金融オプション（その３）

栗林　訓

Financial Options (3)

Satoshi Kuribayashi

Summary

Financial options are said to be rather complicated instruments. This would imply that they have higher added values compared with other investment vehicles. In fact, options are the most fundamental tool and others can be created by combining options. In this sense, options are the basis of R & D for the financial industry and investors.

Subsequent to Financial Options (1) and (2), Part Ⅳ of this article covers new financial products created by options and Part Ⅴ reviews option evaluation.

パートⅣ．オプションによる金融新商品の創出

32.　オプションによる負債の評価

オプションを理解するために、まず派生的証券(derivative securities)という概念を明確にしておく必要がある。派生的証券とは、その価値がより基本的な他の変数に依存するような証券のことを指す。たとえば、株式オプションの価値は、原資産である株式の価値、すなわち株価という変数に依存する。派生的証券は「条件付き請求権」(contingent claims)とも呼ばれる。

派生的証券の種類は様々である。オプションをはじめとして、先渡しおよび先物取引、スワップが代表的である。転換社債やワラント債、変動金利関連のキャップやカラーも派生的商品である。さらに、最近では自己資本や負債の発行にも多様な派生的証券が組み込まれている。この分野の技術革新はめざましく、まさに金融商品の開発には無限の可能性があるといわれる所以である。

派生的証券のなかでも、オプションは最も基本的なものといえる。そこでオプションを使って他の証券を評価してみることにしよう。

まず企業の発行する負債（たとえば普通社債）を考える。この企業のバランス・シートを単純化して、下図であったとしよう。Ｌは企業が発行した総負債の額面価値とする。すべての負債は同じ時点で満期になると仮定する。Ａは負債満期時点における資産価値である。簿価ではなく時価であることに注意しよう。

バスンス・シート	
A （総資産）	L （負債）
	E （自己資本）

すると、負債満期時点における負債の価値は、もし総資産の価値が負債の価値よりも大きければ、当然Lとなる。もし資産価値が負債価値よりも小さければ、負債の価値はAとなる。これは、企業の負債の保有者は自己資本Eの保有者、すなわち株主よりも優先順位が高いからである。

以上を式で表わすと、はっきりする。すなわち

if　A＞L，　then　負債価値＝L

if　A＜L，　then　負債価値＝A

つまり、AがLよりも大きければ負債価値はL、AがLよりも小さければ負債価値はAということであるから、結局企業の負債価値はAとLの小さい方の値ということになる。これを式で表わせば

企業の負債価値 = min（L，A）

min は「括弧の中の最小値を選ぶ」という記号である。次に、max という記号を導入しよう。これは「括弧の中の最大値を選ぶ」という記号である。すると、上の式は以下のように書ける：

企業の負債価値 = L－max（0，L－A）

読者は、min（L，A）= L－max（0，L－A）の証明をみずから確かめていただきたい。かつ、L－max（0，L－A）のペイオフ・ダイアグラムを描いていただきたい。

max（0，L－A）は、行使価格Lのプット・オプションの価値にほかならない。すなわち、－max（0，L－A）はプットの売りである。

以上を要約すると、企業の債権者のポートフォリオは、①債務不履行のない安全な負債と②プット・オプションのショート・ポジションということになる。このプット・オプションの買い手（ロング）は株主であって、株主は企業の資産を負債価値（額面）で債権者に売るという権利を得ているのである。

次回は、企業の自己資本やより複雑な新商品をオプションで評価することにしよう。

33. オプションによる自己資本の評価

前回は、企業の債権者（銀行や社債保有者）のポートフォリオがプット・オプションのショート・ポジションであることを説明した。転換社債やワラント債（新株引受権つき債券）がコール・オプションであることはみやすい。今回は、企業の資金調達手段の柱である自己資本をオプションで評価してみよう。

Aを負債満期時における企業の総資産価値、Lを負債の額面価値、Eを自己資本の価値とする。負債満期時において、もしAがLよりも小さければ、自己資本の価値はゼロである。もしAがLよりも大きければ、自己資本の価値はA－Lになる。この関係を式で表わせば

if　A＜L，then　E＝0

if　A＞L，then　E＝A－L

ゆえに負債満期時における自己資本の価値は

$$E = \max(0, A - L)$$

と書くことができる。これはコール・オプションにほかならない。すなわち、自己資本の所有者である株主のポートフォリオは、行使価格がL（負債の額面価値）、行使日が負債満期日のコール・オプションのロング・ポジションである。

つぎに金融新商品をオプションで分析してみよう。まず輸出入企業が多用するレンジ先渡し契約(Range Forward Contract)からはじめる。これは弾力的な派生的証券の典型的なものである。

例として、現在、ある日本企業が90日後に米ドルを必要としているとしよう。この企業は、現在の90日物先渡し為替レートで90日後のドル支払いを固定することができる。伝統的な方法である。レンジ先渡し契約はこれに対して代替的な手段を提供する。たとえば、1ドル当たり140円から160円の範囲（レンジ）で先渡し契約が設定される。満期（90日後）にスポット・レートが140円未満であれば、企業は1ドル当たり140円を支払う。140円と160円の間であれば、企業はスポット・レートを支払う。160円を上回れば、企業は160円を支払う。

この例を一般化して、満期における企業のペイオフを以下のように書くことができる。満期のスポット・レートをS_T、レンジの下限をX_1、上限をX_2とする。

① if $S_T < X_1$, 支払いレート$=X_1$

② if $X_1 \leqq S_T \leqq X_2$, 支払いレート$=S_T$

③ if $S_T > X_2$, 支払いレート$=X_2$

このレンジ先渡し契約は2種類のオプションを使って作ることができる。すなわち、行使価格X_1のプット・オプションのショート（売り）と行使価格X_2のコール・オプションのロング（買い）である。このオプション・ポートフォリオのペイオフを下表に示す。

		通貨のコスト	プットの期末価値	コールの期末価値	ネットコスト
①	if $S_T < X_1$	$-S_T$	$-(X_1 - S_T)$	0	$-X_1$
②	if $X_1 \leqq S_T \leqq X_2$	$-S_T$	0	0	$-S_T$
③	if $S_T > X_2$	$-S_T$	0	$S_T - X_2$	$-X_2$

これでレンジ先渡し契約はオプションで評価されることが分かった。なお通常のレンジ先渡し契約は、コールの期初価値＝プットの期初価値とすることが多い。つまり、この場合レンジ先渡し契約のセットアップ・コストはゼロである。また$X_1 = X_2 = F$（先渡し価格）とすれば、伝統的な為替の先渡し契約になる。

このようにオプションによって金融新商品の分析が可能なのである。次回はより複雑な商品を取り上げる。

34. 為替レートとオプション（1）

前回は輸出入企業が利用するレンジ先渡し契約をオプションで評価したが、今回は為替レートをからめた債券投資を分析することにしよう。

1985年にアメリカのマネー・センター・バンクであるバンカーズ・トラストは、ＩＣＯＮと呼ばれる新商品を開発した。ＩＣＯＮは“Index Currency Option Note”の略である。強いて訳せば、「為替に連動するオプションつき債券」ということになる。これは、買い手が満期に受け取る金額が為替レートとともに変化する中期債券（ノート）である。ＩＣＯＮの満期に為替レートがある水準を越えると、債券保有者は債券の額面を受け取る。為替レートがこの水準を下回る場合には、債券保有者は額面金額未満しか受け取れない。

バンカーズ・トラストの第１号ＩＣＯＮは、日本長期信用銀行向けのものであった。今回はこの商品を具体的に検討することにしよう。

このＩＣＯＮの満期は1995年である。円ドルのスポット・レートＳが満期に1ドル当り169円を越えていると（円安であると）、債券保有者は1000ドル（すなわち債券の額面）を受け取る。169円を下回っていると、債券保有者の受け取り額は（額面から）以下の分だけ減額される（ドル・ベースであることに注意）：

$$\max[0,\ 1000(169/S-1)]$$

為替レートが1ドル当り84.5円以下になると（円高になると）、このＩＣＯＮの価値はゼロになる（Why?）。

以上では受け取りをドル建てで考えたが、この商品の買い手が日本の機関投資家で受け取りが円建てであるとしよう。Ｓを満期における円ドルのスポット・レートであるとすれば、この機関投資家の満期におけるペイオフは以下のように書くことができる：

① if $S > 169$, ﾍﾟｲｵﾌ$=S\times 1000$

② if $84.5 < S \leqq 169$, ﾍﾟｲｵﾌ$=S[1000-\max(\cdot)]$

③ if $S \leqq 84.5$, ﾍﾟｲｵﾌ$=0$

②のペイオフの中の $\max(\cdot)=\max[0,\ 1000(169/S-1)]$ であるから、式を展開してペイオフ＝$S\times 1000-\max[0,\ 1000(169-S)]$ となる。ペイオフはすべて円建てである。

日本の機関投資家の円建てのペイオフ（受け取り額）は、1ドル169円を越えて円安になればなるほど大きくなる。すなわち、債券の額面1000ドルに為替レートを乗じたものである。円が高くなると、max（・）の分だけ減少してくる。さらに円高が進み、1995年に円ドル・レートが84.5円を越えると、債券の価値はゼロになる。

さてこのようなペイオフをオプションだけで作り出すのは難しい。1000ドルという債券の額面価値が介在しているからである。

そこで、債券とオプションのポートフォリオを考えてみる。具体的には、債券のロング・ポジション、行使価格169円／ドルのプット・オプションのショート・ポジション、そして行使価格84.5円／ドルのコール・オプションのロング・ポジションのポートフォリオである。ただし、プットのショートは1000単位、コールのロングは2000単位である。

下表はこのポートフォリオの期末（1995年）におけるペイオフを計算するための準備作業である。

期末における円ドル・レート	債券のロング（1単位）	プットのショート（１０００単位）行使価格169	コールのロング（２０００単位）行使価格84.5
① if S > 169	1000S	0	0
② if 84.5 < S ≦ 169	1000S	-1000(169-S)	0
③ if S ≦ 84.5	1000S	-1000(169-S)	2000(84.5-S)

次回は、この表を完成してＩＣＯＮを評価する。

35. 為替レートとオプション（２）

今回は円建てＩＣＯＮのペイオフ表を完成させる。

この商品に投資した機関投資家の満期における円建てのペイオフは以下のとおりであった。Ｓは満期における円ドルのスポット・レートである。

① if S > 169, ペイオフ=S×1000

② if 84.5 < S ≦ 169, ペイオフ=S[1000-max(・)]

③ if S ≦ 84.5, ペイオフ=0

②のペイオフの中の max（・）＝max［０，１０００（１６９／Ｓ－１）］であるから、式を展開してペイオフ＝Ｓ×１０００－max［０，１０００（１６９－Ｓ）］＝Ｓ×１０００－１０００×（１６９－Ｓ）となる。

前回では、このペイオフを再現（replicate）するために、債券のロング・ポジション、行使価格169円／ドルのプット・オプションのショート・ポジション、そして行使価格84.5円／ドルのコール・オプションのロング・ポジションのポートフォリオを作った。ただし、プットのショートは1000単位、コールのロングは2000単位である。

前回の表の最終欄に、このポートフォリオのペイオフ、すなわち期末価値を書き込んで表が完成される。

期末における円ドル・レート	債券のロング(1単位)、プットのショート(1000単位)、コールのロング(2000単位)から成るポートフォリオの期末価値（＝ペイオフ）
① if Ｓ＞１６９	Ｓ×１０００
② if ８４．５＜Ｓ≦１６９	Ｓ×１０００－１０００×（１６９－Ｓ）
③ if Ｓ≦８４.５	０

以上でＩＣＯＮは、債券のロング、プットのショート、コールのロングというポートフォリオで作られることが分かった。

さてここまでは円建ての投資家の場合であったが、ＩＣＯＮの応用としてドル建ての投資家（たとえば、アメリカ国内の機関投資家）についてより一般的に考えてみよう。

このケースでは、円ドル・レートではなく、ドル・円レートが基準になる。満期におけるドル・円レートをS_Tとする。

満期のスポット・レートがXを下回ると、アメリカの投資家は1000（ドル）を受け取る。条件は$S_T < X$であるが、前の（日本の機関投資家の）場合で考えてみると、$S_T = 1/S$、$X = 1/169$である。すなわち、アメリカの投資家の条件$S_T < X$は日本の投資家の条件$S > 169$に対応する。

同様に、スポット・レートS_TがX以上で$X + 1000/\alpha$以下の場合には、$1000 - \alpha (S_T - X)$を受け取る。S_Tが$X + 1000/\alpha$を上回ると、受け取り額はゼロである。αは定数で、日本の投資家の場合には$\alpha = 169000$であった。

アメリカの投資家のペイオフをまとめると、次のようになる：

① if　$S_T < X$,　ペイオフ＝1000

② if　$X + 1000/\alpha \geqq S_T \geqq X$,　ペイオフ＝$1000 - \alpha (S_T - X)$

③ if　$S_T > X + 1000/\alpha$,　ペイオフ＝0

このドル建てＩＣＯＮと同じペイオフは、社債１単位のロング・ポジション、行使価格Xの通貨コール・オプションα単位のショート・ポジション、行使価格$X + 1000/\alpha$の通貨コール・オプションのロング・ポジションというポートフォリオで作り出すことができる。読者はこれを是非確かめていただきたい。

36.　オプションと債券

第32回で、企業の負債はプット・オプションとみなされることを指摘した。今回は様々な種類の債券を取り上げる。

いま企業の唯一の負債が社債であるとしよう。社債は金利と企業価値の双方に依存する派生的証券と考えられる。社債満期のペイオフは$\min(L, A)$と表わすことができる（第32回参照）。ここでＬは満期の債券の額面価値、Ａは企業の社債満期時の資産価値である。ところで

$$\min(L, A) = L - \max(0, L - A)$$

であるから、債券保有者は行使価格Ｌ（一定）のプット・オプションを企業の所有者（株主）に売り出したことを意味する。

つぎに転換社債を考えてみよう。転換社債は投資家の裁量により、その存続期間中のある時点で企業の株式（もしくは他の証券）の一定数と交換することのできる債券である。

単純化のために、交換は満期においてのみなされ、債務不履行の可能性はないものとしよう。つまり、この企業の社債はリスク・フリー（無リスク）債券である。満期における債券の価値は

$$\max(L, \alpha S_T)$$

と表される。Ｌは債券の額面価値、S_Tは債券が転換される証券（株式）の満期における価格、αは転換比率（すなわち各債券で得られる株式数）である。ところで

$$\max(L, \alpha S_T) = L + \alpha \max(0, S_T - L/\alpha)$$

と変形できる（Why?）。上式の右辺第１項のＬは債務不履行のない無リスク債券であり、第２項は行使価格L/α（一定）、満期が無リスク債と同じヨーロピアン・コール・オプションのα分である。ゆえに、転換社債は無リスク債とコールの組み合わせであることが分かった。

最近では、コールとプットの特徴をもつ債券も登場している。

コール可能債券（callable bond）には、将来のある時点において、あらかじめ決められた価格で発行企業が債券を買い戻せるという条項がついている。このような債券の保有者は、コール・オプションを発行体に売っていることになる。コール・オプションの価値は金利に反映され、コールの特徴をもつ債券はコールのない債券よりも高い金利を与える。

プット可能債券（puttable bond）は、債券保有者が将来のある時点においてあらかじめ決められた価格で早期償還ができるという条項がついている債券である。このような債券の保有者は、債券自体とともに債券のプット・オプションを買っていることになる。プット・オプションの価値は金利に反映され、プット条項をもつ債券はプット条項のない債券よりも低い金利を保有者に与える。

その他にも、アメリカなどでは固定金利預金の早期償還という特典のついている商品があるが、これもプット債券の特徴に類似している。

また銀行や他の金融機関が設定している抵当証券もオプションとして捉えることができる。たとえば、ある金融機関が５年物抵当金利として年12％をつけ、この金利が2ヵ月間有効であるという場合を考えてみよう。この抵当証券を買った投資家は実際上、12％クーポン付きの債券を、次の2ヵ月以内にいつでも額面で金融機関に売る権利を得たことになる。すなわち、投資家はプット・オプションを金融機関から買ったということと同じである。

ところで、金利の規制緩和が進むと、金利変動が高くなる。固定金利商品は問題ないが、変動金利商品のリスクはますます上昇してくる。このような状況に対処する手段として、金利キャップ、金利フロア、金利カラーなどの商品に対するニーズが高まってきた。次回は、このような変動金利商品のリスクに対する防衛として人気のある金利キャップを、オプションの文脈で分析してみよう。

37.　金利キャップ（１）

前回取り上げたコーラブル・ボンドやプッタブル・ボンド、債券オプション、債券先物などは金利派生的証券 (interest-rate derivative securities)と呼ばれる。金利がその商品の価値を決定する重要な要因になっているからである。今回は最近ポピュラーになってきた金利キャップをみることにしよう。

金利キャップは、変動金利に適用される金利に制限をつける派生的証券である。基本的な金利キャップとしては瞬間金利キャップ (instantaneous interest-rate cap)がある。この商品の特徴は、ローンに課される金利がいかなる時点においても、その時の市場金利水準とキャップ金利の低い方になることを保証するところにある。市場金利は通常、ＬＩＢＯＲ (London inter-bank offered rate)のようなものが使われる。

例として、元本額Ｌのローン金利が3ヵ月毎に3ヵ月ＬＩＢＯＲに設定され、銀行が年率8％の金利キャップを与えたとしよう。金利は四半期複利で、各四半期末に支払われるとする。

キャップの契約を履行するために、銀行は各四半期末に以下の額を借り手に支払わなければならない：

$$0.25L \times \max(R-0.08,\ 0)$$

Ｒは期初の3ヵ月ＬＩＢＯＲ金利である。max（Ｒ－０．０８，０）という表現は、Ｒのコール・オプションからのペイオフそのものである（コール・オプションの行使価格に相当するもの

はキャップ金利で、この例では8%)。従ってキャップは、ペイオフが3ヵ月遅れで生じるRのコール・オプションのポートフォリオ(シリーズ物)と考えることができる。

ここで上の例を一般化してみよう。

キャップ金利がR_Xで、金利の支払いが t, 2 t, ・・・, n t時点でなされるとすれば、キャップの売り手(金融機関)は k t 時点で以下の支払いを要求される:

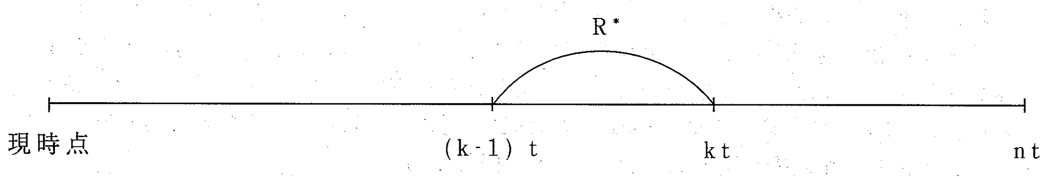
$$tL \times \max(R_{k-1} - R_X, 0) \quad (\#1)$$

R_{k-1}は(k－1) t 時点のLIBOR金利である。

(#1)は、(k－1) t時点で以下の支払い額に近似的に等しくなる:

$$tL / (1+R^* t) \max(R_{k-1} - R_X, 0) \quad (\#2)$$

R^*は(k－1) t時点とk t時点の間の金利推計値である。(#1)と(#2)が近似的に等しいことは以下の図から説明できる:



R^*は現時点では確定できない金利[これは(k－1) t時点とk t時点の間に適用される先渡し金利 = forward rate と考えてもよい]である。いま、何らかの方法でR^*が近似的に推計されたとすれば、k t時点で(#1)の価値があるものを$R^* t$というレートで還元すれば、(k－1) t時点における価値が得られる。ゆえに、(#2)は近似的に(#1)に等しい。

以上の分析から、(瞬間)金利キャップは近似的に、90日金利ヨーロピアン・コール・オプションのシリーズから成るポートフォリオと考えられる。注意すべきは、ペイオフが90日後ではなく、満期に生じるという点である。このポートフォリオを構成する各オプションの元本は$tL / (1+R^* t)$である。

次回はより厳密な分析を試み、加えて別の種類の金利キャップを検討する。

38. 金利キャップ(2)

前回の瞬間金利キャップにおいて、キャップの売り手(銀行)はk t時点で以下の額の支払いを要求される:

$$tL \times \max(R_{k-1} - R_x, 0) \quad (\#1)$$

R_xはキャップ金利、R_{k-1}は(k－1) t時点のLIBOR金利、Lは元本である。前回は近似的な解を求めたが、今回は厳密なアプローチをしよう。

(#1)の厳密なペイオフは、R_{k-1}のレートで(k－1) t時点に還元されなければならない。すなわち、(#1)は次のように変形される:

$$\begin{aligned} & tL \times \max(R_{k-1} - R_x, 0) / (1 + tR_{k-1}) \\ & = \max[tL(R_{k-1} - R_x) / (1 + tR_{k-1}), 0] \\ & = \max[L - L(1 + R_x t) / (1 + tR_{k-1}), 0] \quad (\#3) \end{aligned}$$

カッコ内のL（$1+R_x t$）／（$1+tR_{k-1}$）は、ｋｔ時点にL（$1+R_x t$）をペイオフする割引債の（ｋ－１）時点における価値と考えられる。

ゆえに（＃３）の表現は、額面価値がL（$1+R_x t$）で満期がｋｔであるような割引債のプット・オプションからのペイオフで、このオプションの満期は（ｋ－１）ｔ、行使価格はLであることを示している。従って、瞬間金利キャップは、割引債のヨーロピアン・プット・オプションのポートフォリオである。

ところで、ローンのキャップとローン自体が同一の金融機関によって提供されるならば、キャップの基礎となるオプションのコストは、課される金利に組み込まれることが多い。キャップとローンが異なる金融機関によって提供される時、キャップの事前支払いを要求される場合がある。

もうひとつのキャップとして平均金利キャップ（average interest-rate cap）があるが、これは瞬間金利キャップとは異なる機能をもつ。このキャップは、ローン期間中に支払われる平均金利（未払い残高の加重平均）がキャップ金利を上回らないことを保証する。キャップ金利を上回る期間は、キャップ金利を下回る期間によって相殺される。

市場金利がキャップ金利を上回ると、借り手の支払う金利は、その時点までに支払われた平均金利がキャップ水準に等しくなるまで、市場金利に等しくされる。その時点で借り手の金利はキャップ水準にまで低下する。金利が下落するにつれて、借り手の支払う金利は、その時点までの平均市場金利がキャップを下回るまで、キャップ水準のままである。その時点で借り手の金利はその時の市場金利にまで低下する。

金融機関が平均金利キャップを提供する時、その支払い額は常に、類似の瞬間金利キャップを提供する時の支払い額以下であるから、平均金利キャップのプレミアムもしくは手数料は瞬間金利キャップよりも低い。

平均金利キャップでは、借り手の金利が市場金利を超過することがある。第３のタイプのキャップである混合キャップ（hybrid cap）は、この可能性を排除する。このようなタイプの契約では、借り手の金利は常に、市場金利とキャップ金利を越えない平均ＬＩＢＯＲ金利の低い方に設定される。

金利フロア（interest-rate floor）と金利カラー（interest-rate collar、これはフロア・シーリング（floor-ceiling）契約とも呼ばれる）もキャップと同じように定義される。フロアは課される金利の下限を設定し、カラーは課される金利の上限（シーリング）と下限の双方を特定するものである。

以上のように、キャップ、フロア、カラーなどの金利派生的商品はオプションの文脈で分析、評価することができる。金融新商品の開発にはオプションの考え方が不可欠といわれる所以である。

39.　オプションと株価指数（１）

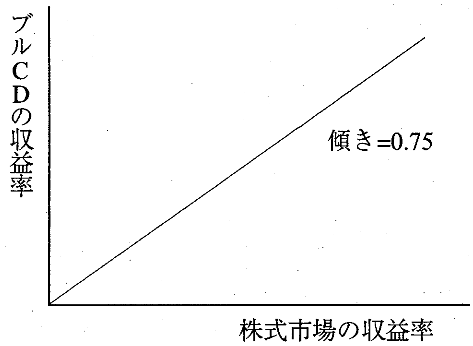
最も新しい金融商品のひとつにブル・ベアＣＤがある。銀行の提供する革新的な商品であるが、これもオプションの枠組みで評価、分析することができる。

まず今回はブルＣＤ(bull CD) をみることにしよう。この商品はその名の通り、市場（たとえば株式市場）の強気相場に連動するものである。

通常のＣＤ(certificate of deposit)は固定金利を支払うが、ブルＣＤは預金者に対してS&P500のような市場指数の収益率の一定上昇分を支払うという商品である。同時に、株式市場が下落しても最低の収益率を保証する。たとえば、市場指数上昇分の75％を預金者に提供するが、市場が下落

した場合には預金者は決して損失を被らない。

この種の契約は明らかにオプションである。市場が上昇したならば、預金者はパーティシペイション率(participation rate)もしくは乗数(multiplier)と呼ばれる数値に従って、利益を得る。上の場合では乗数は75％である。市場が下落しても、預金者は損失に対して保険をつけていることになる。



ブルＣＤの売り手である銀行は、実際にはコール・オプションを預金者に発行していることになる。ゆえに、銀行はこのコールのショート（売り）ポジションに対して、オプション市場で指数のコールを買ってヘッジすることができる。上図は預金者に対する銀行の債務(obligation)を示している。直線の傾きが乗数に相当する。

ここで銀行にとっていちばん問題となるのは、乗数の値をどのように設定するかということである。これはブルＣＤをオプションの観点からみると、分かりやすい。

①預金者がオプションに払う価格は、通常のＣＤに付く金利である。預金者はリスク・フリー（たとえば短期国債）の収益 r_f への請求権を下取りして、株式市場のパフォーマンスに依存する収益を買う。逆に銀行は、通常のＣＤに支払われる金利を使って債務の資金を調達していることになる。

②このオプションはアット・ザ・マネーである。すなわち、オプションの行使価格は株価指数の現在値に等しい。指数が契約開始時の水準を上回れば、このオプションは即座にイン・ザ・マネーになる。

③このオプションを投資金額１単位当りで分析することができる。たとえば、ブルＣＤに投資される＄１当り r_f ドルが、預金者にとってのオプションのコストである。投資金額＄１当りのオプションの市場価格は C/S_0 である。ここで、アット・ザ・マネーのオプションのコストはＣで、このオプションは現在 S_0 という水準にある市場指数の１単位について発行される。

以上の分析から、銀行の提供するブルＣＤの乗数を決定することができる。まず、銀行は預金者から＄１につき r_f ドルの投資金額の支払いを受け取る。銀行が市場指数の＄１のコール・オプションを購入するコストは C/S_0 である。上の例では、たとえば r_f が C/S_0 の75％であれば、銀行は＄1の投資で0.75のコール・オプションを買うことができる。従って、乗数は0.75である。より一般的には、ブルＣＤの乗数は r_f を C/S_0 で除して求められる。

例として、年率の r_f が6％、6ヵ月満期の市場指数オプションのアット・ザ・マネーが＄10であるとしよう。指数の現在値は＄250である。オプションのコストは＄10／＄250＝＄0.04（市場価値の＄1当り）であり、ＣＤの金利は6ヵ月当りで3％、すなわち＄1当り＄0.03が投資される。ゆ

えに、乗数は0.03／0.04＝0.75である。

次回はブルＣＤの変型を概観し、そのあとで実際の商品の善し悪しをオプションから評価する。

40. オプションと株価指数（２）

前回のブルＣＤにはいくつかの変型がある。たとえば、投資家が小さな値の乗数を希望すれば、最悪でも、ゼロではなくプラスのリターンを保証するブルＣＤを購入することができる。この場合オプションは、投資金額＄1当り（$r_f - r_{min}$）で預金者によって購入される。r_{min}は保証される最低のリターンである。購入価格は低くなるから、購入できるオプションの数は少なくなる。ゆえに乗数は小さくなる。

もうひとつの変型はベアＣＤである。これは市場指数の下落のある割合を投資家に払うものである。すなわち、ベアＣＤはプット・オプションになる。

ここで読者にベアＣＤの問題を出しておこう。通常のＣＤレートが年8％、アット・ザ・マネーの6ヵ月指数プット・オプションが＄15とする。市場指数は250である。最低の保障リターンがゼロで、6ヵ月後の指数下落の一定割合を支払うベアＣＤの乗数の値を求めよ（答は2／3）。

さて以下では実際のブルＣＤ商品をオプションで評価してみよう。

1987年にロイヤル・トラスト・オブ・カナダは次のリターンを投資家に提供する商品を販売した：

$$\max(0,\ 0.4R)$$

この商品は６ヵ月物で、Ｒはトロント35種指数の6ヵ月のリターンである。

リスク・フリーの金利を年8％、トロント指数の配当利回りを年3％、ボラティリティーを年25％とする。

Ｓを指数の現在値、6ヵ月後の指数の値をS_Tとする。投資額をＡとすれば、6ヵ月後に得られるリターンは、$R=(S_T-S)/S$から次のように書くことができる：

$$A\cdot\max[(0,\ 0.4(S_T-S)/S]$$
$$=(0.4A/S)\max(0,\ S_T-S)$$

これは指数のヨーロピアン・コール・オプション（アット・ザ・マネー）の0.4Ａ／Ｓ相当分にほかならない。

このオプションをブラック・ショールズ・モデル（以下ではＢ・Ｓと略記）で評価することができる（Ｂ・Ｓについては次回以降で詳説する）。

配当利回りｑを支払う指数オプションのＢ・Ｓ評価式は：

$$Se^{-q(T-t)}N(d_1)-Xe^{-r(T-t)}N(d_2)$$

ｒはリスク・フリーの金利、（Ｔ－ｔ）はオプションの満期、Ｘは行使価格（この例ではＸ＝Ｓ）である。またＮ（・）は累積正規分布を表わす。d_1とd_2は以下のように定義される：

$$d_1=\ln(S/X)+(r-q+\sigma^2/2)(T-t)]/\sigma\sqrt{T-t}$$
$$d_2=d_1-\sigma\sqrt{T-t}$$

ｌｎは自然対数、σは指数のボラティリティーである。

上記のＢ・Ｓ式に0．4Ａ／Ｓを乗じ、ｒ＝．０８、σ＝．２５、Ｔ－ｔ＝．５、ｑ＝．０３を代入すると：

$$d_1=.2298 \Rightarrow N(d_1)=.5909$$
$$d_2=.0530 \Rightarrow N(d_2)=.5212$$

すなわち、ロイヤル・トラストの提供するヨーロピアン・コール・オプションの価値は

$$0.4A\left[e^{-(.03)(.5)}\times .5909-e^{-(.08)(.5)}\times .5212\right]$$

$$=0.0325A$$

これはロイヤル・トラスト商品のペイオフの現在価値である。

投資家がこの商品を買うとすれば、現在時点で０．０３２５Ａを払わなくて済む。つまり投資家は投資額０．９６７５Ａ（＝Ａ－０．０３２５Ａ）で６ヵ月後にＡを受け取る。ここから、この投資の年換算の連続複利によるリターン（この説明は後述）は6.6％となる。

結論すれば、この商品のリターンはリスク・フリーの金利8％よりも低いから、投資家にとっては魅力的とはいえない。

以上のように、新しい金融商品であるブル・ベアＣＤの厳密な投資価値は、オプションによって評価できるのである。

Part Ⅴ．オプションの評価

41．オプションの再現による方法

前回、ブルＣＤを厳密に評価する際にブラック・ショールズ・モデル（Ｂ・Ｓモデル）を利用した。このような金融新商品の評価のみならず、機関投資家の代表的なヘッジ手法であるデルタ・ヘッジングの構築やポートフォリオ・インシュアランスの設計においても、Ｂ・Ｓモデルは必要不可欠である。

そこで今回からＢ・Ｓモデルを理解するために、オプションの理論的な評価方法を取り上げる。できるだけ数学の使用は避けるが、オリジナルなＢ・Ｓモデルは難解な（確率）微分方程式の解として得られたものである。若干の数式の使用は我慢していただきたい。

まず、株式投資と借り入れによってオプションと同等のペイオフを作り出し、オプションを評価することから始めよう。これは実はＢ・Ｓの用いた“トリック”である。

簡単な数値例で説明すると分かりやすい。Ｘ社の株式を行使価格＄160で買う1年物のコール・オプションを評価することを考えよう。単純化のために、1年後のＸ社の株価は現在の＄140から＄110に下落するか、＄210に上昇するかのいずれかであるとする。また1年物の金利は10％で、Ｘ社は無配とする。

株価が＄110に下落すると、オプションは無価値である。しかし＄210に上昇すれば、オプションの価値は＄50（＝210－160）になる。ゆえにオプションの1年後のペイオフは下表のように書くことができる：

	株価＝＄１１０	株価＝＄２１０
１コール・オプション	＄０	＄５０

このペイオフと、1株を買い、同時に＄100を銀行から借り入れた場合のペイオフを比較してみよう。後者の１年後のペイオフは次のようになる：

	株価＝＄１１０	株価＝＄２１０
１株	＄１１０	＄２１０
銀行借り入れの返済＋利子	−＄１１０	−＄１１０
１年後のペイオフ	＄０	＄１００

すなわち、借り入れと株式を購入した場合の1年後のペイオフは、2コール・オプションのペイオフと等しい。両者の1年後のペイオフが等しいから、現在時点における両者の価値も等しくなければならない：

２コールの価値＝株式の価値−＄１００の銀行ローン
＝＄１４０−＄１００＝＄４０

従って：

１コールの価値＝＄２０

これでコール・オプションを評価することができた。

この例では、コール・オプションからのペイオフを正確に再現するために、借り入れと株式の購入をしている。1コールを再現するために必要とされる株式の数はヘッジ比率、もしくはオプション・デルタと呼ばれ、実務でも幅広く利用される基本的な概念である。オプションについてのヘッジに関しては、後で詳しく解説する。上の例では、2コールを再現するために１株を必要としたから、オプション・デルタは1／2である。

例では非常に単純なケースを考えたが、しかしその含意は大切である。オプションという派生的商品は、株式と借り入れという原商品の組み合せで評価できる。換言すれば、このような原商品によってオプション投資を“再現”(replicate) することが可能なのである。この点は特に重要である。ある資産のオプションの売り買いができない場合にも、再現戦略によって“自家製”のオプションを作り出すことができるのである。後述するが、実際のポートフォリオ・インシュアランスでは、この自家製のオプションを（先物と安全資産によって）作り出すところがポイントである。

42. リスク中立による方法

前回、X社のコール・オプションの価格が＄20と求められたが、その理由を考えてみよう。もしオプションの価格が＄20よりも高ければ、投資家はX社の1株を買い、2コールを売り、＄100を借り入れて、確実に利益を上げることができる。逆に、オプションの価格が＄20よりも低ければ、株式を売り、2コールを買い、残りを貸し付けて、やはり確実に利益を上げることができる。このような投資行動を「裁定」(arbitrage) と呼ぶ。

実際のオプションが理論価格の＄20よりも高ければ、投資家の売りが増加し、結局「需要と供給の法則」によって、オプションの価格は下落するであろう。同様に、理論価格よりも低ければ、いずれオプションの価格は上昇するであろう。つまり、どちらの場合でも、投資家の裁定行動によってオプションの価格は理論価格に落ち着くのである。

市場に裁定機会が存在すれば、誰でもそれを利用しようとするであろう。なぜならば、リスクなしで確実に利益を上げられるからである。この事実は、オプションの評価に際して非常に重要

な意義をもってくる。すなわち、オプションの価格は＄20でなければならないし、もしそうでなければ裁定が働くから、リスクに対する投資家の姿勢、対処方法はオプションの価値決定には無関係なのである。投資家がリスクを嫌悪しようが、リスクに無関心であろうが、オプションの価格には影響を与えない。どちらの投資家であろうとも、オプションの価格は同じなのである。

以上の議論から、X社のオプション価値を代替的な方法で求めることができる。具体的には、まず、すべての投資家がリスクに無関心であるような世界（リスク中立の世界と呼ぶ）を想定し、この仮想的な世界でオプションの期待将来価値を計算する。そしてオプションの現在価値は、期待将来価値を金利で還元して得られる。この代替的な方法でX社のオプション価値を計算してみよう。

投資家がリスクに無関心であれば、リスクのある株式に対してプレミアムを要求しないから、株式の期待収益は金利に等しいはずである：

X社株の期待収益＝年率１０％（＝金利）

X社の株式は50％上昇して＄210になるか、21.5％下落して＄110になるかであった。ゆえに仮想的なリスク中立世界において、以下のように株価上昇の確率（P）を計算することができる（X社は無配であることに注意）：

X社株の期待収益＝Ｐ×５０＋（１－Ｐ）×（－２１．５）＝１０％

すなわち、株価上昇の確率Pは44％、下落する確率は56％（＝1－44％）である。

株価が上昇すればX社の１年後のオプション価値は＄50、下落すれば無価値である。従って、コール・オプションの1年後の期待値は：

Ｐ×５０＋（１－Ｐ）×０＝．４４×５０＋．５６×０

＝＄２２

ゆえに、コールの現在値はこの1年後の期待値を金利で割り引いて：

期待値／（１＋金利）＝２２／１．１０

＝＄２０

これは前回に求めたコール・オプションの価格と厳密に一致している。

ここでオプション評価の代替的な２方法を要約しておこう。

①オプションの再現による方法：オプション投資を再現する株式と貸し付けの組み合わせを作る。双方の将来ペイオフは等しいから、現在の価値も等しくなければならない。

②リスク中立による方法：投資家はリスクに無関心（中立）であるような世界を想定する。この世界では株式の期待収益は金利に等しくなる。リスク中立世界におけるオプションの期待将来価値を計算し、それを利子率で還元してオプションの現在価値を求める。

投資家はすべてリスク中立であるとしてオプションの価値を評価する方法は、1976年にコックス(John Cox)とロス(Stephen Ross)によって示唆された。オプションの評価を単純化できるので、幅広く用いられるようになった。注意すべきは、仮想的なリスク中立世界で求められたオプション価格は、投資家がすべてリスク回避であるような世界でも当てはまるという点である。オプションを評価する際には、投資家のリスクに対する選好を考慮する必要はないのである。

43. ブラック・ショールズ・モデル

1973年にブラックとショールズ（以下Ｂ・Ｓ）は無配株のヨーロピアン・コール・オプションの理論価格Cを次の式で与えた：

$$C = SN(d_1) - Xe^{-r(T-t)}N(d_2)$$

Ｓは現在の株価、ｒはリスク・フリーの金利、（Ｔ－ｔ）はオプションの満期、Ｘは行使価格である。またＮ（・）は累積正規分布を表わす。d_1とd_2は以下のように定義される：

$$d_1 = [\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)(T-t)] / \sigma\sqrt{T-t}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

ｌｎは自然対数、σは株価のボラティリティーである。断るまでもなく、ｅは自然対数の底で2.71828である。

Ｂ・Ｓ式導出の細かい点は後に触れるとして、いくつかの基本的な特徴をまずまとめておこう。

株式の期待収益率は式の右辺に表れていないから、オプションの価値には直接的には影響しない。ある意味では、期待収益率の情報はすでに株価に含まれているといえる。

次にＮ（ｄ）という項がある。直観的には（厳密ではない）以下のように説明することができる。

Ｂ・Ｓ式のＮ（d_1）とＮ（d_2）がともに１に近いとしよう。これはオプションが行使される確率が高いことを意味する。この時、オプションの価値は$S - Xe^{-r(T-t)}$に等しくなる。これは現在の株価から行使価格の現在価値を引いたもので、オプションの調整された本質的価値と呼ばれる。換言すれば、行使が確実である場合、買い手は現在価値Ｓに対する請求権をもつと同時に、行使価格の現在価値に対して債務(obligation)を負っていることになる。

Ｂ・Ｓ式のＮ（ｄ）が両方ともにゼロに近い場合、オプションが行使される確率はほとんどゼロで、式からコールは無価値であることになる。Ｎ（ｄ）がゼロと１の中間にある場合、コールの価値はイン・ザ・マネーで終了する確率を調整したコールの潜在的なペイオフの現在価値になる。

株価が上昇するとd_1とd_2は増大する。行使価格に比べて株価が高ければ高いほど、将来行使される確率は高くなる。

上記のＢ・Ｓ式（無配株のヨーロピアン・コール）から、オプションの価値は、現在の株価、行使価格、満期、ボラティリティー、リスク・フリー金利の関数になっている。これらの変数（パラメーターと呼ぶ）のオプション価格に与える影響をまとめておこう。

①現在の株価：この効果は明らかである。コール・オプションの価値は、株価の上昇とともに高くなる。

②行使価格：行使価格が下がれば、コールの価値は上がる。なぜならば、買い手にとってオプションの行使で利益を上げる幅が大きくなるからである。

③満期：一般的には、満期が長いオプションの価値は、満期の短いオプションの価値よりも高い。これは満期が長いほど、ボラティリティー（不確実性）が高くなる傾向にあるからである。

④ボラティリティー：ボラティリティーが上昇すると、株価は乱高下する。株式の保有者にとってはこれらは互いに相殺し合う。しかしコールの保有者にとってはそうではない。コールの保有者は株価上昇からの利益を享受するが、株価が下落しても下落リスクは限定される。というのはオプションの価値はゼロ以下にはなり得ないからである。すなわちボラティリティーが上昇すると、コールの価値は高くなる。オプション価格に最も大きな影響を与えるのはボラティリティーであり、これを利用するのがボラティリティー・トレーディングである。

⑤リスク・フリーの金利：オプションを評価する際にはリスク中立の世界を想定することができる。リスク・フリー金利が上昇すると株価の増加率は上昇するが、将来キャッシュ・フローの現

在価値は減少する。前者はコールの価格を上昇させるが、後者はコールの価格を下落させる。一般的に前者の効果は後者を上回るから、コールの価格はリスク・フリー金利の上昇につれて高くなる。

44.　オプション価格の簡便計算法

ブラック・ショールズ式によるオプション価格を導く前に、オプション価格とヘッジ比率の簡便な計算方法を説明しておこう。

これはあらかじめ用意された表を活用する。このような表は証券会社などのオプション・ブローカーが提供している。

下表を利用するために以下の4ステップを踏襲する：

①ステップ1：株価の比率的変化の標準偏差にオプション満期の平方根を乗じる。これは下表の列（縦）に示されている。たとえばX社の株価の標準偏差が40％であれば、4年満期のオプションについては

標準偏差×$\sqrt{満期}$＝．４０×$\sqrt{4}$）＝．８０

と計算される。

②ステップ2：オプション行使価格の現在価値に対する株価の比率を計算する。X社の現在の株価が140、行使価格が160、金利が12.47％とすれば

株価÷行使価格の現在価値＝140÷160／（1.1247）4＝1.4

となる。これは表1の行（横）に示されている。

③ステップ3：ここで表1を利用する。ステップ1の値＝.80とステップ２の値＝1.4から、X社の4年物コール・オプションの価格は株価の43.1％、すなわち60.34（＝140×.431）と求められる。

同一満期のプット・オプションの価格はプット・コール・パリティー（後述）から計算される。すなわち、プット価格＝コール価格＋行使価格の現在価値－株価から、プットは20.34となる。

④ステップ4：表2を利用してオプション・デルタ（ヘッジ比率）を求める。ステップ1とステップ2の値から、X社のデルタは.794である。これは、ステップ3で求められた60.34のコール・オプションを買う代りに、株式の.794分を111.16（＝140×.794）で買い、その差額50.82（＝111.16－60.34）は借り入れで調達すればよいことを意味している。注意すべきは、時間の経過とともに株価は変化し、その結果、オプションのデルタも変化するという点である。したがって、借り入れによる株式のポジションは時間の経過とともに調整しなければならない。これはダイナミック・ヘッジングと呼ばれる方法であるが、オプションのヘッジングでは最もポピュラーなものである。詳細については、後で取り上げる。

プットのオプション・デルタを求めるには、単にコールのオプション・デルタ（表2）から1を差し引けばよい：

プット・オプション・デルタ＝コール・オプション・デルタ－1

＝．７９４－１＝－．２０６

すなわち、20.34でX社のプットを買う代りに、株式の.206分を売り、手元にある現金（＝20.34＋.206×140）で安全資産（ＴＢ）に投資すればよい。

表1：コール価格（株価の％表示）

		ステップ2			
		1.35	1.40	1.45	1.50
ステップ1	.70	……	……	……	……
	.75	……	……	……	……
	.80	41.8	43.1	44.4	45.6
	.85	……	……	……	……
	.95	……	……	……	……

表2：コールのヘッジ比率（株価の％表示）

		ステップ2			
		1.35	1.40	1.45	1.50
ステップ1	.70	……	……	……	……
	.75	……	……	……	……
	.80	78.1	79.4	80.6	81.8
	.85	……	……	……	……
	.95	……	……	……	……

45. 連続複利

いままでにもプット・コール・パリテイーの関係を何回か利用した。次回はこの関係式を導くが、その前にオプションやより複雑な派生的証券の評価で頻繁かつ広範囲に使われる「連続複利」(continuously compounding rate) を説明しておこう。

初期投資額Ａが年率Ｒでｎ年間運用されるとしよう。Ｒが年１回の複利であれば、投資額Ａのｎ年後の期末価値は

$$A(1+R)^n$$

であり、年当りｍ回の複利ならば、投資の期末価値は

$$A(1+R/m)^{mn}$$

となる。たとえば、半年複利ならばｎ＝１０年の場合、ｍ＝２、ｍｎ＝２０；四半期複利ならば、ｍ＝４、ｍｎ＝４０；月次複利ならば、ｍ＝１２、ｍｎ＝１２０；週複利ならば、ｍ＝５２、ｍｎ＝５２０；等々である。

年当り複利の回数ｍが増大するにつれて、複利の総数ｍｎも増加する。ｍ→∞という極限ではＲは連続複利になり、$(1+R/m)^{mn}$ は以下のように書くことができる：

$$\lim_{m\to\infty}(1+R/m)^{mn}$$

ところで

$$\lim_{m\to\infty}(1+1/m)^{m}=e$$

であるから、ｍ／Ｒ＝ｕと置いて、１＋Ｒ／ｍ＝１＋１／ｕから

$$\lim_{m\to\infty}(1+R/m)^{mn}=\lim\{(1+1/u)^{u}\}^{Rn}$$

$$=e^{Rn}$$

となる。すなわち、連続複利による投資額Ａの期末価値は

$$Ae^{Rn}$$

である（ｅ≒２．７１８２８）。実務的には、連続複利は日々の複利に相当すると考えればよい。

ある投資額の期末価値をｎ年にわたり連続複利の率Ｒで計算するには、この投資額にe^{Rn}を乗ずればよいし、期末価値を連続複利の率Ｒで現在価値に還元するには、e^{-Rn}を乗ずる。

Ｒを連続複利の金利、Ｑをそれと同等な年ｍ回の（離散的な）複利とすれば、次式が成立する：

$$Ae^{Rn}=A(1+Q/m)^{mn}$$

すなわち

$$e^{R}=(1+Q/m)^{m}$$

これは

$$R=m\log(1+Q/m)$$

$$Q=m(e^{R/m}-1)$$

を意味する。log は自然対数である。上の２式は、複利の回数が年ｍ回の金利を連続複利の金利に変換したり、その逆の変換に利用される。

例１：年率１０％、半年複利の金利を考える。連続複利では

$$2\log(1+0.1/2)=0.09758$$

すなわち、年率９．７５８％である。

例２：銀行ローンの連続複利の金利が年率８％で、実際の金利は四半期毎に支払われるとしよう。四半期毎の複利で同等の金利は

$$4(e^{0.02}-1)=0.808$$

すなわち、年率８．０８％である。これは、＄１０００のローンについて、毎四半期＄２０．２０（＝＄１０００×０．０８０８÷４）の支払いが必要とされることを意味している。

今後も連続複利はしばしば出てくるから、しっかり理解しておかなければならない。

46. プット・コール・パリティー

いままでにもプット・コール・パリテイーは何回か出てきた。これはプットとコールの理論的な関係を示す式である。

プット・コール・パリティーを使うと、一定の行使価格と満期日の（ヨーロピアン）プット・オプションの価値は、同一の行使価格と満期日の（ヨーロピアン）コール・オプションから演繹される。逆に、プットの価値からコールの価値を求めることもできる。またポートフォリオ・インシュアランスを構築する際にも利用される。

さてコールとプットの関係を見るために、以下のような２種類のポートフォリオを考えよう（いずれのオプションも無配とする）：

ポートフォリオＡ＝１コール・オプション＋Ｔ時点でＸという価値をもつ割引債

ポートフォリオＢ＝１プット・オプション＋１株

オプションの満期をＴ、行使価格をＸ、満期における株価をS_Tとすれば、Ｔ時点におけるポートフォリオＡの価値は１コール・オプションと割引債の合計である：

$$\max(0,\ S_T-X)+X=\max(X,\ S_T)$$

同様に、ポートフォリオＢのＴ時点における価値は１プット・オプションと株価の合計である：

$$\max(X-S_T,\ 0)+S_T=\max(X,\ S_T)$$

すなわち、ポートフォリオＡもＢもＴ時点において同一の価値、$\max(X,\ S_T)$ をもつことが分かった。

次に、無配株のコール・オプションは決して満期前には行使されないことを示そう。新しいポートフォリオＣを考える：

ポートフォリオＣ：１株

t時点（$t<T$）における株価をSとすれば、ポートフォリオCのt時点の価値はSである。一方、t時点でコール・オプションが行使されると、ポートフォリオAの価値はコールの価値（$=S-X$）と割引債の価値［$=Xe^{-r(T-t)}$］の合計になる。ゆえに、リスク・フリーの金利rがプラスであるとすれば、t時点のAの価値はCよりも小さい：

$$\text{ポートフォリオA}=S-X+Xe^{-r(T-t)}<\text{ポートフォリオC}=S$$

ところでオプションが満期Tまで保有されると、ポートフォリオAの価値はmax（X，S_T）であった。ポートフォリオCの価値はS_Tである。$S_T<X$となるチャンスは常にあるから、T時点ではAの価値はC以上である：

$$\text{ポートフォリオA}\geqq\text{ポートフォリオC}$$

以上から次のことがいえる。オプションが満期前に行使されると、ポートフォリオAの価値はポートフォリオCよりも低く、またオプションの保有者が行使を満期まで延ばすと、Aの価値は少なくともCと同等である。ここから無配株のコール・オプションは満期前には行使されないと結論できる。したがって、無配株のアメリカン・コールは同一株式の対応するヨーロピアン・コールと同価値である。

ただし、有配株やプット・オプションの場合には、満期前の行使が最適になることもある点を注意しておこう。また無配株のコールを保有する投資家が将来、株価が下落すると感じたら、満期前に行使するのではなく、オプションを売るべきである。

さてコールの満期前行使はないことが分かったので、ポートフォリオAとBに戻って考える。AとBは満期時点Tでその価値は等しいから、それ以前の時点tでも等しくならなければならない。t時点のコール価値をc（小文字）とすれば、ポートフォリオAの価値は$c+Xe^{-r(T-t)}$である。t時点のプット価値をp（小文字）とすれば、ポートフォリオBの価値は$p+S$である。ゆえに次式が成立する：

$$c+Xe^{-r(T-t)}=p+S$$

換言すれば、コール価値に行使価格の現在価値を加えたものは、プット価値と株価を加えたものに等しい。これをプット・コール・パリティーと呼ぶ。

問題：行使価格が20、5ヵ月満期の無配株コールの価格が1.5であるとする。現在の株価を19、リスク・フリーの金利を年10％として、同一の行使価格と満期のヨーロピアン・プットの価格を求めよ。(答：プット・コール・パリティーからプットの価格は1.68である)。