$$

を満たす類似度分布

$$SM_1(\varphi_{\langle s+2 \rangle}, \varphi_j), j \in J \tag{G4}$$

へと変換される場合があることが，以下の4定理G3～G4により保証される．

先ず，次の2補助定理G.1,G.2を用意する．

[補助定理G.1] (構造受精作用素 $A_1(\lambda), A_2(\mu)$ の T -不変性)

$$\forall \lambda, \forall \mu \subseteq J, \forall \varphi, \forall \eta, A_1(\lambda)T\varphi = A_1(\lambda)\varphi \wedge A_2(\mu)T\eta = A_2(\mu)\eta.$$

(証明) 付録Fの $A_k(\lambda)$ の定義において，付録Cの(3#)，並びに，付録Dの(2&)を考慮すれば明らかである。 □

[補助定理G.2] (類似度関数 SM_1, SM_2 の正定数倍不変性)

$$\forall \varphi, \forall \eta, \forall j \in J, SM_1(a \cdot \varphi, \varphi_j) = SM_1(\varphi, \varphi_j) \wedge SM_2(a \cdot \eta, \eta_j) = SM_2(\eta, \eta_j)$$

for any positive number a .

(証明) 任意の正定数 a をとる．

$$\begin{aligned} &\forall \varphi \in \Phi, \forall j \in J, SM_k(a \cdot \varphi, \varphi_j) \\ &= SM_k(T(a \cdot \varphi), \varphi_j) \quad \because \text{付録Cの(3\%)} \\ &= SM_k(T\varphi, \varphi_j) \quad \because \text{付録Bの(2\#)} \\ &= SM_k(\varphi, \varphi_j) \quad \because \text{付録Cの(3\%)} \end{aligned} \tag{G5}$$

[定理G.3] (構造受精変換 $TA_1(\mu)T$ による類似度変換における上限・下限の評価定理1)

2条件

$$\sum_{k \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_k) > 0 \tag{G5}$$

$$\sum_{k \in \lambda} BSC_1(\varphi, k) = 0 \tag{G6}$$

が成立するようなパターン $\varphi \in \Phi$ とカテゴリ番号リスト $\lambda \subseteq J$ について，表現

$$\forall j \in J, SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_j) = SM_2\left(\sum_{\ell \in \lambda} \frac{SM_1(\varphi, \varphi_\ell)}{\sum_{k \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_k)} \cdot T\eta_\ell, \eta_j\right) \tag{G7}$$

が成り立ち，次の2不等式(G3.1#),(G3.2#)が成り立つ：

(G3.1#) $\exists j \in J,$

$$\left. \begin{aligned} &\frac{SM_1(\varphi, \varphi_j)}{\sum_{k \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_k)} \quad \text{if} \quad j \in \lambda \\ &0 \quad \text{if} \quad j \notin \lambda \\ &\geq SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_j) \end{aligned} \right\} \tag{G8}$$

(G3.2#) $\exists i \in J,$

$$SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_i) \geq$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{SM_1(\varphi, \varphi_i)}{\sum_{k \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_k)} & \text{if } i \in \lambda \\ 0 & \text{if } i \notin \lambda \end{array} \right. \quad (\text{G.9})$$

(証明) 条件式(G.6)の下では、付録Fの式(F.2)からわかるように、

$$A_1(\lambda)\varphi = \sum_{j \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_j) \cdot T\eta_j \quad (\text{G.10})$$

である。式(G.7)は、

$$\begin{aligned} & \forall \varphi \in \Phi, \forall j \in J, SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_j) \\ &= SM_2(A_1(\lambda)T\varphi, \eta_j) \quad \because \text{付録Cの(3\%)} \\ &= SM_2(A_1(\lambda)\varphi, \eta_j) \quad \because \text{補助定理G.1} \\ &= SM_2\left(\sum_{\ell \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_\ell) \cdot T\eta_\ell, \eta_j\right) \quad \because \text{式(G.10)} \\ &= SM_2\left(\sum_{\ell \in \lambda} \frac{SM_1(\varphi, \varphi_\ell)}{\sum_{k \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_k)} \cdot T\eta_\ell, \eta_j\right) \quad \because \text{補助定理G.2, 式(G.5)} \end{aligned}$$

と示され、

$$\forall j \in J, SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_j) < \sum_{\ell \in \lambda} \frac{SM_1(\varphi, \varphi_\ell)}{\sum_{k \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_k)} \cdot SM_2(T\eta_\ell, \eta_j) \quad (\text{G.11})$$

と仮定し、両辺にわたり総和すれば、 J は有限集合であるから、矛盾した不等式

$$\begin{aligned} 1 = \sum_{j \in J} SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_j) &< \sum_{\ell \in \lambda} \frac{SM_1(\varphi, \varphi_\ell)}{\sum_{k \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_k)} \cdot \sum_{j \in J} SM_2(T\eta_\ell, \eta_j) = 1 \\ &\because \text{付録Cの(2\%)} \end{aligned}$$

が得られる。よって、不等式(G.11)の否定

$$\begin{aligned} \exists i \in J, SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_i) &\geq \sum_{\ell \in \lambda} \frac{SM_1(\varphi, \varphi_\ell)}{\sum_{k \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_k)} \cdot SM_2(T\eta_\ell, \eta_i) \\ &= \sum_{\ell \in \lambda} \frac{SM_1(\varphi, \varphi_\ell)}{\sum_{k \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_k)} \cdot SM_2(\eta_\ell, \eta_i) \quad \because \text{付録Cの(3\%)} \\ &= \left\{ \begin{array}{ll} \frac{SM_1(\varphi, \varphi_i)}{\sum_{k \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_k)} & \text{if } i \in \lambda \\ 0 & \text{if } i \notin \lambda \end{array} \right. \\ &\quad \because \text{付録Cの(1\%)} \end{aligned}$$

が成立し、不等式(G.9)が示された。

同様に、

$$\forall k \in J, SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_k) > \sum_{\ell \in \lambda} \frac{SM_1(\varphi, \varphi_\ell)}{\sum_{k \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_k)} \cdot SM_2(T\eta_\ell, \eta_k)$$

を仮定すると、上述と同様な矛盾が生じるから、

$$\begin{aligned} \exists j \in J, SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_j) &\leq \sum_{\ell \in \lambda} \frac{SM_1(\varphi, \varphi_\ell)}{\sum_{k \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_k)} \cdot SM_2(T\eta_\ell, \eta_j) \\ &= \begin{cases} \frac{SM_1(\varphi, \varphi_j)}{\sum_{k \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_k)} & \text{if } j \in \lambda \\ 0 & \text{if } j \notin \lambda \end{cases} \end{aligned}$$

が成立し、不等式(G.8)が示された。 □

定理G.3での条件式(G.6)の代りに条件式(G.21)を採用した次の定理G.4も成り立つ。

[定理G.4] (構造受精変換 $TA_1(\lambda)T$ による類似度変換における上限・下限の評価定理定理2)

2条件

$$\begin{aligned} \sum_{k \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_k) \cdot BSC_1(\varphi, k) &> 0 \\ \sum_{k \in \lambda} BSC_1(\varphi, k) &> 0 \end{aligned} \tag{G.12}$$

が成立するようなパターン $\varphi \in \Phi$ とカテゴリ番号リスト $\lambda \subseteq J$ について、

$$\forall j \in J, SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_j) = SM_2\left(\sum_{\ell \in \lambda} \frac{SM_1(\varphi, \varphi_\ell) \cdot BSC_1(\varphi, \ell)}{\sum_{k \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_k) \cdot BSC_1(\varphi, k)} \cdot T\eta_\ell, \eta_j\right)$$

が成り立ち、次の2不等式(G.4.1#), (G.4.2#)が成り立つ：

$$(G.4.1\#) \left. \begin{aligned} \exists j \in J, \\ \left. \begin{aligned} \frac{SM_1(\varphi, \varphi_j) \cdot BSC_1(\varphi, j)}{\sum_{k \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_k) \cdot BSC_1(\varphi, k)} & \text{if } j \in \lambda \\ 0 & \text{if } j \notin \lambda \end{aligned} \right\} \\ \geq SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \eta_j) \end{aligned} \right\}$$

$$(G.4.2\#) \exists i \in J, SM_2(TA_1(\lambda)T\varphi, \varphi_i) \geq \begin{cases} \frac{SM_1(\varphi, \varphi_i) \cdot BSC_1(\varphi, i)}{\sum_{k \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_k) \cdot BSC_1(\varphi, k)} & \text{if } i \in \lambda \\ 0 & \text{if } i \notin \lambda \end{cases}$$

(証明) 条件式(G.12)の下では、付録Fの式(F.3)からわかるように、

$$A_1(\lambda)\varphi = \sum_{j \in \lambda} SM_1(\varphi, \varphi_j) \cdot BSC_1(\varphi, j) \cdot T\eta_j.$$

である。以下、定理G.3の証明とほぼ、同様にして証明される。 □

今1つの構造受精作用素 $A_2(\mu)$ についても、同様な不等式が定理G.5, G.6の如く、成り立つ。

[定理G.5] (構造受精変換 $TA_2(\mu)T$ による類似度変換における上限・下限の評価定理1)

2条件

$$\begin{aligned} \sum_{k \in \lambda} SM_2(\eta, \eta_k) &> 0 \\ \sum_{k \in \lambda} BSC_2(\eta, k) &= 0 \end{aligned} \tag{G.13}$$

が成立するようなパターン $\eta \in \Phi$ とカテゴリ番号リスト $\mu \subseteq J$ について、

$$\forall j \in J, SM_1(TA_2(\mu)T\eta, \varphi_j) = SM_1\left(\sum_{\ell \in \mu} \frac{SM_2(\eta, \eta_\ell)}{\sum_{k \in \mu} SM_2(\eta, \eta_k)} \cdot T\varphi_\ell, \varphi_j\right)$$

が成り立ち、次の2不等式(G5.1#), (G5.2#)が成り立つ：

$$(G5.1\#) \exists j \in J,$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{SM_2(\eta, \eta_j)}{\sum_{k \in \mu} SM_2(\eta, \eta_k)} \quad \text{if } j \in \mu \\ 0 \quad \text{if } j \notin \mu \end{array} \right\} \geq SM_1(TA_2(\lambda)T\eta, \varphi_j)$$

$$(G5.2\#) \exists i \in J,$$

$$SM_1(TA_2(\mu)T\eta, \varphi_i) \geq$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{SM_2(\eta, \eta_i)}{\sum_{k \in \mu} SM_2(\eta, \eta_k)} \quad \text{if } i \in \mu \\ 0 \quad \text{if } i \notin \mu \end{array} \right.$$

(証明) 条件式(G.13)の下では、付録Fの式(F.2)からわかるように、

$$A_2(\mu)\eta = \sum_{j \in \mu} SM_2(\eta, \eta_j) \cdot T\varphi_j$$

である。以下、定理G.3とほぼ、同様に証明される。 □

[定理G.6] (構造受精変換 $TA_2(\mu)T$ による類似度変換における上限・下限の評価定理定理2)

2条件

$$\begin{aligned} \sum_{k \in \mu} SM_2(\eta, \eta_k) \cdot BSC_2(\eta, k) &> 0 \\ \sum_{k \in \mu} BSC_2(\eta, k) &> 0 \end{aligned} \tag{G.14}$$

が成立するようなパターン $\eta \in \Phi$ とカテゴリ番号リスト $\mu \subseteq J$ について、

$$\forall j \in J, SM_1(TA_2(\mu)T\eta, \varphi_j) = SM_1\left(\sum_{\ell \in \mu} \frac{SM_2(\eta, \eta_\ell) \cdot BSC_2(\eta, \ell)}{\sum_{k \in \mu} SM_2(\eta, \eta_k) \cdot BSC_2(\eta, k)} \cdot T\varphi_\ell, \varphi_j\right)$$

が成り立ち、次の2不等式(G6.1#), (G6.2#)が成り立つ：

$$(G6.1\#) \exists j \in J,$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{SM_2(\eta, \eta_j) \cdot BSC_2(\eta, j)}{\sum_{k \in \mu} SM_2(\eta, \eta_k) \cdot BSC_2(\eta, k)} \quad \text{if } j \in \mu \\ 0 \quad \text{if } j \notin \mu \end{array} \right\} \geq SM_1(TA_2(\mu)T\eta, \varphi_j)$$

$$(G6.2\#) \exists i \in J, SM_1(TA_2(\mu)T\eta, \varphi_i) \geq$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{SM_2(\eta, \eta_i) \cdot BSC_2(\eta, i)}{\sum_{k \in \mu} SM_2(\eta, \eta_k) \cdot BSC_2(\eta, k)} \quad \text{if } i \in \mu \\ 0 \quad \text{if } i \notin \mu \end{array} \right.$$

(証明) 条件式(G.14)の下では、付録Fの式(F.3)からわかるように、

$$A_2(\mu)\eta = \sum_{j \in \mu} SM_2(\eta, \eta_j) \cdot BSC_2(\eta, j) \cdot T\varphi_j$$

である。以下、定理G4の証明とほぼ、同様にして証明される。

□

(著者 鈴木昇一, 論文題目 画像プロダクションシステムの記憶と推論, 文教大学・情報学部・
情報研究 no.38 投稿論文 PP.77-103 投稿2007年9月5日(水))

