パターンモデル$T\varphi$を出力するモデル構成作用素Tの諸例とその再帰性

鈴木　昇一

Some Examples of Model-Construction Operators That Have as Their Output Models Corresponding to Patterns ,and Their Recursions

Shoichi Suzuki

要　　約

原パターンのパターンモデルを見たり聞いたりしたならば原パターンと同じように見えたり聞こえたりする原理(原パターンとそのパターンモデルとの同一知覚原理)が成り立つようなパターンモデルを出力するモデル構成作用素Tの諸例を構成しながら，より良き構造を持つパターンモデル$T\varphi$を得るため，1つのモデル構成作用素から，或いは2つのモデル構成作用素から，モデル構成作用素Tが再帰的に構成されている．

同一知覚原理をもたらす或る公理を満たすモデル構成作用素として，

(1)パターン振幅規格化モデル構成作用素を構成し，このパターン振幅規格化モデルを利用し，(2)2値0,1のいずれかの値をとるモデル構成作用素，(3)不動点記憶パターンとの一致をとる2関数値モデル構成作用素が再帰的に構成される．この2関数値モデル構成作用素は一般化され得ることが示される．更に，(4)3値$-1,0,+1$のいずれかの値をとるモデル構成作用素が存在することが示される．(5)可換性，(6)最小値をとる演算，(7)最大値をとる演算に基づいてモデル構成作用素を再帰的に構成する手法も研究されている．

パターンφの標準形として，パターンモデル$T\varphi$を採用できるという想定の下で，モデル構成作用素Tについて，再帰性を論じている．つまり，パターンモデルを今1つのパターンモデルから構成する方法を論じている．この構成方法を論じるのは，モデルのモデル(再帰性)が，単なるモデルより，原パターンφが正しく認識されるようになるという意味で改良されたモデルになることを期待してのことである．

Abstract

A principle of the same perception between an original pattern and its corresponding model means that if we see or hear the model, we have a sense of seeing or hearing it as though it were the original pattern.We construct some examples of corresponding models of original patterns that are outputs of mappings Ts called model-construction operators, which may satisfy the principle.For example, a fundamental model can be acquired by normalizing an amplitudes of the original patterns using the maximums of its absolute amplitude.

We recursively construct six kinds of models in order to improve on some quality about the present model based on（1#）a commutativity between two model-construction operators or（2#）two operations of obtaining the minimum or maximum.

As a standard form of pattern φ, We adopts a pattern model $T\varphi$. Recursions of the standard forms are discussed.That is, a method of constituting a pattern model from one pattern model now is discussed. The reason for using the other model（recursion nature）obtainable from one model is explained as follows: A recognition system RECOGNITRON may correctly recognize an original pattern φ if the system can employ the recursive method using the model of a model except the method using a mere model .

1. はじめに

本論文では，パターンφの標準形として，パターンモデル$T\varphi$を採用できるという想定の下で，モデル構成作用素Tについて，再帰性を論じている．つまり，パターンモデルを今1つのパターンモデルから構成する方法を論じている．この構成方法を論じるのは，モデルのモデル(再帰性)が，単なるモデルより，原パターンφが正しく認識されるようになるという意味で改良されたモデルになることを期待してのことである．

以下の式(2)の4性質「①零元不動点性・②正定数倍不変性・③ベキ等性・④非零写像性」を満たすような

「原パターン$\varphi\in\Phi$のパターンモデル$T\varphi\in\Phi$」

を研究した研究はSS理論［1］～［4］以外に存在しない．これまで原パターンφの様々なパターンモデル$S\varphi$(原パターンφの形状を整えたパターン)がS.Suzuki以外の研究者により提案されているが，その内，意味のあるモデル$S\varphi$はすべて，4性質①～④を満たすように，パターンモデルという概念を打ち出したS.Suzukiの情報技術により$T\varphi$に直すことができる．この事実は，S.Suzukiの提案したパターンモデル$T\varphi$が普遍性(universality)を備えており，優秀であることを暗示している．

記号による推論処理では，例えば，導出原理(resolution principle)を推論エンジンと採用する場合節形式(clausal form)という標準形(canonical form)に書かれた述語論理式(formula of predicate logic)のみを取り扱う．パターンによる推論処理では，原パターンφをS.Suzukiの提案したパターンモデル(パターンφの標準形)$T\varphi$に直して処理すればよいことをS.Suzukiは主張してきた．

文献［5］の定理3(位相情報復元可能定理)を適用し，手書き漢字パターンφの構造を復元した文献［6］のシミュレーション手法に注目しよう．文献［6］では構造モデルと呼ばれているこの種のパターンモデル$T\varphi$を出力する写像(モデル構成作用素)

$$T:\Phi\to\Phi \qquad (1)$$

が3．のaxiom 1の4性質

零元不動点性，正定数倍不変性，べき等性，非零写像性　　(2)

を満たすという意味で，本研究は文献［6］の研究に続くものである．ここに，Φは処理の対象とす

る問題のパターン φ の集合である．

本研究の意義を明らかにするためには，先ず，文献［6］でいう正規化の操作について説明しておかなければならないだろう．

2つのパターン φ,η のパターンモデル $T\varphi,T\eta$ が一致するという2元関係 $\sim_T$ は，

$$\varphi \sim_T \eta \tag{3}$$

$$\Leftrightarrow T\varphi = T\eta \text{（パターンモデル間の相等関係）} \tag{4}$$

と定義され，この2元関係 $\sim_T$ は，反射律，対称律，推移律を満たし，同値関係である．パターンモデル類と呼ばれてよい“φ を含む同値類”

$$[\varphi] \equiv \{\eta \in \Phi \mid \varphi \sim_T \eta\} \tag{5}$$

が導入される．任意にとった2つの同値類は全く一致するか，または，共通の元を持たないことが知られている．

認識システムへの実際の入力パターン φ の同値類 $[\varphi]_T$ から代表要素を取り出せば，式(1)の写像 T が式(2)のべき等性 $T \cdot T = T$ を満たすことから，それは $T\varphi$ であることがわかる．このとき，代表要素 $T\varphi(=T\eta) \in [\varphi]_T$ を取り出す操作 T は文献［6］では，正規化と呼ばれている．本論文ではモデル構成作用素と呼ばれる式(1)の写像 T が，文献［6］の考えに従えば，正規化の操作と呼ばれて良い理由は次のように説明される：

式(4)の等式 $T\varphi = T\eta$ を満たすようなこのパターン η は一般に φ と異なることに注意しよう．$T\varphi$ を知覚したことは，φ を η と錯覚していることにもなる．もし，認識システムがパターン φ を見たにもかかわらず，φ より良い形状のパターン η を錯覚しているならば，パターンモデル $T\varphi$ の形成過程

$$\varphi \to T\varphi \tag{6}$$

においては，パターン η のモデルでもある $T\varphi$ は η より形が崩れたパターン φ の正規化パターン(整形化パターン)と考えられることになる．　□

本論文は，文献［6］でいう同様な目的に役立つ“3．のaxiom 1を満たすパターンモデル $T\varphi$ ”が，

axiom 1を満たす今1つのパターンモデル $T'\varphi$，或いは2つのパターンモデル $T_1\varphi,T_2\varphi$ を使って構成され得る　(7)

という「モデル構成作用素 T の再帰性」を研究したものであり，他に類を見ない．構成されたパターンモデル $T\varphi$ は，構成に用いられたもとのパターンモデル $T'\varphi$，或いは，もとの2つのパターンモデル $T_1\varphi,T_2\varphi$ よりも，原パターン φ を認識する場面においてより良いパターン認識・パターン想起の働き［1］～［4］を実現するのに役立つことが判明している［16]，［17］.JAVA言語を用いて計算機シミュレーションが行われた風景画像内容の理解システム［18］を構築する上においても，T の再帰性は有効であることは確かめられている［31]，［34]，［35].

S.Suzukiは，ありとあらゆるパターン認識の働きをシミュレートできるような万能性認識システムRECOGNITRONを構成している［3]．そこでは，万能認識定理を証明することにより，単段階のパターン変換で遂行するパターン認識の働きを改良できる多段階パターン認識の方法が存在することが明らかにされている．つまり，処理の対象とする問題の入力パターン φ に対応するパターンモデル $T\varphi$ を求め，$T\varphi$ からあるカテゴリの代表不動点パターンモデル $T\omega_j$ を連想する形で，原パターン φ の帰属するカテゴリ $\mathfrak{C}_j$（第 $j \in J$ 番目の類概念）を決定できる多段階パターン変換法が考えられている．

本論文で説くパターンモデル $T\varphi$ は，元来，

認識システムRECOGNITRONがモデル$T\varphi$ を見たり聞いたりしたならば，原パターンφと同じに見えたり聞こえたりするごときもの（モデル$T\varphi$ と原パターンφとの間の同一知覚原理）　(8)

である．2文献［5］，［7］での位相情報復元化パターン$T\varphi$ ，エントロピーモデル$T\varphi$ もこのような“モデル$T\varphi$ と原パターンφとの間の同一知覚原理”が成立することが期待されるように，3.1のaxiom 1（式(2)の4性質）［3］，［4］を満たすように構成されていることが確かめられる．

人間がパターン認識［1］を多数経験するにつれて，パターンφのモデル$T\varphi$ を形成する働きが構成的に学習されると，考えてみよう．再帰性を利用して，パターンモデル$T\varphi$ を構成することは，この種の構成に関する学習能率を加速ならしめるのに役立つことになる．

2. 零元不動点性，正定数倍不変性，べき等性，非零写像性の4性質を満たすパターンモデル$T\varphi$ と，多段階パターンモデル変換に基づく認識

本章では，式(8)の同一知覚原理が成立するとすれば，パターンモデル$T\varphi$ が最小限満たさなければならない式(2)の零元不動点性，正定数倍不変性，べき等性，非零写像性の4性質と，このパターンモデル$T\varphi$ を多段階にわたって変換しながら認識する手法（多段階パターンモデル変換認識法）について，説明される．

2.1　パターンφとそのパターンモデル$T\varphi$ との間に成り立つ同一知覚原理と，3.のaxiom 1

2.1.1　同一知覚原理が成り立つための必要条件としての，3.のaxiom 1

認識システムRECOGNITRONを構成するのには，先ず，3.のaxiom 1を満たすパターン集合Φと，モデル構成作用素T との対$[\Phi,T]$を選定しなければならない．

処理の対象とする問題のパターン$\varphi\in\Phi$に対し，その代りとなり，φと錯覚するパターンモデル$T\varphi\in\Phi$を出力する式(1)の写像T を考えよう．

入力パターンφのモデル$T\varphi$ が帰属するカテゴリ（第$j\in J$番目の類概念）$\mathfrak{C}_j$ の持つ諸性質を典型的に代表するパターン（代表パターン）ω_jのモデル$T\omega_j$がそれ以外の任意のカテゴリ$\mathfrak{C}_i$ $(i\in J-\{j\})$の代表パターンω_iのモデル$T\omega_i$と異なっているとしよう．パターン認識に関する知能情報論［4］の立場からは，パターンφとは，$T\omega_j$が$T\omega_i$へと一致しない“$T\omega_j$から$T\omega_i$への途中の変形の程度”が許される情報の表現である．このとき，原パターンφとそのモデル$T\varphi$ 間に式(8)の同一知覚原理が成立していなければならない．

このような同一知覚原理が成り立つような処理の対象とする問題のパターン集合Φと式(1)の写像T との順序のついた対$[\Phi,T]$に要求される諸性質とは何かを，S.Suzukiは明らかにしている．それは，順序対$[\Phi,T]$が3．のaxiom 1を少なくとも満たさなければならないということ（同一知覚原理の必要条件）である［3］，［4］．

例えば，定理3の，式(54)のモデル構成作用素T と原理的に同じものについては，平均顔画像ξを用い，不等式(53)を満たすηを$\eta=T'\xi$（写像T'については，定理3を参照）と設定し，入力顔画像φを2値化するのに有用であることが計算機シミュレーション［16］で判明している．また，定理4の，式(65)で定義されるモデル構成作用素T と原理的に同じものについては，不等式(64)を満たすη_1,η_2の内，η_1を$\eta_1=T'\xi$と，また，η_2を各々，平均顔画像ξの目，鼻，口と設定すると，入力顔画像φから目，鼻，口の各成分を抽出するのに有用であることも判明している［16］．

このようなモデル構成作用素 T の研究はS.Suzukiの論文以外には存在しない.

このような写像 T の1例については，既に3文献［1］,［5］,［7］で研究されており，その効果は3文献［6］,［8］,［9］で確かめられている．また，日本語単独母音の認識［14］や，ヒルベルト空間［19］で動作し，連想形記憶の働きを備えたニューラルネットの構成［2］,［10］にも使用され，計算機シミュレーション済である.

その他のモデル構成作用素 T については，Radial-Basis Function Networks，Wavelet-Based Networksによる構成［11］，数理形態学に基づく構成［12］，線形補間による構成［13］，直交系を使用した構成［15］，平均画像を用いた画像2値化をもたらす構成［16］，界面エネルギーの減少を利用した構成［17］，画素単位の構成［18］,［31］,［34］,［35］などがある.

2.1.2　axiom 1を満たすパターンモデル $T\varphi$ を利用することの利点

このような式(1)のモデル構成作用素 T を考えて得られる利点は，主として次の①，②のように述べられる：

①（φ と $T\varphi$ との間に成り立つ同一認識原理）

φ が ω_j と似ている確率を与える類似度 $SM(\varphi,\omega_j)$ が，3性質

（イ）正規直交性

$$SM(\omega_i,\omega_j)=0 \quad \text{if} \quad i \neq j\,,=1 \quad \text{if} \quad i=j \tag{9}$$

（ロ）確率性（規格化性）

$$\forall\varphi\in\Phi,\sum_{j\in J}SM(\varphi,\omega_j)=1$$

（ハ）$T-$ 不変性

$$\forall\varphi\in\Phi,\forall j\in J,SM(T\varphi,\omega_j)=SM(\varphi,\omega_j) \tag{10}$$

を満たすように，例えば，内積 (φ,η) で定義されるノルム $\|\varphi\|\equiv\sqrt{(\varphi,\varphi)}$ を使って，

$$SM(\varphi,\omega_j) = \frac{\dfrac{1}{\|T\varphi-T\omega_j\|^2}}{\displaystyle\sum_{k\in J}\frac{1}{\|T\varphi-T\omega_k\|^2}} \tag{11}$$

と構成できる［3］．この構成事実は $T\varphi$ と φ とが同一カテゴリに帰属するように（これ即ち，φ と $T\varphi$ との間に成り立つ同一認識原理），認識できる源泉をもたらす.

②（候補カテゴリの多段階絞り込みに伴う正認識結果への転換，並びに認識の万能性）

入力パターン φ について，多段階パターンモデル変換

$$\varphi^0\equiv T\varphi\to\varphi^1\equiv TA^0T\varphi^0\to\varphi^2\equiv TA^1T\varphi^1\to\cdots\to\varphi^{t+1}\equiv TA^tT\varphi^t\to\cdots$$

（知覚的記憶表象 $\varphi^s(0\leq s\leq t)$ を伴った推論）

(12)

を導入できる［3］,［4］．ここに，第 s 段階のパターン φ^s のモデル $T\varphi^s$ を，第 s 認識段階での探索によって選定されたパターン変換作用素（文献［3］での，2定義式(6.12)，(6.13)による構造受精作用素 $A(\gamma)$ のこと）

$$A^s:\Phi\to\Phi \tag{13}$$

によって $A^sT\varphi^s$ と変換したパターンのモデルが

$$\varphi^{s+1} = TA^s T\varphi^s, s = 0,1,2,\cdots \tag{14}$$

である．

多段階認識過程式(12)において，第t 認識段階で不動点方程式

$$\varphi^t = TA^t T\varphi^t \tag{15}$$

が成立すると，最大類似度条件

$$\exists t, \exists j \in J, SM(\varphi^t, \omega_j) = 1 \tag{16}$$

が満たされることが証明される［3]，［4]．このようにして，処理の対象とする問題の入力パターンφが第$j \in J$ 番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$ に認識されるのが，多段階パターンモデル変換(に基づく)認識法である．この②の多段階パターンモデル変換に基づく認識法については，文献［5］で位相情報復元化写像と称され，文献［6］でも採用されているモデル構成作用素T を用いて，日本語単独母音に関しその多段階パターン変換効果を計算機シミュレーション確認済である．この多段階パターン変換効果とは，入力パターンφの帰属する可能性のある候補カテゴリに次第に絞られて行き，得られた最終の不動点パターンモデルφ^tが入力パターンφの帰属する正しいカテゴリ$\mathfrak{C}_j$ の代表パターンω_jのモデル$T\omega_j$になる場合が多いことである．これ即ち，候補カテゴリの多段階絞り込みに伴う正認識結果への転換である．

それのみならず，この多段階パターンモデル変換認識法は，ありとあらゆるパターン認識法をシミュレートできるという意味で認識の万能性を備えており，少なくとも，従来のパターン認識技術を越える認識法の存在を示唆していることである［3]，［4]．

□

2.2　式(2)の4性質を満たすモデル$T\varphi$ を生成する式(1)の写像T の効用と，特にべき等性からもたらされる多段階パターンモデル変換式(12)に基づく認識の働きから得られる式(15)の不動点パターンモデルφ^t

パターンモデル$T\varphi$ が式(8)の同一知覚原理を満たすとしよう．パターンモデル$T\varphi$ が満たさなければならない4性質，つまり，零元不動点性，正定数倍不変性，べき等性，非零写像性(3.のaxiom 1の(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)の3後半と(ⅳ))という式(2)の4性質からもたらされる効用を説明する．

パターンφの認識は通常，

$$\text{正規化→特徴抽出→識別} \tag{17}$$

と，この順に処理されることによってなされる．正規化の段階では，

（イ） φを整形化したり，

（ロ）座標変換前の状態に戻したりして，

そのパターンモデル$T\varphi$ を得，認識システムはφを処理する代りに$T\varphi$ を用い，$T\varphi$ から特徴抽出し，識別を行う．いわば，

（＃）認識システムは$T\varphi$ をあたかもφかのごとく，錯覚する

と考えればよい．

さて，一般に，パターンφの，写像T による変換像$T\varphi$ を考えよう．$T\varphi$ はφを処理する認識システムにとってはφの代りとなるパターンである．この意味で，$T\varphi$ はφに対応するパターンモデルと呼ばれる．言い替えれば，その認識システムが$T\varphi$ を見たり聞いたりしたならば，φと同じに見えたり聞こえたりするごときものである．このような“式(8)の同一知覚原理”が成立するとすれば，Φを処理の対象とする問題のパターンφの集合とした場合，S.Suzukiは，式(1)の写像T が次の4性質①～④を満たさなければならないと主張し，その結果ありとあらゆる認識の働きを模擬できる機能を

備えた不動点連想形の万能性認識システムRECOGNITRON（2.1.2項の多段階パターンモデル変換認識法を採用した認識システム）が構成されることになった：

Φ は処理の対象とする問題のパターン φ の集合とする．

①（零元不動点性）$\varphi = 0 \in \Phi$ については，$T\varphi = 0.$

②（正定数倍不変性）任意の正実定数 a に対し，

$$\forall \varphi \in \Phi, T(a \cdot \varphi) = T\varphi.$$

③（ベキ等性）$\forall \varphi \in \Phi, T(T\varphi) = T\varphi.$

④（非零写像性）$\exists \varphi \in \Phi, T\varphi \neq 0.$ □

以下に，上記の4性質①～④の効用を説明する．

性質①の効用：

パターン φ が

$$\varphi = \phi + \eta, where\ \|\phi\| \gg \|\eta\| \tag{18}$$

と，主要成分 ϕ と剰余成分 η との和に分解できるとき，

$$T(\phi + \eta) \fallingdotseq T\phi \tag{19}$$

という“剰余成分 η の除去効果"が保証される［4］．

性質②の効用：

特に，a として，φ のノルム $\|\varphi\|$ の逆数 $\dfrac{1}{\|\varphi\|} > 0$ をとれば，

$$\forall \varphi(\neq 0) \in \Phi, T(\frac{1}{\|\varphi\|} \cdot \varphi) = T\varphi \tag{20}$$

という刺激 φ の規格化が得られ［7］，都合がよい．それのみならず，式(1)の写像 T の正定数倍不変性は，T が

$$\forall \varphi \in \Phi, I\varphi = \varphi \tag{21}$$

を満たす恒等写像 I であることを排除することになり，T がいわゆるパターン認識分野の正規化写像であるという考えに矛盾しない．

性質③の効用：

モデル化の完結性より得られる不動点パターンモデルの存在が保証される．その理由は次のとおりである．

3.1のaxiom 1，（ⅲ）の後半である T のべき等性から

$$\varphi_1 \equiv T\varphi, \varphi_{u+1} \equiv T\varphi_u (u = 1,2,\cdots) \text{ について，} \varphi_1 = \varphi_u (u = 1,2,\cdots) \tag{22}$$

が成立し，モデル化過程

$$\varphi \to T\varphi \tag{23}$$

の，（モデルのモデルはモデルであるという）完結性が成立している．

処理の対象とする問題の入力パターン φ から，そのモデル $T\varphi$ を多段階にわたって変換して行き，不動点方程式

$$T\eta = \eta \tag{24}$$

を満たす不動点パターン η，つまり，式（15）の不動点パターンモデル φ^t を求めるのが，RECOGNITRONによる多段階パターンモデル変換に基づく認識の働きである．この場合，3.1のaxiom 1，（ⅲ）の後半である T のべき等性からもたらされるモデル化の完結性が式(15)の不動点パターンモデル φ^t の存在を保証し，有効に働く．何故ならば，

$$T\eta=\eta \Leftrightarrow \exists\,\phi\in\Phi,\eta=T\,\phi \tag{25}$$

が性質③から成り立つ(文献［6］の付録3の定理2)からである．

性質④の効用：

この非零写像性が成り立たないとすれば，Φ のあらゆるパターン φ が 0 に写像され，多段階パターンモデル変換に基づく認識の働きによって，式(15)の不動点パターンモデル φ' として零点しか得られないことになり，都合が悪い． □

2.3　帰納推論に基づいた“SS理論での不動点多段階想起形認識”

2.3.1　探索としての認識

適切に多数の決定規則を階層的に配備すれば，順次細かい決定に進むことができ，最終的に入力パターン(処理の対象とする問題のパターン)の帰属するであろう唯1つのカテゴリを得ることができる，入力パターンに n 個のカテゴリ候補がある場合，有意情報，例えば，この入力パターンから抽出された特徴を用い，このカテゴリ候補を2分割していって(2カテゴリ分類)，最終的に唯一のカテゴリに到達するのには，$\log_2 n$ 個の有意情報を必要とする．

入力パターンから抽出され，与えられた全特徴を持つ出発節点からその入力パターンの帰属するであろう唯1つのカテゴリを持つ目標節点へ至る順路(path)を探索する過程は，閉路のない連結グラフ，つまり，木によって表すことが出来る．節点の集合と節点から節点への枝の集合との2つの集合からなるグラフ(状態空間)において，出発節点から出発し，たどり得る枝を循環路を形成しないようにたどっていけば1つの木が得られるが，この木が探索木である．2カテゴリ分類を階層的にカテゴリラベルが付けられた葉に到達するまで何回か行えば(多段階分類;multi-stage classification)，入力パターンは複数のカテゴリの内の，どの唯1つのカテゴリに帰属するかが判明する．決定木の理論は正に，多段階分類を行える探索木を導けるためには，どのようなカテゴリ分類規則を階層的に配備したらよいかを論じるものである．

2.3.2　探索木の生成を行う多段階想起形認識法

多段階分類を行える探索木を生成しながら，入力パターン φ を認識する前項の方法は多段階パターンモデル変換に基づく認識法である．その1つとして，帰納推論に基づいた“SS理論での不動点多段階想起形認識法［3]，［4]”がある．

処理の対象とする問題の入力パターン $\varphi\in\Phi$ のパターンモデル $T\varphi\in\Phi$ を導入し，初期段階(第0認識段階)のパターン $\varphi[0]$ を

$$\varphi[0]=T\varphi \tag{26}$$

と設定する．第 $s(=1,2,\cdots)$ 認識段階のパターン $\varphi[s]$ から，パターンモデルの集合

$$\exists\,\phi_q\in\Phi,\varphi_q[s+1]=(T\,\phi_q)[s+1],q=1\sim n_s \tag{27}$$

を派生させ，適切な基準(評価関数)を用い，その内の1つである $\varphi_r[s+1](1\le r\le n_s)$ を選ぶ．そして，第 $(s+1)$ 認識段階のパターン $\varphi[s+1]$ を

$$\varphi[s+1]=\varphi_r[s+1] \tag{28}$$

と，決定する．

実は，式(27)内の各 ϕ_q は，式(14)内の $A^sT\varphi^s$ と同様に，式(13)の A^s と同様な第 s 段階で探索されたパターン変換作用素 $A^q[s]$ を用いて，

$$\phi_q=A^q[s]T\varphi[s],q=1\sim n_s \tag{29}$$

と表される．

以上の決定に至る段階が第 s 認識段階から第 $(s+1)$ 認識段階への，発想推論による探索である．不動点方程式

$$\varphi[t+1]=\varphi[t] \tag{30}$$

を終了条件として，採用する．そうすると，最大類似度条件

$$\exists j \in J, SM(\varphi[t],\omega_j)=1 \tag{31}$$

を満たす第 t 段階（最終認識段階）のパターンモデル

$$\varphi[t]=T\phi \in \Phi \text{ for some pattern } \phi \in \Phi \tag{32}$$

を含むようなパターンモデル $\varphi[s](0 \le s \le t)$ の系列

$$\varphi[0],\varphi[1],\varphi[2],\cdots,\varphi[s],\cdots,\varphi[t] \tag{33}$$

が求まり，“発想推論に基づいた“SS理論［3］，［4］”での不動点多段階想起形認識”による2つの情報処理結果

（イ）入力パターン φ は第 $j \in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ に帰属する（パターン認識）　(34)

（ロ）入力パターン φ は不動点パターン $\varphi[t]$ として再生される（パターン想起）　(35)

が得られる．この想起形認識の働きを備えたのが認識システムRECOGNITRON［31］である．この不動点探索形多段階パターンモデル変換に基づく発想推理による認識結果は，認識可能･認識不定･認識不能の3つの場合に自然に分類され得る［3］，［4］．

3. パターン集合 Φ とモデル構成作用素 T との順序対【Φ,T】の基本構成と，その再帰的構成のもたらす利点

本章では，2.2の4性質①～④を満たす Φ と，式(1)の写像 T との対【Φ,T】の満たすべきaxiom 1が説明され，その後，現在の対【Φ,T】から今1つの順序対【Φ',T'】を考えた場合の，その利点が説明される．

3.1　axiom 1とパターン集合 Φ，モデル構成作用素 T

認識システムRECOGNITRONがモデル $T\varphi \in \Phi$ を見たり聞いたりしたならば，原パターン $\varphi \in \Phi$ と同じに見えたり聞こえたりする式(8)の同一知覚原理が成立するならば，対【Φ,T】が満たさなければならないaxiom 1について説明しよう．

処理の対象とするパターン φ の集合 Φ はある可分なヒルベルト空間［19］$\mathfrak{H}$の，零元 0 を含むある部分集合であり，この Φ，並びに式(1)の写像 T の対【Φ,T】は2.2の4性質①～④を含む形で，次のaxiom 1を満たさなければならない．4性質①～④は次のaxiom 1の（ⅰ），（ⅱ），（ⅲ）の3後半，並びに（ⅳ）である．このとき，写像 T はモデル構成作用素（model-construction operator）と呼ばれ，$T\varphi \in \Phi$ は $\varphi \in \Phi$ の代りとなり得るという意味で，パターン $\varphi \in \Phi$ のパターンモデル，或いは簡単にモデル（model）と呼ばれる．

Axiom 1（パターン集合 Φ とモデル構成作用素 T との対【Φ,T】の満たすべき公理）［3］，［4］

（ⅰ）（零元 0 の Φ への埋込性，零元0の $T-$ 不動点性）

$$0 \in \Phi \wedge T0=0.$$

（ⅱ）（Φ の錐性，T の正定数倍吸収性）

$$\forall \varphi \in \Phi, a\cdot\varphi \in \Phi \wedge T(a\cdot\varphi)=T\varphi \quad \text{for any positive real number } a.$$

（ⅲ）（Φ への埋込性，T のベキ等性）

$\forall \varphi \in \Phi, T\varphi \in \Phi \wedge T(T\varphi) = T\varphi.$

（ⅳ）（T の非零写像性）

$\exists \varphi \in \Phi, T\varphi \neq 0.$ □

上述のaxiom 1からわかるように，パターン集合Φは，埋込性

$T \cdot \Phi \equiv \{T\varphi \mid \varphi \in \Phi\} \subset \Phi$

を満たし，原点$(=0)$を始点とし，Φの任意の点を通る半直線を含むような集合，つまり，錐(cone)であらねばならない．

パターンと判明しているφの集合(基本領域;basic domain) $\Phi_B (\ni 0)$と，すべての正実定数の集合R^{++}とを用意する．Φ_Bは零元0を含まなければならない．

パターンと判明している元の集合(基本領域;basic domain) (axiom 1の(ⅰ)の前半から，$0 \in$) Φ_Bを導入して，集合論的再帰領域方程式

$$\Phi = \Phi_B \cup T \cdot \Phi \cup R^{++} \cdot \Phi \tag{36}$$

ここに，

R^{++} ：正実数全体の集合

$R^{++} \cdot \Phi \equiv \{r^{++} \cdot \varphi \mid r^{++} \in R^{++}, \varphi \in \Phi\}$

の解Φは以下の式(37)のようにと表示される．

次の定理1は，axiom 1を満たす対【Φ, T】を決定している．

［定理1］（パターン集合Φとモデル構成作用素Tとの対【Φ, T】の基本構成定理）

パターンと判明しているφの集合(基本領域) Φ_B $(\ni 0)$と，すべての正実定数の集合R^{++}とを用意する．

式(1)の写像Tがaxiom 1の(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)の3後半，並びに，(ⅳ)を満たすとしよう．このとき，次の(イ)，(ロ)が成り立つ：

（イ）処理の対象とする問題のパターンφの集合Φを，

$$\begin{aligned}\Phi &= R^{++} \cdot (\Phi_B \cup T \cdot \Phi_B) \\ &\equiv \{r^{++} \cdot \varphi_B \mid r^{++} \in R^{++}, \varphi_B \in \Phi_B\} \bigcup \{r^{++} \cdot T\varphi_B \mid r^{++} \in R^{++}, \varphi_B \in \Phi_B\}\end{aligned} \tag{37}$$

の如く設定すれば，

(a) $T \cdot \Phi = T \cdot \Phi_B \subset \Phi$

$\because$ axiom 1の(ⅱ)，(ⅲ)の2後半

(b) $R^{++} \cdot \Phi = \Phi$

$\because$ axiom 1の(ⅱ)の後半

が成立し，axiomの(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)の3前半をΦは満たし，結局，対$[\Phi, T]$はaxiom 1を満たす．

（ロ）逆に，$(0 \in)$ Φ_Bを部分集合に持つΦがaxiom 1の(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)の3前半を満たすとすれば，

$$\Phi \supseteq \Phi_B \cup R^{++} \cdot \Phi \cup T \cdot \Phi \tag{38}$$

が成立するが，ここで，特に，包含式(38)において等号が成立するような最小のΦを採用すれば，つまり，領域方程式(36)の成立を仮定すれば，axiom 1を満たす対$[\Phi, T]$のΦは式(37)のように表され，(a)，(b)も成立する．

（証明）（イ）は文献［4］，付録1の定理A1.1である．（ロ）は文献［3］，pp.64-66(2.4節)で証明されている． □

3文献［10］，［14］，［18］での，多段階パターンモデル変換処理(2.3.2での多段階認識処理，つま

り，不動点探索形多段階パターンモデル変換に基づく発想推理による認識処理)を破綻ならしめることを避けるのに，パターン集合ΦとTとの対$[\Phi,T]$について定理1の式(37)が成立していなければならない．何故ならば，多段階パターンモデル変換処理においては，パターンφからそのパターンモデル$T\varphi$への式(23)の変換$\varphi\to T\varphi$と，発想推理に基づくパターンモデルTATへの変換(式(15)，並びに，2式(27)，(29)を参照)

$$\varphi\to TAT\varphi \tag{39}$$

とにおいては，2つの包含条件

$$\text{(一)}\quad \varphi\in\Phi\ \text{ならば，}\ T\varphi\in\Phi \tag{40}$$

$$\text{(二)}\quad \varphi\in\Phi\ \text{ならば，}\ T\phi\in\Phi\ \text{,where}\ \ \phi=AT\varphi\in\Phi \tag{41}$$

が保証されていなくてはならないが，対$[\Phi,T]$は，定理1の(イ)での(a)の後半の包含条件$T\cdot\Phi\subset\Phi$を満たすことから，(一)，(二)の成立が保証される．

3.2　モデル構成作用素Tを再帰的に構成することの利点

パターン変形に耐え，良好な認識の働きを実現するために，axiom 1を満たす式(1)のモデル構成作用素Tの木目の細かさと，2.1.2の3性質(イ)，(ロ)，(ハ)を満たす式(11)のような類似度関数SMの木目の細かさを更新し再構成する方法がある［4]．

Tの木目の細かさを更新し再構成する意義を説明するため，定理1を適用しよう．

$$\Phi'=R^{++}\cdot(\Phi_B\cup T'\cdot\Phi_B) \tag{42}$$

から，モデル構成作用素T'に関係しないパターン部分集合$R^{++}\cdot\Phi_B$を

$$R^{++}\cdot\Phi_B=\Phi'-R^{++}\cdot T'\cdot\Phi_B \tag{43}$$

と求め，式(37)のΦに代入すれば，Φの再帰表現

$$\Phi=(\Phi'-R^{++}\cdot T'\cdot\Phi_B)\cup R^{++}\cdot T\cdot\Phi_B \tag{44}$$

が得られる．この表現式(44)から，次のことが結論される：

Φ'に関する$T'-$モデル集合(定理1の(イ)での(a)を参照)

$$T'\cdot\Phi'=T'\boldsymbol{\cdot}\Phi_B\subset\Phi' \tag{45}$$

より，Φの持つ$T-$モデル集合

$$T\cdot\Phi=T\boldsymbol{\cdot}\Phi_B\subset\Phi \tag{46}$$

の方がパターン変形に耐えるように，axiom 1を満たすモデル構成作用素Tが構成されていればよい．

□

4. 基本5種類のパターンモデル$T\varphi$

本章では，3.1の定理1を適用できるように，axiom1の(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)の3後半，並びに(ⅳ)を満たす式(1)のモデル構成作用素Tとして，先ず，パターン振幅規格化モデル構成作用素を構成し，その後，このパターン振幅規格化モデル構成作用素を使い，2値$0,1$のいずれかの値をとるパターンモデル構成作用素，不動点記憶パターンη_2との一致をとる2関数値パターンモデル構成作用素を再帰的に構成し，更に，この2関数値パターンモデル構成作用素が一般化される．最後に，3値$-1,0,+1$のいずれかの値をとる3値パターンモデル構成作用素［18]の存在が示される．

以下では，集合Mはq次元ユークリッド空間R^qの可測部分集合とする．

4.1　振幅規格化パターンモデル$T\varphi$

$$\sup_{x\in M}|(T\varphi)(x)|\in\{0,1\} \tag{47}$$

が成立するような，その振幅が1に規格化されたパターンモデル$T\varphi$を次の定理2［16］で示す.

［定理2］（振幅規格化モデル構成作用素定理）

実数値パターン$\varphi\in\Phi$について,

$$\forall x\in M,(T\varphi)(x)=\begin{cases}0 \ \text{ if } \ \sup_{x\in M}|\varphi(x)|=0\\ \dfrac{\varphi(x)}{\sup_{x\in M}|\varphi(x)|} \ \text{ if } \ \sup_{x\in M}|\varphi(x)|>0\end{cases} \tag{48}$$

と定義される式(1)の写像Tは，axiom 1の（ⅰ），（ⅱ），（ⅲ）の3後半，並びに(ⅳ)を満たす.

［定理2の系1］（不動点定理1）

$$\forall x\in M,\varphi(x)\in\{0,1\} \tag{49}$$

$$\Rightarrow T\varphi=\varphi. \tag{50}$$

（証明）axiom 1の（ⅰ）の後半の成立：

$\varphi=0$のとき，$\sup_{x\in M}|\varphi(x)|=0$を得，$T$の定義式(48)から，$T\varphi=0$が得られる.

axiom1の（ⅱ）の後半の成立：

任意の正定数をaとする.

（イ）$\varphi=0$のとき

$T\varphi=0$がaxiom1の（ⅰ）の後半から得られる.

$a\cdot\varphi=0$が成立し，よって，$T(a\cdot\varphi)=0$がaxiom 1の（ⅰ）の後半から得られる.

結局，$T(a\cdot\varphi)=0=T\varphi$が成立する.

（ロ）$\varphi\neq 0$のとき

$a\cdot\varphi\neq 0$を得,

$$\begin{aligned}&\forall x\in M,T(a\cdot\varphi)(x)\\&=\frac{(a\cdot\varphi)(x)}{\sup_{x\in M}|(a\cdot\varphi)(x)|}\\&=\frac{a}{|a|}\frac{\varphi(x)}{\sup_{x\in M}|\varphi(x)|}\\&=\frac{\varphi(x)}{\sup_{x\in M}|\varphi(x)|}\quad\because\quad a>0\\&=(T\varphi)(x)\end{aligned}$$

axiom 1の（ⅲ）の後半の成立：

$T(T\varphi)=T\varphi$を示すために，$\phi=T\varphi$とおく.

（イ）$\phi=T\varphi=0$のとき

$T\phi=0$が（ⅰ）の後半から得られる.

$T\phi=0=\phi$が成立する.

（ロ） $\phi = T\varphi \neq 0$ のとき

T の定義式(48)から， $\dfrac{\phi(x)}{\sup_{x\in M}|\phi(x)|} = 1$ を得，再び， T の定義式(48)から，

$$\forall x \in M, (T\phi)(x) = \phi(x)$$

が成立する．

系1，並びに，axiom 1の(ⅳ)の成立：

系1を示せば， $\exists\varphi \in \Phi, T\varphi \neq 0$ が成立することになる．よって，系1を示す．

$\varphi = 0$ のとき，不動点方程式(50)の成立は，axiom1の(ⅰ)の後半の成立からわかる．

$\varphi \neq 0$ のとき，式(49)が成立すれば，

$$\sup_{x\in M}|\varphi(x)| = 1 \tag{51}$$

を得，不動点方程式

$$\forall x \in M, (T\varphi)(x) = \varphi(x) \tag{52}$$

が T の定義式(48)から成立する．□

4.2 パターンモデル構成作用素 T の再帰性1(2値パターンモデル $T\varphi$)

定理2のモデル構成作用素を用いて，2値 0,1 のいずれかをとるパターンモデル $T\varphi$ をその出力に持つモデル構成作用素 T が次の定理3［16］で構成される．

［定理3］（2値モデル構成作用素定理;2値モデル構成作用素再帰定理1）

式(48)で定義される定理2の，式(1)のモデル構成作用素 T を T' と表す．更に，不等式

$$\forall x \in M, 0 \leq \eta(x) < 1 \tag{53}$$

を満たす閾値関数 η を導入する．このとき，実数値パターン $\varphi \in \Phi$ について，

$$\forall x \in M, (T\varphi)(x) = \begin{cases} 0 & \text{if} \quad (T'\varphi)(x) \leq \eta(x) \\ 1 & \text{if} \quad (T'\varphi)(x) > \eta(x) \end{cases} \tag{54}$$

と定義される式(1)の写像 T は，axiom 1の(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)の3後半，並びに(ⅳ)を満たす．

［定理3の系1］（不動点定理2）

3条件

単位上限式(51)

$$\forall x \in \{x \in M \mid \varphi(x) \leq \eta(x)\}, \varphi(x) = 0 \tag{55}$$

$$\forall x \in \{x \in M \mid \varphi(x) > \eta(x)\}, \varphi(x) = 1 \tag{56}$$

を満たすパターン $\varphi \in \Phi$ について不動点方程式(50)が成立する．従って，このとき，正数 $\varepsilon(>0)$ が十分小さく選ばれており，

$$\forall x \in M, \eta(x) \in \{0, 1-\varepsilon\} \tag{57}$$

であれば，

$$\forall x \in M, (T\varphi) = \varphi(x) \fallingdotseq \varphi(x)\cdot\eta(x) \tag{58}$$

が成立する．

（証明）axiom 1の(ⅰ)の後半の成立：

$\varphi = 0$ のとき，定理2から， $T'\varphi = 0$ を得， T の定義式(54)から， $T\varphi = 0$ が得られる．

axiom 1の（ⅱ）の後半の成立：

任意の正定数a に対し，$T(a \cdot \varphi) = T\varphi$ を示す．

（イ）$\varphi = 0$ のとき

axiom 1の（ⅰ）の後半の成立から，$T'\varphi = 0$ を得，よって$T\varphi = 0$ を得る．

$a \cdot \varphi = 0$ が成立し，axiom 1の（ⅰ）の後半の成立から，$T'(a \cdot \varphi) = 0$ を得，よって$T(a \cdot \varphi) = 0$ が成立する．

よって，$T(a \cdot \varphi) = 0 = T\varphi.$

（ロ）$\varphi \neq 0$ のとき

$a \cdot \varphi \neq 0$ を得，定理2の成立から，

$$\forall x \in M, T'(a \cdot \varphi)(x) = (T'\varphi)(x)$$

を得る．よって，T の定義式(54)から，

$$\forall x \in M, T(a \cdot \varphi)(x) = (T\varphi)(x)$$

が成立する．

axiom 1の（ⅲ）の後半の成立：

$T(T\varphi) = T\varphi$ を示すために，$\phi \equiv T\varphi$ とおく．

（イ）$\phi \equiv T\varphi = 0$ のとき

$T'\phi = 0$ が定理2から得られる．よって，$T\phi = 0$ がT の定義式(54)から成立する．

それ故，$T\phi = 0 = \phi$ が成立する．

（ロ）$\phi \equiv T\varphi \neq 0$ のとき

T の定義式(54)から，$\sup_{x \in M} |\phi(x)| = 1$ を得，再び，T' の定義式(48)から，

$$\forall x \in M, (T'\phi)(x) = \phi(x) \tag{59}$$

が成立する．よって，2式(54)，(53)から，

$$\forall x \in M, (T\phi)(x) = \phi(x) \quad \because \quad \phi(x) \in \{0,1\} \tag{60}$$

が成立する．

系1，並びに，axiom 1の（ⅳ）の成立：

系1を示せば，$\exists \varphi \in \Phi, T\varphi \neq 0$ が成立することになる．よって，系1を示す．

式(51)が成立すれば，定義式(48)から，不動点方程式

$$\forall x \in M, (T'\varphi)(x) = \varphi(x) \tag{61}$$

が成立する．この式(61)に，更に，2条件式(55)，(56)を考慮すれば，不動点方程式(50)が成立することがわかる．

2式(55)，(56)が成立していれば，2値条件式(49)が成立するから，条件式(57)の下で，

$$\varphi(x) = \varphi(x) \cdot \eta(x) \quad \text{if} \quad \varphi(x) = 0 \tag{62}$$

$$\varphi(x) \fallingdotseq \varphi(x) \cdot \eta(x) \quad \text{if} \quad \varphi(x) = 1 \tag{63}$$

が知れ，式(58)が成立することになる．□

4.3　パターンモデル構成作用素T の再帰性2（2関数値パターンモデル$T\varphi$）

定理3の系1の式(58)が式(66)のごとく，厳密に成立するようなモデル構成作用素T が存在することを示すのが本節の定理3である．つまり，2値入力パターンφ については，式(71)の不動点方程式を満たすという意味で不動点記憶パターンと呼ばれるパターンη_2 との一致出力パターン$\varphi \cdot \eta_2$ を与え

るような“零関数 0，（式(71)を満たすという意味での）不動点記憶パターン $\eta_2(x)$ なる2関数値をとるパターンモデル構成作用素” T は次の定理3で与えられる．

［定理4］（2関数値モデル構成作用素再帰定理1）

式(48)で定義される定理2の，式(1)のモデル構成作用素 T を T' と表す．更に，不等式

$$\forall x \in M, 0 \le \eta_1(x) < (T'\eta_2)(x) \le 1 \tag{64}$$

を満たす閾値関数 η_1 と，非零関数 η_2 を導入する．このとき，実数値パターン $\varphi \in \Phi$ について，

$$\forall x \in M, (T\varphi)(x) = \begin{cases} 0 & \text{if} \ \ (T'\varphi)(x) \le \eta_1(x) \\ \eta_2(x) & \text{if} \ \ (T'\varphi)(x) > \eta_1(x) \end{cases} \tag{65}$$

と定義される式(1)の写像 T は，axiom 1の(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)の3後半，並びに(ⅳ)を満たす．

［定理4の系1］（不動点定理3）

2値条件式(49)が成立していれば，

$$T\varphi = \varphi \cdot \eta_2 \tag{66}$$

が成立する．2値条件式(49)が成立し，しかも，

$$\eta_2 = 1 \tag{67}$$

であれば，不動点方程式

$$T\varphi = \varphi \tag{68}$$

が成立する．

［定理4の系2］（不動点定理4）

$$\forall x \in M, (T'\varphi)(x) > \eta_1(x) \tag{69}$$

であれば，

$$T\varphi = \eta_2 \tag{70}$$

が成立する．特に，不動点方程式

$$T\eta_2 = \eta_2 \tag{71}$$

が成立する．

（定理4，その2系1，2の証明）丹念に行えば可能であるが，定理5を適用して，証明しておこう．

不等式(73)を定理2の $T(=T')$ は満足することが直ちに知れるから，定理5から明らかである．

系1での等式(66)の成立は，3つの場合

（イ） $\varphi = 0$

（ロ） $\varphi \ne 0 \wedge \varphi(x) = 0$ であるような $x \in M$ のとき

（ハ） $\varphi \ne 0 \wedge \varphi(x) = 1$ であるような $x \in M$ のとき

に分ければ，容易に判明する．等式(68)の成立は，2式(66)，(67)から明らかである．

系2の成立は， T の定義式(65)から明らかである．　□

4.4　パターンモデル構成作用素 T の再帰性3（2関数値パターンモデルの一般化 $T\varphi$ ）

不等式(73)を定理2の $T(=T')$ は満足することが直ちにわかる．よって，（不動点方程式(71)が成立するという意味での）不動点記憶パターン η_2 との一致をとっているような式(74)で定義される2関数値パターンモデル構成作用素 T は，式(74)＝式(65)であるから，定理4を一般化したのが次の定理5であることが理解できる．

［定理5］（2関数値モデル構成作用素再帰定理2）

写像T'がaxiom 1の（ⅰ），（ⅱ），（ⅲ）の3後半，並びに（ⅳ）を満たすとしよう．また，不等式

$$\forall x \in M, 0 \le \eta_1(x) < (T'\eta_2)(x) \tag{72}$$

を満たす閾値関数η_1と，非零関数η_2を導入する．更に，

任意の実数値パターン$\varphi \in \Phi$に対し，

$\varphi(x) = 0$である任意の点$x \in M$について，不等式

$$(T'\varphi)(x) \le \eta_1(x) \tag{73}$$

を満たす

としよう．

このとき，

$$\forall x \in M, (T\varphi)(x) = \begin{cases} 0 \ \text{ if } \ (T'\varphi)(x) \le \eta_1(x) \\ \eta_2(x) \ \text{ if } \ (T'\varphi)(x) > \eta_1(x) \end{cases} \tag{74}$$

と定義される式(1)の写像Tは，axiom 1の（ⅰ），（ⅱ），（ⅲ）の3後半，並びに（ⅳ）を満たす．

［定理5の系1］（不動点定理5）

定理4の系2がそのまま，成立する．

（定理5の証明）axiom 1の（ⅰ）の後半の成立：

$\varphi = 0$のとき，T'がaxiom 1の（ⅰ）の後半を満たすことから，$T'\varphi = 0$を得，Tの定義式(74)から，$T\varphi = 0$が得られる．

axiom 1の（ⅱ）の後半の成立：

任意の正定数aに対し，$T(a \cdot \varphi) = T\varphi$を示す．

T'がaxiom 1の（ⅱ）の後半を満たすことから，$T'(a \cdot \varphi) = T'\varphi.$を得，

よって，Tの定義式(74)から，$T(a \cdot \varphi) = T\varphi.$

axiom 1の（ⅲ）の後半の成立：

$T(T\varphi) = T\varphi$を示すために，$\phi \equiv T\varphi$とおく．

Tの定義式(74)から，

$$\forall x \in M, (T\phi)(x) = \begin{cases} 0 \ \text{ if } \ (T'\phi)(x) \le \eta_1(x) \\ \eta_2(x) \ \text{ if } \ (T'\phi)(x) > \eta_1(x) \end{cases} \tag{75}$$

が成り立つ．

同様に，Tの定義式(74)から，

$$\forall x \in M, \phi(x) = (T\varphi)(x) = \begin{cases} 0 \ \text{ if } \ (T'\varphi)(x) \le \eta_1(x) \\ \eta_2(x) \ \text{ if } \ (T'\varphi)(x) > \eta_1(x) \end{cases} \tag{76}$$

が成り立つ．

式(76)より，次の2つの場合①′,②′にわけて示せばよい．

①′ $x \in M$において$\phi(x) = \eta_2(x)$のとき

$$(T'\phi)(x) = (T'\eta_2)(x) > \eta_1(x) \quad \because \quad \text{式}(72)$$

であるから，

$$(T\phi)(x) = \eta_2(x) \quad \because \quad \text{式}(75)$$
$$= \phi(x).$$

②′ $x \in M$ において $\phi(x) = 0$ のとき

式(73)から

$$(T'\phi)(x) \le \eta_1(x)$$

を得，よって，

$$(T\phi)(x) = 0 \quad \because \quad \text{式}(75)$$
$$= \phi(x).$$

axiom 1の（ⅳ）の成立：

式(74)がその成立を示している．□

（定理5の系1の証明）

等式(70)の成立は T の定義式(74)より明らかである．不動点方程式(71)の成立は，不等式(72)より，不等式(69)を η_2 が満たすから，等式(70)の φ として，η_2 を考えることが出来る．□

4.5　パターンモデル構成作用素 T の再帰性4（3値パターンモデル $T\varphi$）

定理2のモデル構成作用素を用いて，3値 $-1,0,+1$ のいずれかをとる3値パターンモデル $T\varphi$ をその出力に持つモデル構成作用素 T が次の定理6で構成される．

［定理6］（3値モデル構成作用素再帰定理）

式(48)で定義される定理2の，式(1)のモデル構成作用素 T を T' と表す．パターン $\varphi(x)$ を有界な実数値関数とする．不等式

$$\forall x \in M, -1 < \eta(x) < +1 \tag{77}$$

を満たす実数閾値パターン関数 $\eta(x)$ を用意し，閾値関数として使用しよう．このとき，

$$\forall x \in M, (T\varphi)(x) =$$
$$\begin{cases} -1 & \text{if} \quad -1 \le (T'\varphi)(x) \le -\eta(x) \\ 0 & \text{if} \quad -\eta(x) \le (T'\varphi)(x) \le +\eta(x) \\ +1 & \text{if} \quad +\eta(x) < (T'\varphi)(x) \le +1 \end{cases} \tag{78}$$

と定義される式(1)の写像 T は，axiom 1の（ⅰ），（ⅱ），（ⅲ）の3後半，並びに（ⅳ）を満たす．

［定理6の系1］（不動点定理6）

パターン φ の，座標点 $x \in M$ での振幅 $\varphi(x)$ の3値性

$$\forall x \in M, \varphi(x) \in \{-1,0,+1\} \tag{79}$$

が成立していれば，不動点方程式(50)が成立する．

（証明）丹念に行えば，証明が可能である．□

5. 再帰による複合パターンモデルの構成

本章では，4種類の複合モデル(compound model) $T\varphi$ を再帰的に構成される．

5.1　正定数倍再帰的構成

次の定理7は，パターンモデル$T_1\varphi$の正定数倍$c\cdot T_1\varphi$はまた，パターンモデル$T\varphi$であることを指摘している．

［**定理7**］（正定数倍構成に関する$T-$再帰定理）

写像

$$T_1:\Phi_1\to\Phi_1 \tag{80}$$

は，axiom 1の(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)の3後半，並びに，(ⅳ)を満たすとする．パターン集合Φ_1を，

$$\Phi_1=R^{++}\cdot(\Phi_B\cup T_1\cdot\Phi_B) \tag{81}$$

とおくと，対$[\Phi_1,T_1]$はaxiom 1を満たす．

このとき，cを任意の正定数として，

$$T\varphi=c\cdot T_1\varphi \quad \text{for any} \quad \varphi\in\Phi_B \tag{82}$$

と定義される式(1)の作用素Tは，axiom 1の(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)の3後半，並びに，(ⅳ)を満たし，パターン集合Φを式(37)の如く定義すると，対$[\Phi,T]$はaxiom 1を満たす．

（証明）前半は，定理1の(イ)を適用したものである．後半も簡単に証明できる．□

5.2　2つのモデル構成作用素の可換性による再帰的構成

5.2.1　可換を利用した構成

次の定理8は，パターンφの，T_2によるパターンモデル$T_2\varphi$の，T_1によるパターンモデル$T_1\cdot T_2\varphi$はまた，パターンモデル$T\varphi$になり得る場合があることを指摘している．

［**定理8**］（可換を利用した構成に関するT-再帰定理）

2つの作用素

$$T_j:\Phi_j\to\Phi_j, j=1,2 \tag{83}$$

は，axiom 1の(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)の3後半，並びに，(ⅳ)を満たすとしよう．このとき，各パターン集合Φ_jを

$$\Phi_j=R^{++}\cdot(\Phi_B\cup T_j\cdot\Phi_B), j=1,2 \tag{84}$$

とおくと，対$[\Phi_j,T_j]$はaxiom 1を満たす．

更に，2条件

$$①\forall\varphi\in\Phi_B, T_1\cdot T_2\varphi=T_2\cdot T_1\varphi \ (\text{可換性}) \tag{85}$$

$$②\exists\varphi\in\Phi_B, T_1\cdot T_2\varphi\neq 0 \ (\text{基本領域}\ \Phi_B\ \text{での非零性}) \tag{86}$$

の下で，

$$T\varphi=T_1\cdot T_2\varphi \quad \text{for any} \quad \varphi\in\Phi_B \tag{87}$$

と定義される式(1)の作用素Tは，axiom 1の(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)の3後半，並びに，(ⅳ)を満たし，パターン集合Φを式(37)の如く定義すると，対$[\Phi,T]$はaxiom 1を満たす．

（証明）式(87)の如く定義される作用素Tがaxiom 1の(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)の3後半，並びに，(ⅳ)を満たすことを示せば，残りは，定理1から明らかである．

axiom 1，(ⅰ)の後半の成立：

$\varphi=0$とする．

$$T\varphi=T_1\cdot T_2\varphi$$

$$=T_1 0 \quad \because \quad T_2\varphi=0 \tag{88}$$

$$=0. \quad \because \quad T_1\varphi=0 \tag{89}$$

axiom 1，（ⅱ）の後半の成立：

a を正定数とする．

$$T(a \cdot \varphi) = (T_1 \cdot T_2)(a \cdot \varphi)$$

$$= T_1 \cdot (T_2 \varphi) \quad \because \quad T_2(a \cdot \varphi) = T_2 \varphi \tag{90}$$

$$= T\varphi.$$

axiom 1，（ⅲ）の後半の成立：

$$\eta \equiv T\varphi = T_1 \cdot T_2 \varphi$$

とおく．そうすれば，

$$T\eta = T_1 \cdot T_2 \eta$$

$$= T_1 \cdot T_2 \cdot T_1 \cdot T_2 \varphi$$

$$= T_1 \cdot T_2 \cdot T_2 \cdot T_1 \varphi$$

∵　式(85)，並びに，

定理1，(a)から，$T_j \cdot \Phi = T_j \cdot \Phi_B$ (91)

$$= T_1 \cdot T_2 \varphi$$

$$\because \quad T_2 \cdot T_2 = T_2 \wedge T_1 \cdot T_1 = T_1 \tag{92}$$

$$= T\eta.$$

axiom 1，（ⅳ）の成立：

式(86)の

$$\exists \varphi \in \Phi_B, T_1 \cdot T_2 \varphi \neq 0$$

での $\varphi \in \Phi_B$ は，定理1，(a)の $T \cdot \Phi = T \cdot \Phi_B \subset \Phi$ を考慮すれば，

$$\varphi \in \Phi \tag{93}$$

ととることができ，この φ について，

$$T\varphi = T_1 \cdot T_2 \varphi \neq 0.$$

□

5.2.2　定理8の適用例

可換な2つのパターンモデル構成作用素 T_1, T_2 の1例として，相似拡大に基づく2つのモデル構成作用素 T_1，回転に基づく2つのモデル構成作用素 T_2 があり，定理8が適用できることが説明される．

一般に，処理の対象とする問題のパターン φ の集合 Φ は或る可分な(separable)一般抽象ヒルベルト空間 $\mathfrak{H}$ の零元0を含む或る部分集合である．

M ：q 次元ユークリッド空間 R^q の可測部分集合 (94)

$dm(x)$ ：正値ルベーグ・スティルチェス式測度 (95)

$x = < x_1, x_2, \cdots, x_q > \in M (\subseteq R^q)$ ：実数値 q 変数の直交座標系 (96)

を導入し，$\overline{\eta}$ を η の複素共役として，その内積（φ, η），ノルム ‖ φ ‖を，

$$(\varphi, \eta) = \int_M dm(x)\ \varphi(x) \cdot \overline{\eta}(x)$$

$$\| \varphi \| = \sqrt{(\varphi, \varphi)} \tag{97}$$

とする線形空間(ベクトル空間)としての可分なヒルベルト空間 $\mathfrak{H} = L_2(M; dm)$ の特別な場合として，

$$M = R^2 \ (2\text{次元全平面}) \tag{98}$$

$$dm(x) = dm(x_1, x_2) = \frac{1}{x_1^2 + x_2^2} dx_1 dx_2 \tag{99}$$

を選ぶことができる．この可分なヒルベルト空間 $\mathfrak{H}=L_2(R^2:\frac{1}{{x_1}^2+{x_2}^2}dx_1dx_2)$ では，

$$(T_t\varphi)(x_1,x_2)=\varphi(\exp[-t]\cdot x_1,\exp[-t]\cdot x_2),-\infty<t<+\infty$$

$$\text{for any}\quad \varphi\in\mathfrak{H}=L_2(R^2:\frac{1}{{x_1}^2+{x_2}^2}dx_1dx_2)$$

と定義される縮小・拡大の線形作用素 T_t $(-\infty<t<+\infty)$ は，

$$\forall\varphi,\forall\eta\in\mathfrak{H}=L_2(R^2:\frac{1}{{x_1}^2+{x_2}^2}dx_1dx_2)\text{，}(T_t\varphi\,,T_t\eta)=(\varphi\,,\eta)$$

が成立していることから，ユニタリ作用素であることがわかる．

実数値パターン $\varphi(x)=\varphi(x_1,x_2)\in\mathfrak{H}=L_2(R^2:\frac{1}{{x_1}^2+{x_2}^2}dx_1dx_2)$ について考えよう．そうすれば，次の2定理9，10によって各々，相似拡大･縮小，回転に不変なパターンモデル $T_1\varphi,T_2\varphi$ が得られる．

［定理9］（相似拡大･縮小に不変なモデル構成作用素定理）

対数半径 $\log_e\sqrt{{x_1}^2+{x_2}^2}$ の，パターン $\varphi(x)=\varphi(x_1,x_2)\in$ $\mathfrak{H}=L_2(R^2:\frac{1}{{x_1}^2+{x_2}^2}dx_1dx_2)$ に関する平均量としての実数 t_1 を

$$t_1=\frac{\int_{-\infty}^{+\infty}dx_1\int_{-\infty}^{+\infty}dx_2\frac{1}{{x_1}^2+{x_2}^2}\cdot\varphi(x_1,x_2)\cdot\log_e\sqrt{{x_1}^2+{x_2}^2}}{\int_{-\infty}^{+\infty}dy_1\int_{-\infty}^{+\infty}dy_2\frac{1}{{y_1}^2+{y_2}^2}\cdot\varphi(y_1,y_2)} \tag{100}$$

と求め，

$$(S_1\varphi)(x_1,x_2)=\varphi(x_1\cdot\exp[t_1],x_2\cdot\exp[t_1]) \tag{101}$$

を定義すれば，

$$\forall x_1,\forall x_2\in M,(T_1\varphi)(x_1,x_2)=\begin{cases}\dfrac{(S_1\varphi)(x_1,x_2)}{\|S_1\varphi\|} & \text{if}\ \ \|\varphi\|>0\\ 0\ \ \text{if}\ \ \|\varphi\|=0\end{cases} \tag{102}$$

と定義される写像

$$T_1:\Phi\to\Phi \tag{103}$$

は，axiom 1の（ⅰ），（ⅱ），（ⅲ）の3後半，並びに，（ⅳ）を満たす．

（証明） S_1 はノルムを保存するユニタリ作用素［19］であり，このことを使って容易に証明される．

□

上述の $T_1\varphi$ はパターン φ の，原点に関する相似拡大･縮小について，規格化した結果を表すパターンモデルである．

直角座標系 x_1,x_2 に対し極座標系

$$u_1=\sqrt{{x_1}^2+{x_2}^2}\,,u_2=\tan^{-1}\frac{x_2}{x_1} \tag{104}$$

を導入する．

［定理10］（回転に不変なモデル構成作用素定理）

原点に関する回転量としての実数 t_2 を

$$t_2 = \\ = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dx_2 \frac{1}{x_1{}^2 + x_2{}^2} \cdot \varphi(x_1, x_2) \cdot \tan^{-1} \frac{x_2}{x_1}}{\int_{-\infty}^{+\infty} dy_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dy_2 \frac{1}{y_1{}^2 + y_2{}^2} \cdot \varphi(y_1, y_2)} \tag{105}$$

と求め，

$$(S_1\varphi)(x_1, x_2) = \varphi(u_1 \cdot \cos(u_2 + t_2), u_1 \cdot \sin(u_2 + t_2)) \tag{106}$$

を定義すれば，

$$\forall x_1, \forall x_2 \in M, (T_2\varphi)(x_1, x_2) = \\ \begin{cases} \dfrac{(S_2\varphi)(x_1, x_2)}{\|S_2\varphi\|} & \text{if } \|\varphi\| > 0 \\ 0 & \text{if } \|\varphi\| = 0 \end{cases} \tag{107}$$

と定義される写像

$$T_2 : \Phi \to \Phi \tag{108}$$

は，axiom 1の（ⅰ），（ⅱ），（ⅲ）の3後半，並びに，（ⅳ）を満たす．

（証明） S_2 はノルムを保存するユニタリ作用素［19］であり，このことを使って容易に証明される．□

上述の $T_2\varphi$ はパターン φ の，原点を中心とする回転を除去した結果を表すパターンモデルである．

さて，パターン φ のモデル $T_2\varphi$ のモデル $T_1(T_2\varphi)$ は，

$$T_1(T_2\varphi)\ (u_1 \cdot \cos u_2, u_1 \cdot \sin u_2) = \\ \begin{cases} \dfrac{\varphi(u_1 \cdot \exp[t_1] \cdot \cos(u_2 + t_2), u_1 \cdot \exp[t_1] \cdot \sin(u_2 + t_2))}{\|\varphi\|} & \text{if } \|\varphi\| > 0 \\ 0 & \text{if } \|\varphi\| = 0 \end{cases} \tag{109}$$

と表され，上述の2定理9，10に定理8を適用すれば，次の定理11が成立し，相似拡大･縮小，並びに，回転の下で不変なパターンモデル $T\varphi$ が得られた．

［定理11］（相似拡大･縮小，並びに，回転のモデル構成作用素定理）

2定理9，10の，モデル構成作用素 T_1, T_2 同士の可換性

$$T_1 \cdot T_2 = T_2 \cdot T_1 \tag{110}$$

が成り立ち，式(87)のように定義される式(1)の写像 T はaxiom 1の（ⅰ），（ⅱ），（ⅲ）の3後半，並びに，（ⅳ）を満たす．□

5.3　min演算による再帰的構成

次の定理12は，パターン φ の，T_1 によるパターンモデル $T_1\varphi$ と，T_2 によるパターンモデル $T_2\varphi$ との最小値 $\min\{T_1\varphi, T_2\varphi\}$ はまた，パターンモデル $T\varphi$ になり得る場合があることを指摘している．尚，

$$\forall \varphi \in \Phi_B, \forall x \in M, \max\{(T_1\varphi)(x), (T_2\varphi)(x)\} \\ \le \min\{(T_1 \cdot T_2\varphi)(x), (T_2 \cdot T_1\varphi)(x)\}$$

⇒2式(113)，(114)の成立 (111)

に注意しておく．

［定理12］(min構成に関する$T-$再帰定理)

式(83)の2つの作用素$T_j, j=1,2$は，axiom 1の(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)の3後半，並びに，(ⅳ)を満たし，

$(T_j\varphi)(x), x\in M$は実数値である$(j=1,2)$ (112)

としよう．

2つのパターン集合Φ_jを式(84)の如く定義すると，対$[\Phi_j, T_j]$はaxiom 1を満たす．

このとき，2条件

① $\forall\varphi\in\Phi_B, \forall x\in M, (T_1\varphi)(x)\le(T_2\cdot T_1\varphi)(x)$ (113)

$\wedge(T_2\varphi)(x)\le(T_1\cdot T_2\varphi)(x)$ (114)

② $\exists\varphi\in\Phi_B, T_1\varphi\ne0\wedge T_2\varphi\ne0$ (115)

の下で，

$(T\varphi)(x)\equiv\min\{(T_1\varphi)(x),(T_2\varphi)(x)\}, x\in M$ for any $\varphi\in\Phi_B$ (116)

と定義される式(1)の作用素Tは，axiom 1の(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)の3後半，並びに，(ⅳ)を満たし，パターン集合Φを式(37)の如く定義すると，対$[\Phi, T]$はaxiom 1を満たす．

(証明) 式(116)の作用素Tがaxiom 1の(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)の3後半，並びに，(ⅳ)を満たすことを示せば，残りは，定理1から明らかである．

axiom 1，(ⅰ)の後半の成立：

$\varphi=0$とする．

$T\varphi=\min\{T_1\varphi, T_2\varphi\}$

$=\min\{0,0\}$ $\because$ $T_1\varphi=T_2\varphi=0$ (117)

$=0.$

axiom 1，(ⅱ)の後半の成立：aを正定数とする．

$T(a\cdot\varphi)=\min\{T_1(a\cdot\varphi), T_2(a\cdot\varphi)\}$

$=\min\{T_1\varphi, T_2\varphi\}$

$\because$ $T_1(a\cdot\varphi)=T_1\varphi\wedge T_2(a\cdot\varphi)=T_2\varphi$ (118)

$=T\varphi.$

axiom 1，(ⅲ)の後半の成立：

$\eta(x)\equiv(T\varphi)(x)=\min\{(T_1\varphi)(x),(T_2\varphi)(x)\}$

とおく．そうすれば，

$(T\eta)(x)=\min\{(T_1\eta)(x),(T_2\eta)(x)\}$

であるが，任意に固定した$x\in M$について，2つの場合(イ)，(ロ)にわけて示そう．

(イ) $\eta(x)=(T_1\varphi)(x)$の場合

$(T\eta)(x)=\min\{(T_1T_1\varphi)(x),(T_2T_1\varphi)(x)\}$

$=\min\{(T_1\varphi)(x),(T_2T_1\varphi)(x)\}$ $\because$ $\forall x\in M, (T_1T_1\varphi)(x)=(T_1\varphi)(x)$ (119)

$=(T_1\varphi)(x)$

$\because$ 式(113)，並びに，定理1，(a)の$T_j\cdot\Phi=T_j\cdot\Phi_B\subset\Phi (j=1,2)$ (120)

$=\eta(x).$

(ロ) $\eta(x)=(T_2\varphi)(x)$の場合

$(T\eta)(x)=\min\{(T_1T_2\varphi)(x),(T_2T_2\varphi)(x)\}$

$= \min\{(T_1T_2\varphi)(x),(T_2\varphi)(x)\} \quad \because \quad \forall x \in M, (T_2T_2\varphi)(x) = (T_2\varphi)(x)$ （121）

$= (T_2\varphi)(x)$

$\because$ 式(114)，並びに，定理1，(a)の $T_j \cdot \Phi = T_j \cdot \Phi_B \subset \Phi (j = 1,2)$ （122）

$= \eta(x).$

axiom 1，（ⅳ）の成立：条件式(115)を考慮し，

$\exists \varphi \in \Phi_B, \exists x \in M, 0 \neq (T_1\varphi)(x) \leq (T_2\varphi)(x)$

なる $\varphi \in \Phi_B$ をとれば，

$(T\varphi)(x) = \min\{(T_1\varphi)(x),(T_2\varphi)(x)\} = (T_1\varphi)(x) \neq 0$ （123）

が成り立ち，ここで，定理1，(a)の $T \cdot \Phi = T \cdot \Phi_B \subset \Phi$ を考慮すれば，この $\varphi \in \Phi_B$ を，

$\varphi \in \Phi$ （124）

ととることができる．□

式(116)で定義されている $T\varphi$ は，$T_1\varphi$ と $T_2\varphi$ とに共通な情報を持つパターンモデルである．

5.4　max演算による再帰的構成

次の定理13は，パターン φ の，T_1 によるパターンモデル $T_1\varphi$ と，T_2 によるパターンモデル $T_2\varphi$ との最大値 $\max\{T_1\varphi, T_2\varphi\}$ はまた，パターンモデル $T\varphi$ になり得る場合があることを指摘している．尚，

$\forall \varphi \in \Phi_B, \forall x \in M, \min\{(T_1\varphi)(x),(T_2\varphi)(x)\}$

$\geq \max\{(T_1 \cdot T_2\varphi)(x),(T_2 \cdot T_1\varphi)(x)\}$

$\Rightarrow$2式(126)，(127)の成立 （125）

に注意しておく．

［定理13］（max構成に関する $T-$ 再帰定理）

式(83)の2つの作用素 $T_j, j = 1,2$ は，axiom 1の（ⅰ），（ⅱ），（ⅲ）の3後半，並びに，（ⅳ）を満たし，パターンモデルの実数値条件式(112)が成り立つとしよう．

2つのパターン集合 Φ_j を式(84)の如く定義すると，対 $[\Phi_j, T_j]$ はaxiom 1を満たす．

このとき，2条件

① $\forall \varphi \in \Phi_B, \forall x \in M, (T_1\varphi)(x) \geq (T_2 \cdot T_1\varphi)(x)$ （126）

$\wedge (T_2\varphi)(x) \geq (T_1 \cdot T_2\varphi)(x)$ （127）

② $\exists \varphi \in \Phi_B, T_1\varphi \neq 0 \wedge T_2\varphi \neq 0$ （115）

の下で，

$(T\varphi)(x) \equiv \max\{(T_1\varphi)(x),(T_2\varphi)(x)\}, x \in M \quad \text{for any} \quad \varphi \in \Phi_B$ （129）

と定義される式(1)の作用素 T は，axiom 1の（ⅰ），（ⅱ），（ⅲ）の3後半，並びに，（ⅳ）を満たし，パターン集合 Φ を式(37)の如く定義すると，対 $[\Phi, T]$ はaxiom 1を満たす．

（証明）定理12とほぼ同様に証明される．□

式(129)で定義されている $T\varphi$ は，$T_1\varphi$ と $T_2\varphi$ とをあわせた情報を持つパターンモデルである．

6. おわりに

パターン φ の標準形として，パターンモデル $T\varphi$ を採用できるという想定の下で，モデル構成作用素 T について，再帰性を，つまり，モデルのモデルを論じて来た．モデルのモデルが，単なるモデルより，原パターン φ が正しく認識されるようになるという意味で改良されたモデルになることを

期待してのことである．

文献［6］において手書き漢字パターン φ の構造モデルと称されているパターンモデル $T\varphi$ は3.1のaxiom 1の(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)の3後半，並びに，(ⅳ)を満たし，定理1が適用され得る．研究には理論，実証の双方に裏付けられた側面が必要であり，本論文は，実証的文献［6］の背景となる一般理論を研究したものである．

知覚的記憶表象 $\varphi^s(0 \le s \le t)$ を生成する式(12)の多段階パターンモデル変換に注目しよう．S.Suzukiは，5文献［1］，［2］，［5］，［6］，［7］の研究成果を基盤として，2文献［3］，［4］において，

「認識の仕方が本質的に，知覚的記憶表象を伴った　推論に還元され得る長所を備えた基礎理論」

の構築を試み，その結果，

従来の如何なる認識性能に劣らない認識性能を備えた万能性認識システムRECOGNITRONが構成されている．RECOGNITRONは，認識結果が認識可能，認識不定，認識不能の3つの場合に自然に分類できる認識システムである．

3.2のaxiom 1を満たす順序対 $[\Phi,T]$ に注目する．パターン $\varphi \in \Phi$ のパターンモデルとは，式(1)の写像 T で φ を変換して得られる $T\varphi \in \Phi$ のことである．写像 T は，原パターン φ を座標変換などの規則的変形，並びに，不規則的な変形の前の状態に近似的に戻す処理を受け持たなければならないことがある(文献［3］の2.5.1を参照)．この種の機能を持つモデル構成作用素 T を正規化写像(normalizer)ということがある．RECOGNITRONにおいては，式(3)のパターンモデル間の相等関係 $\varphi \sim_T \eta$ を満たす2つの入力パターン φ,η は互いに区別がつかない．区別が付かないこの事実が，axiom 1を満たすモデル構成作用素 T が入力パターン φ をその座標変換前の状態に戻したり，整形化する機能を持つ正規化の機能を備えてくる理由である．

S.Suzukiは，万能性認識システムRECOGNITRONの構成を介し，

①パターンとは何かを明らかにするパターンモデル $T\varphi$ を用いての“パターン φ 帰納的定義”

②連想形認識方程式の求解過程がありとあらゆるパターン認識･パターン連想の両働きを実現すること

③この連想形認識方程式の力学的発展を記述するカテゴリ帰属知識の直交分解

④多段階連想形認識における力学的発展でのポテンシャルエネルギーが減少することを保証する類似度関数 SM へ，任意の類似度関数を変換できること

などを明らかにしており［3］，［4］，そこでは，万能認識定理を証明することにより，単段階で遂行するパターン認識の働きを改良できる“多段階パターンモデル変換に基づく認識の方法”が存在することが明らかにされている．

S.Suzukiは，平均類似度法［1］，［5］に従い，文献［1］，第6章(平均類似度法と統計作用素)の定理1を適用して，カルフーネン･ロエーブ系($K-L$ 直交系) $\{\phi_r\}_{r=1,2,3,\cdots}$ を求めた後，この $K-L$ 直交系を用いて，測度的ユニタリ不変量の組を日本語単独母音から特徴量として抽出し，文献［5］の定理3を適用し，axiom 1を満たす日本語単独母音のパターンモデル $T\varphi$ を文献［6］での構造復元に関するシミュレーション手法で求め，このモデル $T\varphi$ を基本的に使って，2文献［3］，［4］での認RECOGNITRONの認識性能を確かめている［14］．このシミュレーションでは，式(12)の知覚的記憶表象が次第に日本語単独母音の帰属する正しいカテゴリの代表パターン ω_j のモデル $T\omega_j$ に近づいてゆくことが確認されている．尚，$K-L$ 直交系に関するほぼ完全な研究は，文献［37］にまとめられている．

2値化，回転，縮小･拡大，最小･最大，3値化の機能を持つ写像 T と処理の対象とするパターン φ

の集合 Φ の対 $[\Phi,T]$ が，3.1のaxiom 1を満たすことを指摘したのは，S.Suzukiであり，この指摘はS.Suzuki以外の論文ではこれまで，存在していない．

これまでの6定理3，4，5，8，12，13は，

axiom 1に関し，6種類のの基本的な再帰性が成り立つ

ことを指摘している．特に，axiom 1，(iii)の後半であるべき等性 $T \cdot T = T$ を満たす写像 T の再帰性(axiom 1を満たす写像 T が，axiom 1を満たす今1つの写像 T' の関数として得られるという再帰性)を研究している論文は，S.Suzuki以外の論文以外に存在していない．パターン集合 Φ の元を処理する方がパターン集合 Φ' の元を処理するより，認識性能が良いためには，例えば，誤認識確率が小さいためには，axiom 1を満たす対 $[\Phi',T']$ からaxiom 1を満たす対 $[\Phi,T]$ を再帰的に構成しなければならない．この達成しやすさは，5.2.2の定理8の適用例を見れば，簡単には理解できる．つまり，定理11によれば，相似拡大･縮小に不変な認識の働きに，回転にも不変な認識の働きを付加出来るのである．

文献［18］での画像認識･画像理解システムを画素数だけのRECOGINITRONの集合を使ってJAVA言語で実現する計算機シミュレーションはほぼ，終了している［31］，［34］，［35］．このシミュレーションにおいて，モデル構成作用素 T の再帰性は，改良したパターンモデル $T\varphi$ を得るのに役立つことが判明している．再帰的構成で得られたパターンモデル $T\varphi$ は再帰的構成に用いられた $T'\varphi$ よりも，式(8)の同一知覚原理を達成しやすくなっている．この達成しやすさは，事実上終了しているJAVA言語による風景内容の理解システム［18］の計算機シミュレーションで確かめられている［31］，［34］，［35］．どの種の再帰性が正しい画像理解内容を得るのに役立つかは，シミュレーションを繰り返して，試行錯誤的に決定しなければならないが．T の再帰性は，認識システムの認識性能を向上したり，パターンモデルの形成に関する学習機能を加速ならしめる効果を持つ．

2文献［3］，［4］で構成されている認識システムRECOGNITRONはありとあらゆるパターン認識の働きを模擬できるという意味で，万能である．この認識システムRECOGNITRONが構成できるためには，先ず，3.1のaxiom 1を満たすモデル構成作用素 T が必要であるが，その他に，axiom 2［3］，［4］を満たす式(11)のような類似度関数(similarity-measure function) SM，axiom 3［3］，［4］を満たす大分類関数(binary-state classifier) BSC も必要であり，この3構成物 T,SM,BSC さえ構成されれば，RECOGNITRONが構成できる．処理の対象とするパターン集合 Φ に対し T,SM,BSC が適切に構成されれば，従来のパターン技術を越える実用性は理論的に保証されている．

本論文は6種類の再帰的構成法が研究されたが，その内，どの再帰的構成法を選定すれば，認識性能が良くなるかは，実際に処理の対象とする問題の基本領域としての，定理1でのパターン集合 Φ_B に依存している．この種の適切な選定法に関する知識を積み上げることが望まれる．本論文で研究されたモデル構成作用素 T の諸例とその再帰性を，このRECOGNITRONを効果的に設計することに本格的に応用することが望まれる．

参考文献

［1］　鈴木昇一：認識工学，柏書房，Feb.1975

［2］　鈴木昇一：ニューラルネットの新数理，近代文芸社，Sept.1996

［3］　鈴木昇一：パターン認識問題の数理的一般解決，近代文芸社，Aug.1997

［4］　鈴木昇一：認識知能情報論の新展開，近代文芸社，Aug.1998

［5］　鈴木昇一：測度的不変量検出形認識系の構成理論，電子通信学会論文誌(D)，vol.55-D，no.8，

pp.513-538，Aug.1972
［6］　鈴木昇一：抽出された特徴による手書き漢字構造の再生，情報処理（情報処理学会誌），vol.18，no.11，pp.1115-1122，Nov.1977
［7］　鈴木昇一：パターンのエントロピーモデル，電子情報通信学会論文誌（D-Ⅱ），vol.J77-D-Ⅱ，no.10，pp.2220-2238，Nov.1994
［8］　鈴木昇一，斉藤静昭，奥野治雄，太田芳雄：画像の復元とその計算機シュミレーション，工学院大学研究報告，no.39，pp.198-206，Jan.1976
［9］　鈴木昇一：回転群と画像の分解・強調・構造化再構成に関する計算機シミュレーション，情報研究（文教大学・情報学部），no.4，pp.36-56，Dec.1983
［10］　鈴木昇一：連想形記憶器MEMOTRONと日本語単独母音系列の再生に関する計算機シミュレーション，情報研究（文教大学・情報学部），no.7，pp.14-29，Dec.1986
［11］　鈴木昇一：Radial-Basis Function Networks，Wavelet-Based Networksを用いたモデル構成作用素の構成法，情報研究（文教大学・情報学部），no.17，pp.71-132，Dec.1996
［12］　鈴木昇一，佐久間拓也，前田英明：数理形態学における諸演算とモデル構成作用素，情報研究（文教大学・情報学部），no.17，pp.133-170，Dec.1996
［13］　鈴木昇一：高次認知機能における論理表現の要素，情報研究（文教大学・情報学部），no.19，pp.29-82，Mar.1998
［14］　鈴木昇一：構造受精法と日本語単独母音の認識，情報研究（文教大学・情報学部），no.18，pp.17-51，Dec.1997
［15］　鈴木昇一：直交系によるパターモデルの構成，情報研究（文教大学・情報学部），no.21，pp.23-49，Mar.1999
［16］　鈴木昇一：平均顔を用いた顔画像の2値化，並びに，目・鼻・口の抽出と，その計算機シミュレーション，情報研究（文教大学・情報学部），no.22，pp.65－150，Dec.1999
［17］　鈴木昇一：界面エネルギーの減少に伴うモデル構成作用素の，顔画像処理に関する計算機シミュレーション，情報研究（文教大学・情報学部），no.23，pp.109－182，Mar.2000
［18］　鈴木昇一：風景画から知識を抽出し，解釈するシステムの，ファジィ推論ニューラルネットによる構成，情報研究（文教大学・情報学部），no.23，pp.183-265，Mar.2000
［19］　吉田耕作：近代解析，共立出版，Dec.1963
［20］　鈴木昇一：多変量解析に基づく大分類関数の決定とその計算機シミュレーション，情報研究（文教大学・情報学部），no.10，pp.35-49，Dec.1989
［21］　鈴木昇一：帰属係数法に基づく類似度，帰属関係あいまい度，認識情報量の計算機シミュレーション，情報研究（文教大学・情報学部），no.11，pp.51-68，Dec.1990
［22］　鈴木昇一，前田英明：有声破裂音の代表パターンの学習的決定と，その計算機シミュレーション，情報研究（文教大学・情報学部），no.20，pp.77－95，Dec.1998
［23］　鈴木昇一，前田英明：変動エントロピーによる有声破裂音の順序付けと，その計算機シミュレーション，情報研究（文教大学・情報学部），no.21，pp.51－78，Mar.1999
［24］　鈴木昇一：各個人の感性を反映した認識システムRECOGNITRON，情報研究（文教大学・情報学部），no.24，pp.185－257，Dec.2000
［25］　鈴木昇一：プロダクション・システムとしてのファジィ・マルチメディア・コンピュータと，空間多重パターンファジィ推論系，情報研究（文教大学・情報学部），no.24，pp.105－183，

Dec.2000

［26］ 鈴木昇一：SS大分類関数BSCの適応的構成への，計算論的学習理論の適用，情報研究（文教大学･情報学部），no.25，pp.185－236，Mar.2001

［27］ 鈴木昇一：量子力学の諸原理，多段階量子認識系と，心理状態を取り入れた想起に基づく部分空間認識法，情報研究（文教大学･情報学部），no.25，pp.237－282，Mar.2001

［28］ 鈴木昇一：Support Vector Machineを利用した大分類関数の構成，情報研究（文教大学･情報学部），no.26，pp.1－62，Dec.2001

［29］ 鈴木昇一：2カテゴリ分類困難度の情報理論，情報研究（文教大学･情報学部），no.26，pp.63－160，Dec.2001

［30］ 鈴木昇一：一般化類似度関数を用いた“導出原理による第1階述語推論”，情報研究（文教大学･情報学部），no.27，pp.27－71，Mar.2002

［31］ 鈴木昇一，川俣博司，大槻善樹：風景画の理解に関するJAVA言語によるRECOGNITRONの計算機シミュレーション，情報研究（文教大学･情報学部），no.27，pp.73－109，Mar.2002

［32］ 鈴木昇一：遺伝的アルゴリズムにおける適合度比例選択戦略を利用した進化方程式の，パターン多段階変換に基づく認識への応用，情報研究（文教大学･情報学部），no.28，pp.37－67，Dec.2002

［33］ 鈴木昇一：近傍を利用した音素認識のためのモデル構成作用素T，類似度関数SM，大分類関数BSCの諸構成と，SS不動点探索型多段階想起認識，情報研究（文教大学･情報学部），no.28，pp.69－141，Dec.2002

［34］ 鈴木昇一：JAVA言語で実装化された画像理解システムIUSの動作概要と，その稼動方法，情報研究（文教大学･情報学部），no.28，pp.143－165，Dec.2002

［35］ 鈴木昇一，川俣博司，大槻善樹：JAVA言語による計算機シミュレーションで生じた風景画像の理解場面での多段階連想形認識過程の異常現象，情報研究（文教大学･情報学部），no.29，pp.123－166，July 2003

［36］ 鈴木昇一：パターン情報処理（モデル構成作用素，誤差逆伝播学習2層ニューラルネット）と，論理的含意とによる非単調的知識推論，情報研究（文教大学･情報学部），no.29，pp.75－121，July 2003

［37］ 鈴木昇一：可分な一般抽象ヒルベルト空間でのK-L直交系の理論，情報研究（文教大学･情報学部），no.29，pp.41－73，July 2003

［38］ 鈴木昇一：パターン系列（動画像，会話音声）の，dynamical systemによる連想理論と，連想器SPATEMTRON，情報研究（文教大学･情報学部），no.30，pp.139－186，Jan.2004

［39］ 鈴木昇一：入出力例の系列を用いた“対連想問題･その擬逆問題”の一般解，情報研究（文教大学･情報学部），no.30，pp.81－137，Jan.2004

［40］ 鈴木昇一：共役勾配法の一般解における直交系の応用（画像復元，パターンモデルの構成，パターン集合の情報理論的次元），情報研究（文教大学･情報学部），no.30，pp.27－79，Jan.2004

［41］ 鈴木昇一：2つのパターンモデル構成作用素の，λ 言語論理による構成法，情報研究（文教大学･情報学部），no.31，pp.43－66，July 2004

［42］ 鈴木昇一：会話音声・動画像処理への，万能性類似度関数の採用によるSS多段階認識の改良，情報研究（文教大学･情報学部），no.31，pp.67－110，July 2004

［43］ 鈴木昇一：数理形態学の新しい2つのパターン変換作用素を用いた多段階想起認識，情報研究(文教大学･情報学部)，no.31，pp.111－141，July 2004

［44］ 鈴木昇一：1パラメータLie座標変換群とそのパターン正規化への応用，情報研究(文教大学･情報学部)，no.32，pp.21－74，Jan.2005

［45］ 鈴木昇一：曖昧さに関する半順序$\propto$を単調に保つモデル構成作用素T，情報研究(文教大学･情報学部)，no.32，pp.75－126，Jan.2005

［46］ 鈴木昇一：パターンφから抽出された特徴量$u(\varphi,\ell)$のfuzzy単調変換，情報研究(文教大学･情報学部)，no.32，pp.127－168，Jan.2005

［47］ 鈴木昇一：パターンモデル(パターンの標準形)の一般形，情報研究(文教大学･情報学部)，no.32，pp.169－218，Jan.2005

［48］ 鈴木昇一：類似度関数の密度を用いた，画素毎のパターン認識処理(パターン理解処理)の方法，情報研究(文教大学･情報学部)，no.32，pp.219－285，Jan.2005

［49］ 鈴木昇一：パターン(画像，音声)から感性情報を計量できる一般的な方法(視野を考慮して構成された類似度関数SMの応用)，情報研究(文教大学･情報学部)，no.33，pp.216-316，Jul.2005

［50］ 鈴木昇一：知識工学におけるcertainty factorによる多段階認識過程の評価，情報研究(文教大学･情報学部)，no.33，pp.199-260，Jul.2005

［51］ 鈴木昇一：線形方程式の制約条件下での，残差法によるパターンモデル，情報研究(文教大学･情報学部)，no.33，pp.149-197，Jul.2005

［52］ 鈴木昇一：正規直交性を満たす類似度関数SMに積分核が存在するか？，情報研究(文教大学･情報学部)，no.33，pp.111-147，Jul.2005

［53］ 鈴木昇一：原パターンを近似できるという拘束条件付き最小自乗ノルムパターンモデルの，会話音声・動画像処理への応用，情報研究(文教大学･情報学部)，no.33，pp.43-110，Jul.2005

(著者　鈴木昇一，論文題目　パターンモデルを出力するモデル構成作用素の諸例とその再帰性，文教大学情報学部情報研究no.37投稿論文，投稿年月日　2007年3月28日(水))