遺伝的アルゴリズムにおける適合度比例選択戦略を採用した進化方程式の，パターン多段階変換に基づく認識への応用

鈴木　昇一

An Application of an Evolutional Equation about a Proportional-Selective Strategy of a Fitness Employed in the Genetic Algorithm to a Recognition Based on Multi-Stage Transformation of Patterns

Shoichi Suzuki

あらまし

遺伝(的)アルゴリズム(GA)は初期化・再生或いは選択・交叉・突然変異・終了判定の手順を踏んで実行される．GAでは，世代間の，各遺伝子型の出現についての相対頻度の時間的発展は進化差分方程式で記述されている．

本論文では，この遺伝(的)アルゴリズムにおける在来の適合度比例戦略場面での進化方程式を進化ポテンシャルを導入することによって微分方程式へと一般化される．提案された進化微分方程式を簡単な諸条件下で離散近似すれば，在来の進化差分方程式が得られる．この一般化進化方程式が，処理の対象とする問題のパターンを多段階にわたって変換しながら認識する手法における類似度変換に応用され，得られた認識法は多段階類似度変換認識法(multi-stage similarity-transformational recognition; MSSTR)と呼ばれる．

類似度分布の不動点を求める多段階類似度変換が1-0類似度分布(ある１つのカテゴリの類似度が1になり，他のすべてのカテゴリの類似度が0である類似度分布)へ収束するための諸条件が研究される．

多段階にわたってパターンモデル変換を行い，構造受精変換の不動点(あるカテゴリの代表パターンのモデル)を探索する形で想起し，認識する手法，つまり，不動点探索型・多段階パターンモデル帰納推理変換・想起認識法(SS-想起多段階認識法)においても，提案されるこの類似度変換は最終認識への収束を速めるのに用いることができる．SS認識法も類似度分布の不動点を求める認識動作を遂行するが，MSSTRは任意の認識の働きをシミュレートできる万能性のSS認識法の，1種の簡単化であることが明らかにされる．

キーワード

類似度分布　　不動点　　遺伝的アルゴリズム　　進化ポテンシャル

進化方程式　　SS-多段階認識

Abstract

Genetic algorithms(GA) consists of initializations, reproductions or selections, crossovers,mutations, and judgements of termination. Relative occurrences of each genotype between generations are described by an evolutionary equation of a finite-difference.

It is presented here that a conventional finite-difference equation of evolution about a proportional-selective strategy of a fitness using a propotional-selective strategy can be generalized to a differential equation by newly introducing an evolution potential. A discrete approximation of a differential equation presented here is the conventional equation under selected conditions. We apply this generalized evolutionary equation to successively transforming similarities between a pattern to be processed in question and typical patterns of categories. As a result a multi-stage similarity-transformational recognition(MSSTR) follows.

Subsequently we study some conditions for an algorithm which aims at seeking for a fixed point of distributions of occurrences using the multi-stage similarity-transformation to converge to 1-0 distribution which is characterized by the similarity between the pattern and a typical pattern of only category being 1, and similarities between the pattern and the typical patterns of other categories being 0.

A multi-stage similarity-transformation(MSST) can be used so as to speed up a convergence of SS method of associative recognition,which transforms pattern-models through multi-stage,and searches for a fixed-point(a model corresponding to a typical pattern of a category) of a structural fertilization transformation. It is called a method(SSMAR) of associative recognition which is a type of searching for a fixed-point by inductively reasoning the desired pattern-model through the multi-stage pattern-transformation.In the same way of that SSMAR operates the fixed-point of the distribution, MSSTR is a simplified method of SSMAR which has been proven to be universal in a sense of that any faculty of recognition can be simulated by SSMAR.

Key words : distribution of similarities　fixed point　genetic algorithm
evolutional potential　evolutional equation　SS-multi-stage recognition

1. まえがき

5手順

(1)初期化　(2)再生或いは選択　(3)交叉　(4)突然変異　(5)終了判定　(1.1)

を踏んで実行される遺伝(的)アルゴリズム［A6］,［A7］は，目的関数の非局所的でない極値をもたらす多独立変数値を生物の進化に習った形式で適応的学習に基づき探索できる適用範囲の広いアルゴリズムである．与えられた問題，即ち，環境への適合度の高い個体を増殖させ，低い個体を淘汰させる場合の適合度比例戦略においては，

世代間の，各遺伝子型の出現についての相対頻度の時間的発展　(1.2)

を，環境に対する適応度を用いて進化差分方程式として記述する．

本論文では，この種の進化差分方程式を一般化し(新規性)，処理の対象とする問題のパターンを多段階にわたって変換しながら認識する手法における類似度変換に応用する(新規性･有効性)．

不動点探索型・多段階パターンモデル帰納推理変換・想起認識法(SS想起認識法) [B3], [B4], [B6] においても，提案されるこの類似度変換は最終認識への収束を速めるのに用いることができる(有効性).

1つの段階で(単一段階で)，処理の対象とする問題のパターンφが帰属するカテゴリを

Recognizer assigns pattern φ to the j th
category with the maximum similarity of φ (1.3)

と決定する単一段階パターン変換認識法と異なり，

Recognizer assigns φ to the jth category with the maximum similarity of
$\varphi[t]$, finding a sequence
$\varphi[0]$, $\varphi[1]$, $\varphi[2]$, …, $\varphi[t]$ (1.4)
of patterns, where the first-stage pattern $\varphi[0]$ must be a model corresponding
to φ, and the pattern $\varphi[t]$ at the t-th stage must satisfy a termination-criterion (1.5)

と多段階にわたり原パターンφを変換していって認識する多段階パターン変換認識法は，初期の段階で決定したならば犯すであろう認識の誤りを訂正できる可能性を秘めている．この意味で，多段階パターン認識法の構成原理，構成アルゴリズムは，単一段階パターン認識法の改良となっているように構築できることが少なくない [B2], [B3], [B4].

本論文は多段階パターン変換認識技術を簡単に実現できる**多段階類似度変換認識法**を新たに研究するものである(新規性).

適応度比例**選択のみを考慮した**従来の進化を記述する従来の連立差分方程式 [A14]

$$x_i(t+1) = [f_i/\{\sum_{k=0}^{n-1} f_k \cdot x_k(t)\}] \cdot x_i(t),$$
$$i=0, 1, 2, \cdots, -1,$$
$$t=0, 1, 2, \cdots \qquad (1.6)$$

は，ポテンシャル関数Gを導入すれば，連立微分方程式

$$dx_i(t)/dt = -\tau_i(t) \cdot x_i(t) + \nu_i(t) \cdot [x_i(t) \cdot \partial G(x_j(t), j=0, 1, 2, \cdots, n-1)/\partial x_i(t)] \Big/ \sum_{k \in J} x_k(t) \cdot \partial G(x_j(t), j=0, 1, 2, \cdots, n-1)/\partial x_k(t),$$
$$i=0, 1, 2, \cdots, n-1,$$
$$t \geqq 0 \qquad (1.7)$$

と一般化できることを示す．事実，$G(x_j(t), j=0, 1, 2, \cdots, n-1)$として，

$$G(x_j(t), j=0, 1, 2, \cdots, n-1) = \sum_{j=0}^{n-1} [f_j \cdot x_j(t) + c_j] \qquad (1.8)$$

を採用すれば，離散近似式条件

$$\Delta t=1, \ \tau_i(t) = \nu_i(t) = 1 \qquad (1.9)$$

の下で，微分方程式(1.7)は差分方程式(1.6)になることが直ちに，わかる．

その後，この一般化され得る事実などを使って，

多段階にわたってパターンモデル変換を行い，構造受精変換の
不動点(あるカテゴリの代表パターンのモデル)を探索する形で
想起し，認識する手法(不動点探索型・多段階パターンモデル

帰納推理変換·想起認識法［B3］，［B4］，［B6］） (1.10)

において，“S.Suzukiの提案したaxiom 2を満たす類似度関数SMの多段階変換”が可能であることを示す．また，この類似度SMの多段階変換に基づいて，不動点探索型·多段階パターンモデル帰納推理変換·想起認識法の簡単化に相当する“多段階パターンモデル変換·認識法(多段階類似度変換認識法)”が提案される．

本論文では，文献［A14］での，遺伝的アルゴリズムにおける遺伝子比例選択のみを考慮した連立差分進化方程式(1.6)の一般化が進化ポテンシャルGの導入下での連立微分方程式(1.7)であると指摘した後，パターンを多段階にわたって変換しながら認識する手法へ応用する手法が研究される．

進化ポテンシャルGを導入し，axiom 2［B3］，［B4］を満たす類似度関数SMが時刻変数 t の関数として，Gの増大として進化すると考えよう．本論文では，その進化微分·差分方程式を各々，

$$
\begin{aligned}
&(一)\, dSM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)/dt \\
&= -\tau_j(t)\cdot SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t) \\
&\quad + \nu_j(t)\cdot[SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)\cdot \partial G/\partial SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)] \\
&\quad / \sum_{k\in J} SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t)\cdot \partial G/\partial SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t), \\
&\quad j\in J, \\
&\quad t\geqq 0
\end{aligned}
\tag{1.11}
$$

$$
\begin{aligned}
&(二)\, SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t+1) \\
&= [s_j/\sum_{k\in J} s_k\cdot SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t)]\cdot SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t) \\
&= s_j\cdot SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)/\sum_{k\in J} s_k\cdot SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t) \\
&, j\in J,\ t=0,\ 1,\ 2,\ \cdots
\end{aligned}
\tag{1.12}
$$

の如く，提案する．

SMが停留し，SMが進化しなくなるのは，

$$dSM(\varphi,\ \omega_j;t)/dt=0,\ j\in J \tag{1.13}$$

であるか(進化微分方程式(1.11)の場合)，SMが不動点方程式

$$SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t+1)=SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t),\ j\in J \tag{1.14}$$

を満たす場合である(進化差分方程式(1.12)の場合)．離散近似式条件

$$\Delta t=1 \tag{1.15}$$

の下では，2式(1.13)，(1.14)は同等であることに注意する．

このとき，通常，

$$[\exists j\in J,\ SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)=1] \tag{1.16}$$

$$\wedge \forall k\in J-\{j\},\ SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t)=0] \tag{1.17}$$

が成立し，認識システムは，式(1.3)の如く，“SMの不動点を求め，認識する動作”を遂行できる．

尚，self-contained descriptionと，本研究の適用範囲の拡大を目指し，付録Aを設けて，axiom 1～axiom 4［B3］，［B4］について解説されている．

2. 類似度関数SMの進化に基づく多段階変換

本章では，選択のみを考慮した進化方程式(2.1節)を説明し，この方程式を多段階相乗変換による類似度関数SMの変換に利用する(2.2節)．つまり，SMの連立差分方程式を導入し(2.2.1項)，多

段階変換の平均適応度S(t)の非減少性を証明する(2.2.2項). 更に, SMが進化しなくなり, 不動点方程式が成立する事態を分析する(2.3節). また, 進化方程式の時間的発展に伴って, 類似度分布の, t=0, 1, 2, …にわたる変遷を検討しよう(2.3節). つまり, 類似度が減少·停留·増加する3事態を考察し(2.3.1項), 特に, 類似度が平衡し停留するための条件を少し, 詳細に検討する(2.3.2項). 最後に, カテゴリ環境適応度sjの設定法を提案する(2.4節).

2.1 遺伝子型B_iの世代tにおける相対頻度$x_i(t)$に関する, 選択のみを考慮した進化方程式

文献[A14]では, 遺伝的アルゴリズムにおける交叉の効果がWalsh変換を用いて解析されている. 世代tにおける集団の平均適応度

$$\overline{f}(t)=\sum_{i=0}^{n-1} fi\cdot xi(t) \tag{2.1}$$

を用い,

$$\sum_{i=0}^{n-1} x_i(t)=1,\ t=0, 1, 2, \cdots \tag{2.2}$$

を満たす第i番目の遺伝子型に対応するℓ桁2進ビット列B_i(非負整数iの2進数表現)の世代tにおける相対頻度$x_i(t)$に関する連立差分方程式, つまり, 適応度比例選択のみを考慮した進化方程式(式(1.6)のこと)

$$x_i(t+1)=[f_i/\overline{f}(t)]\cdot x_i(t),\ i=0, 1, 2, \cdots, n-1 \tag{2.3}$$

の解$x_i(t)$が

$$x_i(t)=f_i\cdot x_i(0)/\sum_{j=0}^{n-1} f_j^t\cdot x_j(0),\ i=0, 1, 2, \cdots, n-1 \tag{2.4}$$

であることなどが示されている. ここに, f_iは遺伝子型B_iの環境に対する適応度である.

以上などを, SM相乗多段階変換に次節で利用する.

2.2 多段階相乗変換による類似度関数SMの変換

付録Aのaxiom 2を満たす式(A3.5)の類似度関数SMを導入する.

処理の対象とする問題のパターン$\varphi\in\Phi$を1つ選び, 以後, これを固定する.

2.2.1 SMの連立差分方程式

固定したパターン$\varphi\in\Phi$の類似度分布

$$SM(\varphi,\ \omega_i),\ i\in J \tag{2.5}$$

を変換するため, 初期条件

$$SM(\varphi,\ \omega_i\ ;\ t)\,|_{t=0}=SM(\varphi,\ \omega_i),\ i\in J \tag{2.6}$$

を設定する. 第t(=0, 1, 2, …)変換段階の, パターン$\varphi\in\Phi$の類似度分布

$$SM(\varphi,\ \omega_i\ ;\ t),\ i\in J \tag{2.7}$$

の多段階相乗変換(連立差分方程式; 進化方程式)

$$\begin{aligned} &SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t+1)\\ &=[s_j/\sum_{k\in J} s_k\cdot SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t)]\cdot SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)\\ &=s_j\cdot SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)/\sum_{k\in J} s_k\cdot SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t),\ j\in J,\ t=0, 1, 2, \cdots \end{aligned} \tag{2.8}$$

を考えよう. ここに,

s_jは第$j\in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$の環境についての
適応度(カテゴリ環境適応度)である (2.9)

と解釈する各s_jに, 完全正条件

$$\forall j \in J,\ s_j > 0 \tag{2.10}$$
を常に課しておく.

変換式(2.8)の多段階変換，つまり，進化論的時間発展によって，式(2.5)の初期類似度分布を変換して行けば，

ある1つのカテゴリ番号$j \in J$につき，

$$SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t) \leqq SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t+1) \tag{2.11}$$

と変換され，また，1つとは限らないカテゴリ番号$k \in J-\{j\}$につき，

$$SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t) \geqq SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t+1) \tag{2.12}$$

と変換され，原パターンφの，式(2.5)の初期類似度分布類似度分布が強調されていって，2式(1.16), (1.17)の1－0分布へと近づいていく，つまり，

$$\exists j \in J,\ SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t) \to 1 \tag{2.13}$$

$$\wedge [\forall k \in J-\{j\},\ SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t) \to 0] \tag{2.14}$$

が，$t \to \infty$のとき成立する場合があることを示そう.

このとき, 次の定理2.1が成立ち，連立差分方程式(2.8)の解が得られた.

［定理2.1］（連立差分進化方程式の解定理）

連立差分進化方程式(2.8)の解$SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)$は

$$\begin{aligned} &SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t) \\ &= s_j^t \cdot SM(\varphi,\ \omega_j) / \sum_{k \in J} s_k^t \cdot SM(\varphi,\ \omega_k), \\ &,\ j \in J,\ t=0,\ 1,\ 2,\ \cdots \end{aligned} \tag{2.15}$$

である.

（証明）　式(2.15)の$SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)$が方程式(2.8)を満たすことは以下のように示される：

$$\begin{aligned} &\text{式(2.8)の右辺} \\ &= s_j \cdot SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t) / \sum_{i \in J} s_i \cdot SM(\varphi,\ \omega_i\ ;\ t) \\ &= s_j \cdot s_j^t \cdot SM(\varphi,\ \omega_j) \\ &/ \sum_{i \in J} s_i \cdot s_i^t \cdot SM(\varphi,\ \omega_i) \\ &= SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t+1) \quad \because \ \text{式(2.15)} \\ &= \text{式(2.8)の左辺}. \end{aligned} \tag{2.16}$$

□

連立差分方程式(2.8)の解として得られた$SM(\varphi,\ \cdot\ ;\ t)$は式(2.5)のSMと同様に，多段階認識の働き［B3]，[B4］で用いることができることは，次の定理2．2からわかる.

［定理2.2］（類似度関数の形成定理）

各カテゴリ環境適応度s_jの正条件式(2.10)の下で,

$$SM'(\varphi,\ \omega_j) \equiv SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t),\ j \in J \tag{2.17}$$

と定義される類似度関数

$$SM' : \Phi \times \Omega \to \{s \mid 0 \leqq s \leqq 1\} \tag{2.18}$$

はaxiom 2を満たす.

（証明）式(2.5)のSMがaxiom 2を満たしていることに注意し，$SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)$の表現式(2.15)を使う.

axiom 2,（ i ）(正規直交性)の成立：式(2.5)のSMが正規直交性を満たしているから，正条件式(2.10)の下で，SM′は正規直交性を満たす.

axiom 2, (ii)(規格化条件)の成立：表現式(2.15)から明らか.

axiom 2, (iii)(T－不変性)の成立：式(2.5)のSMがT－不変性を満たしているから，表現式(2.15)から明らか. □

上述の定理2.2の1つの応用としては，文章式(1.10)において，"S.Suzukiの提案したaxiom 2を満たす類似度関数SMの多段階変換"が可能であることを指摘できる. □

2.2.2 多段階変換の平均適応度$\overline{S}(t)$の非減少性

多段階変換における第t段階のカテゴリ平均適応度

$$\overline{S}(t) \equiv \overline{S}(\varphi\ ;\ t)$$
$$\equiv \sum_{k \in J} s_k \cdot SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t) \tag{2.19}$$

と，その世代ごとの差

$$\overline{\Delta S}(t) \equiv \overline{S}(t+1) - \overline{S}(t) \tag{2.20}$$

，並びに，分散

$$\mathrm{Var}(\overline{S}(t))$$
$$\equiv \sum_{k \in J} [s_k - \overline{S}(t)] \cdot SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t)$$
$$= \sum_{k \in J} s_k^2 \cdot SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t) - \overline{S}(t)^2$$
$$\because\ \text{定理2.2で成立が示されているaxiom 2, (ii)} \tag{2.21}$$

を導入する.

進化方程式(evolutional equation)と呼ばれてよい連立差分方程式(2.8)は

$$SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t+1)$$
$$= [s_j/\overline{S}(\varphi\ ;\ t)] \cdot SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)$$
$$,\ j \in J,\ t = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots \tag{2.22}$$

と再表現されることに注意しておく.

次の定理2.3は，平均適応度$\overline{S}(t)$(＝$\overline{S}(\varphi\ ;\ t)$)の世代ごとの増加$\overline{\Delta S}(t)$は平均適応度$\overline{S}(t)$の分散$\mathrm{Var}(\overline{S}(t))$と平均適応度$\overline{S}(t)$との比であり，よって，多段階変換のカテゴリ平均適応度$\overline{S}(t)$の，非減少性が成立していることを明らかにしている.

[定理2.3]（カテゴリ平均適応度$\overline{S}(t)$の非減少定理)

$$\overline{\Delta S}(t) = (1/\overline{S}(t)) \cdot \mathrm{Var}(\overline{S}(t)) \geqq 0. \tag{2.23}$$

が成立し，多段階変換のカテゴリ平均適応度$S(t)$について，非減少性

$$\overline{S}(0) \leqq \overline{S}(1) \leqq \overline{S}(2) \leqq \cdots \leqq \overline{S}(t) \leqq \overline{S}(t+1) \leqq \cdots \tag{2.24}$$

が成立する.

（証明） 式(2.19)の$\overline{S}(t+1)$を計算すれば,

$$\overline{S}(t+1)$$
$$= \sum_{j \in J} s_j \cdot$$
$$s_j \cdot SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t) / \sum_{k \in J} s_k \cdot SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t) \qquad \because\ \text{式(2.8)}$$
$$= \sum_{j \in J} s_j^2 \cdot SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t) / \overline{S}(t) \tag{2.25}$$

であるから,

$$\overline{\Delta S}(t)$$
$$= \overline{S}(t+1) - \overline{S}(t) \quad \because\ \text{式(2.20)}$$

$$=\sum_{j\in J} s_j^2\cdot SM(\varphi,\ \omega_j;\ t)/\overline{S}(t)-\overline{S}(t) \qquad \because\ 式(2.25)$$
$$=[\sum_{j\in J} s_j^2\cdot SM(\varphi,\ \omega_j;\ t)-\overline{S}(t)^2]/\overline{S}(t) \tag{2.26}$$
$$=\mathrm{Var}(\overline{S}(t))/\overline{S}(t)\geqq 0. \qquad \because\ 式(2.21) \qquad \square$$

2.3 類似度分布の不動点方程式

進化方程式(2.22)の時間的発展に伴って，式(2.7)の類似度分布の，$t=0, 1, 2, \cdots$にわたる変遷を検討しよう．

2.3.1 類似度の減少・停留・増加

先ず，次の補助定理2.1を証明しよう．

［補助定理2.1］（平均適応度の正条件）

各カテゴリ環境適応度 s_j の正条件式(2.10)の下で，

$$\forall_t\in\{0, 1, 2, \cdots\},\ \overline{S}(\varphi\ ;\ t)>0. \tag{2.27}$$

（証明）$\overline{S}(\varphi\ ;\ t)$の定義式(2.19)を考慮し，結論を否定して，

$$\sum_{k\in J} s_k\cdot SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t)=0$$

が成り立つとしよう．よって，

$$\forall j\in J,\ s_j\cdot SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)=0$$
$$\therefore\ 式(2.10)より,\ \forall j\in J,\ SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)=0$$

を得，

$$\sum_{k\in J} SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t)=1 \tag{2.28}$$

$\because$ 定理2.2から，$SM(\varphi, \cdot\ ;\ t)$がaxiom 2,（ii）（規格化条件）を満たす

に矛盾する．□

式(2.8)でいう類似度の変換過程

$$SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t),\ j\in J\rightarrow SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t+1),\ j\in J \tag{2.29}$$

において，その増減関係を検討しよう．

$$SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t+1)<,\ =,\ >SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)$$
$$\Leftrightarrow SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)\cdot【s_j/\overline{S}(\varphi\ ;\ t)-1】$$
$$<,\ =,\ >0(複号同順)\quad \because\ 式(2.19) \tag{2.30}$$

と同値な条件は

$$①SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)=0\Rightarrow SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t+1)=0.$$
$$\because\ 式(2.8)と補助定理2.1 \tag{2.31}$$
$$②0<SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)\leqq 1$$
$$\Rightarrow s_j<,\ =,\ >\overline{S}(\varphi\ ;\ t)$$
$$\because\ 式(2.19) \tag{2.32}$$

であることがわかる．この①，②から次の(a)，(b)，(c)，(d)が主張できる：

(a)$SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)=0$(最小値)をもつカテゴリ番号$j\in J$について，類似度は保存され，$SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t+1)=0$(最小値)．

(b)平均適応度$\overline{S}(\varphi\ ;\ t)$より大きいカテゴリ環境適応度$s_j$をもつカテゴリ番号$j\in J$について，$SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t+1)$は$SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)$より大きくなる．

(c)$\overline{S}(\varphi\ ;\ t)$と等しい$s_j$をもつカテゴリ番号$j\in J$について，$SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t+1)$は$SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)$と等しくなり，特に，$SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)=1$(最大値)をもつカテゴリ番号$j\in J$について，類似度は保存さ

れ，$SM(\varphi, \omega_j ; t+1)=1$（最大値）.

因みに，各カテゴリ環境適応度 s_j が同一の正定数 c ならば，つまり，

$$\forall j \in J, s_j = c \tag{2.33}$$

ならば，式(2.19)の平均適応度 $\overline{S}(\varphi ; t)$ は

$$\forall_t \in \{0, 1, 2, \cdots\}, \overline{S}(\varphi ; t)=c$$

$$\because \text{ 定理2.2から}SM(\varphi, \cdot ; t)\text{はaxiom 2, (ii)を満たす} \tag{2.34}$$

であることがわかり，不等式(2.24)は等式

$$\overline{S}(0)=\overline{S}(1)=\overline{S}(2)=\cdots=\overline{S}(t)=\overline{S}(t+1)=\cdots \tag{2.35}$$

になり，ありとあらゆる離散時刻 t において，不動点方程式

$$\forall t \in \{0, 1, 2, \cdots\}, \forall j \in J,$$

$$SM(\varphi, \omega_j ; t+1)=SM(\varphi, \omega_j ; t) \tag{2.36}$$

が成り立つことに注意しておく.

(d) $\overline{S}(\varphi ; t)$ より小さい s_j をもつカテゴリ番号 $j \in J$ について，$SM(\varphi, \omega_j ; t+1)$ は $SM(\varphi, \omega_j ; t)$ より小さくなる. □

カテゴリ平均適応度 $\overline{S}(t)$ の非減少定理（定理2.3）を考慮し，かつ，$SM(\varphi, \cdot ; t)$ がaxiom 2, (ii)（規格化条件）を満たすこと（定理2.2）を考慮すれば，上述の4事項(a), (b), (c), (d)から次の定理2.4が成立することがわかる.

［定理2.4］（多段階類似度変換の収束定理）

各カテゴリ環境適応度 s_j の正条件式(2.10)の下で考えよう．$t=0, 1, 2, \cdots$ と類似度変換段階番号t が増加するにつれて，式(2.19)の平均適応度 $\overline{S}(\varphi ; t)$ の単調増大列

$$\overline{S}(0)<\overline{S}(1)<\overline{S}(2)<\cdots<\overline{S}(t)<\overline{S}(t+1)<\cdots \tag{2.37}$$

が成立するとしよう．増加する $SM(\varphi, \omega_j ; t)$ をもつカテゴリ番号 $j \in J$ の個数は減少し，減少する $SM(\varphi, \omega_j ; t)$ をもつカテゴリ番号 $j \in J$ の個数は増加する．そして，$t \to \infty$ で2式(2.13), (2.14)が成り立つ.

1.3.2 類似度分布が停留するための条件の検討

ある時刻 t において，停留（平衡；equilibrium）するとは，「式(2.18)の類似度関数SM′，或いは，式(2.7)の類似度分布」の不動点方程式(fixed-point equation)

$$SM(\varphi, \omega_j ; t+1)=SM(\varphi, \omega_j ; t), j \in J \tag{2.38}$$

が成立することである．式(2.30)から，

不動点方程式(2.38)の成立

$$\Leftrightarrow SM(\varphi, \omega_j ; t)\cdot[s_j/\overline{S}(\varphi ; t)-1]=0, j \in J$$

$$\Leftrightarrow SM(\varphi, \omega_j ; t)=0 \vee [s_j/\overline{S}(\varphi ; t)-1]=0, j \in J \tag{2.39}$$

であり，

(一)式(2.39)において，$SM(\varphi, \omega_j ; t)=0$ が否定されて，

$$SM(\varphi, \omega_j ; t)>0 \tag{2.40}$$

の場合

不動点方程式(2.38)の成立

$$\Leftrightarrow s_j=\overline{S}(\varphi ; t)$$

$$=s_j \cdot SM(\varphi, \omega_j ; t)$$

$$+\sum_{k \in J-\{i\}} s_k \cdot SM(\varphi, \omega_k ; t) \quad \because \text{ 式(2.19)}$$

$>0 \quad \because$ 補助定理2.1

$, j \in J$ (2.41)

$\Leftrightarrow \forall j \in J,$

$s_j \cdot [1 - SM(\varphi, \omega_j ; t)]$

$= \sum_{k \in J - \{j\}} s_k \cdot SM(\varphi, \omega_k ; t)$

$, j \in J$ (2.42)

$\Leftrightarrow \forall j \in J,$

$SM(\varphi, \omega_j ; t)$

$= [1 - \sum_{k \in J - \{j\}} s_k \cdot SM(\varphi, \omega_k ; t)/s_j]$

$, j \in J$ (2.43)

が成り立つ．当然ながら，定理2.2からSM(φ, ・; t)はaxiom 2, (ii)を満たしているから，各 s_j の同一条件式(2.33)が成り立っていれば，最後の等式(2.43)は成立していることに注意する．この(一)から，次の(二), (三)が成立する：

(二)不等式(2.40)が成立している場合

不動点方程式(2.38)の成立と同値な条件は，

$1 > SM(\varphi, \omega_j ; t) > 0$ (2.44)

の場合，

$\exists k \in J - \{j\}, \ SM(\varphi, \omega_k ; t) > 0$ (2.45)

であることがわかる．何故ならば，

式(2.45)が否定されると，

$\forall k \in J - \{j\}, \ SM(\varphi, \omega_k ; t) = 0$ (2.46)

$\therefore \quad \sum_{k \in J - \{j\}} s_k \cdot SM(\varphi, \omega_k ; t) = 0$ (2.47)

を得るが，一方，

$0 < s_j \cdot [1 - SM(\varphi, \omega_j ; t)] \quad \because$ 2式(2.44), (2.10)

が成立しているから，等式(2.42)に矛盾するからである．

(三)不等式(2.40)が成立している場合

不動点方程式(2.38)の成立と同値な条件は，

$1 = SM(\varphi, \omega_j ; t)$ (2.48)

の場合，

$\forall k \in J - \{j\}, \ SM(\varphi, \omega_k ; t) = 0$ (2.49)

であることがわかる．何故ならば，

式(2.49)が否定されると，

$0 = s_j \cdot [1 - SM(\varphi, \omega_j ; t)] \quad \because$ 式(2.48)

$= \sum_{k \in J - \{j\}} s_k \cdot SM(\varphi, \omega_k ; t) \quad \because$ 式(2.42)

$> 0 \quad \because$ 2式(2.49), (2.10)

という矛盾を得るからである． □

以上の解析(一), (二), (三)から，次の定理2.5が得られる．

[定理2.5]（類似度の多段階変換における不動点定理）

不動点方程式(2.38)の成立と同値な条件は，次の3つ(i), (ii), (iii)の場合である：

(i) $SM(\varphi, \omega_j; t)=0.$ (2.50)

(ii) $SM(\varphi, \omega_j; t)$

$=[1-\sum_{k\in J-\{j\}} s_k\cdot SM(\varphi, \omega_k; t)/s_j]$ (2.51)

と表され，かつ

$0<SM(\varphi, \omega_j; t)<1.$ (2.52)

$\wedge[\exists k\in J-\{j\},\ SM(\varphi, \omega_k; t)>0].$ (2.53)

(iii) $SM(\varphi, \omega_j; t)=1$ (2.54)

$\wedge[\forall k\in J-\{j\},\ SM(\varphi, \omega_k; t)=0].$ (2.55)

□

先ず，

不動点方程式(2.38)の成立

⇒式(2.19)の平均適応度$S(\varphi; t)$の保存条件

$\overline{S}(\varphi; t+1)=\overline{S}(\varphi; t)$ (2.56)

の成立 (2.57)

に注意する．実は，不等式(2.37)が成立していれば，定理2.5の(ii)の場合は生じないというのが，定理2.4(多段階類似度変換の収束定理)である．そして，定理2.5の(i)，(iii)が有限の段階番号 t で生じるのは，1.3の①からわかるように，類似度SMの初期条件式(2.6)において，

$SM(\varphi, \omega_j; t)\mid_{t=0}=SM(\varphi, \omega_j)\in\{0, 1\}$ (2.58)

の場合である．

有限の時刻 t で定理2.5の(i)，(iii)が成立するのは望ましくないことではない．しかしながら，有限の時刻 t では，この事態は稀に生じることである．

要するに，不等式(2.37)が成立するように，不動点方程式(2.38)と同値な等式(2.43)が有限の時刻 t で成立させない各カテゴリ環境適応度 s_j が類似度SMの初期条件式(2.6)に対し選ばれていれば(1.3.1の(b)での，等式(2.33)が成立するような各 s_j の選定は特に回避しなければならないことに注意)，多段階類似度変換の収束定理(定理2.4)でいう2式(2.13)，(2.14)が $t\to\infty$ で成立することになる訳である．

2.4 カテゴリ環境適応度s_jの設定法

各代表パターンω_jの包含性質

$\forall j\in J,\ \exists t\in\{1, 2, \cdots, n_j\},\ \varphi_{j,t}=\omega_j$ (2.59)

を備えているパターン系列

$\varphi_{j,t},\ t=1, 2, \cdots, n_j,\ j\in J$ (2.60)

を用意する．ここに，

$\varphi_{j,t}$は，第$j\in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$に帰属する第 $t(\in\{1, 2, \cdots, n_j\})$番目のサンプルパターンである (2.61)

とする．

2条件

① $\|\varphi-\eta\|=0$のとき，1をとる (2.62)

② $\forall\varphi\in\Phi,\ \forall\eta\in\Phi,\ 0\leqq F(\varphi, \eta)\leqq 1$ (2.63)

を満たす2変数関数

$F: \Phi \times \Phi \rightarrow \{s \mid 0 \leqq s \leqq 1\}$ (2.64)

を用意する．FはParzen Window法での核関数(kernel function)といわれるものである．

パターンモデル$T\varphi$が与えられたときの第$j \in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$の事後生起確率$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi)$のParzen Window法による推定として，カテゴリ環境適応度s_jを選ぶことができるから，算術平均による通常の推定値

$$s_j = \sum_{t=1}^{n_j} F(T\varphi, T\varphi_j, t) / [\sum_{i \in J} \sum_{t=1}^{n_i} F(T\varphi, T\varphi_i, t)], \quad j \in J \tag{2.65}$$

と推定できる．

或いは，S.Suzukiによる最大値による推定値

$$s_j = n_j \cdot \max_{t=1 \sim n_j} F(T\varphi, T\varphi_{j,t}) / [\sum_{i \in J}^{n_i} \cdot \max_{t=1 \sim n_i} F(T\varphi, T\varphi_{i,t})] \tag{2.66}$$

をも選ぶことができる．最大値による推定式($4)は原パターンモデル$T\varphi$と最も一致するサンプルパターンモデル$T\varphi_{j,s}$から決まることに注意しておこう．

3. 進化ポテンシャルGの導入による類似度関数SMの進化に基づく多段階変換

本章では，進化ポテンシャルGを導入し，式(2.8)の進化方程式を一般化し，類似度関数SMの多段階変換を一般化する(3.1節)．具体的には，一般化連立進化微分・差分方程式系を提案し(3.1.1項)，SMの不動点を求める(3.1.2項)．更に，多段階類似度変換における各段階の表象$\varphi[t]$の行先$\lim_{t \to \infty} \varphi[t]$を議論する(3.2節)．

3.1 進化ポテンシャルGの導入による進化方程式の一般化に基づく類似度関数の多段階変換

3.1.1 一般化連立進化微分・差分方程式系

連立差分進化方程式系(2.8)の一般化を考えよう．**進化ポテンシャルエネルギー**

$$G(SM(\varphi, \omega_j; t), j \in J) \tag{3.1}$$

を導入する．Gは各変数$SM(\varphi, \omega_j; t)$の非減少関数としよう．更に，時刻変数tの2つの正値関数$\tau_j(t)$, $\nu_j(t)$を導入する．連立微分方程式系

$$\begin{aligned} &dSM(\varphi, \omega_j; t)/dt \\ &= -\tau_j(t) \cdot SM(\varphi, \omega_j; t) \\ &+ \nu_j(t) \cdot [SM(\varphi, \omega_j; t) \cdot \partial G / \partial SM(\varphi, \omega_j; t)] \\ &\quad / \sum_{k \in J} SM(\varphi, \omega_k; t) \cdot \partial G / \partial SM(\varphi, \omega_k; t), \\ &\quad j \in J, t \geqq 0 \end{aligned} \tag{3.2}$$

が連立差分進化方程式(2.8)の一般化としての，本論文で提案する連立**一般進化微分方程式系**である．

従来の連立差分進化方程式系(1.6)は，

$dx_i(t)/dt$

$$
\begin{aligned}
&= -\tau_i(t)\cdot x_i(t) \\
&+ \nu_i(t)\cdot[x_i(t)\cdot\partial G(x_j(t),\ j=0,1,2,\cdots,n-1)/\partial x_i(t)] \\
&\quad / \sum_{k\in J} x_k(t)\cdot\partial G(x_j(t),\ j=0,1,2,\cdots,n-1)/\partial x_k(t), \\
&\quad i=0,1,2,\cdots,n-1,\ t\geqq 0
\end{aligned}
\tag{3.3}
$$

と，連立微分進化方程式系に一般化される．

さて，式(3.2)で表される微分方程式系を

$$
\begin{aligned}
&[SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t+\Delta t)-SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)]/\Delta t \\
&= -\tau_j(t)\cdot SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t) \\
&+ \nu_j(t)\cdot[SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)\cdot\partial G/\partial SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)] \\
&\quad / \sum_{k\in J} SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t)\cdot\partial G/\partial SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t), \\
&\quad j\in J,\ t=q\cdot\Delta t(q=0,1,2,\cdots)
\end{aligned}
\tag{3.4}
$$

と，離散近似し，更に，時間間隔Δtを

$$\forall j\in J,\ \Delta t\cdot\tau_j(t)=\Delta t\cdot\nu_j(t)=1 \tag{3.5}$$

とすれば

$$
\begin{aligned}
&SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t+\Delta t) \\
&=[SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)\cdot\partial G/\partial SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)] \\
&\quad / \sum_{k\in J} SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t)\cdot\partial G/\partial SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t), \\
&\quad j\in J,\ t=q\cdot\Delta t(q=0,1,2,\cdots)
\end{aligned}
\tag{3.6}
$$

が得られる．得られた連立差分方程式系(3.6)は連立一般進化差分方程式系と呼ばれ，連立進化差分方程式系(2.8)などのの一般化である．何故ならば，時間間隔Δtを

$$\Delta t=1 \tag{3.7}$$

とすると，進化方程式(2.8)は式(3.1)の進化ポテンシャルGが

$$
\begin{aligned}
&G(SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t),\ j\in J) \\
&=\sum_{k\in J}[s_k\cdot SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t)+c_k]
\end{aligned}
\tag{3.8}
$$

$$\therefore\quad \partial G/\partial SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)=s_j \tag{3.9}$$

ここに，

$$\forall j\in J,\ s_j>0\wedge c_j \text{ is a constant real number} \tag{3.10}$$

と選ばれた場合であることが直ちに，わかる．

次の定理3.1は，初期条件式(2.6)を設けると，式(3.11)を満たす式(3.1)の一般化ポテンシャルGに基づいて，axiom 2を満たす任意の離散時刻 $t=q\cdot\Delta t(q=0,1,2,\cdots)$での類似度関数$SM(\varphi,\cdot\ ;\ t+\Delta t)$が構成されることを示している．

［定理3.1］（一般化ポテンシャルGに基づく類似度関数SMの構成定理）

パターン$\varphi\in\Phi\subseteq\mathfrak{H}$を固定し，axiom 2を満たす式(A3.5)の類似度関数SMを用いて，初期条件式(2.6)を設定しよう．更に，各変数$SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)$の非減少関数としての，式(3.1)の進化ポテンシャルGの微分係数の正条件

$$
\begin{aligned}
&\forall t=q\cdot\Delta t(q=0,1,2,\cdots),\ \forall j\in J, \\
&\partial G(SM(\omega_j,\ \omega_j\ ;\ t),\ j\in J)/\partial SM(\omega_j,\ \omega_j\ ;\ t)>0
\end{aligned}
\tag{3.11}
$$

を設けよう．

このとき，初期条件式(2.6)の下で，任意の離散時刻 $t=q\cdot\Delta t(q=0,1,2,\cdots)$において式(3.6)の如く定義された式(A3.5)の関数SMはaxiom 2を満たす．

(証明) axiom 2, (ⅰ)(正規直交性)の成立：

$t=0$のときは，式(3.6)は，

$$
\begin{aligned}
&SM(\varphi, \omega_j ; \Delta t) \\
&=[SM(\varphi, \omega_j ; 0)\cdot\partial G/\partial SM(\varphi, \omega_j ; 0)] \\
&\quad /\sum_{k\in J} SM(\varphi, \omega_k ; 0)\cdot\partial G/\partial SM(\varphi, \omega_k ; 0) \\
&=[SM(\varphi, \omega_j)\cdot\partial G/\partial SM(\varphi, \omega_j)] \\
&\quad /\sum_{k\in J} SM(\varphi, \omega_k)\cdot\partial G/\partial SM(\varphi, \omega_k) \\
&\qquad \because \text{初期条件式}(2.6)
\end{aligned}
\tag{3.12}
$$

となる．よって，$\varphi=\omega_j$の場合，

$$
\begin{aligned}
&SM(\omega_j, \omega_j ; \Delta t) \\
&=[SM(\omega_j, \omega_j)\cdot\partial G/\partial SM(\omega_j, \omega_j)] \\
&/[SM(\omega_j, \omega_j)\cdot\partial G/\partial SM(\omega_j, \omega_j) \\
&\quad +\sum_{k\in J-\{j\}} SM(\omega_j, \omega_k)\cdot\partial G/\partial SM(\omega_j, \omega_k)] \\
&=[SM(\omega_j, \omega_j)\cdot\partial G/\partial SM(\omega_j, \omega_j)] \\
&/[SM(\omega_j, \omega_j)\cdot\partial G/\partial SM(\omega_j, \omega_j)] \qquad \because \text{axiom 2, (i)(正規直交性)} \\
&=1 \quad \because \text{式}(2.17)
\end{aligned}
\tag{3.13}
$$

を得る．また，$\varphi=\omega_i (i\neq j)$の場合，

$$
\begin{aligned}
&SM(\omega_i, \omega_j ; \Delta t) \\
&=[SM(\omega_i, \omega_j)\cdot\partial G/\partial SM(\omega_i, \omega_j)] \\
&\quad /[SM(\omega_i, \omega_i)\cdot\partial G/\partial SM(\omega_i, \omega_i) \\
&\quad +\sum_{k\in J-\{i\}} SM(\omega_i, \omega_k)\cdot\partial G/\partial SM(\omega_i, \omega_k)] \\
&=[0\cdot\partial G/\partial SM(\omega_i, \omega_j)] \\
&\quad /[1\cdot\partial G/\partial SM(\omega_i, \omega_i) \\
&\quad +\sum_{k\in J-\{i\}} 0\cdot\partial G/\partial SM(\omega_i, \omega_k)] \\
&\qquad\qquad \because \text{初期条件式}(2.6)\wedge\text{axiom 2, (i)(正規直交性)} \\
&=0 \quad \because \text{式}(2.17)
\end{aligned}
\tag{3.14}
$$

を得る．次に，

離散時刻 $t=q\cdot\Delta t (q=0, 1, 2, \cdots)$でのSM$(\varphi, \omega_j ; t)$がaxiom 2, (ⅰ)(正規直交性)を満たすとして，式(2.10)のSM$(\varphi, \omega_j ; t+\Delta t)$が同様にaxiom 2, (ⅰ)(正規直交性)を進化ポテンシャルGの微分係数の正条件式(3.11)の下で満たすことを証明すればよいが，$t=0$の場合の上述の証明と同様になされる．

axiom 2, (ⅱ)(規格化条件)の成立：

定義式(3.6)そのものがaxiom 2, (ⅱ)(規格化条件)を満たしている．

axiom 2, (ⅲ)(T－不変性)の成立：

初期条件式(2.6)でのSMがaxiom 2, (ⅲ)(T－不変性)を満たしていることから，定義式(3.6)から明らか． □

3.1.2 SMの不動点

Gが停留し，SMが進化しなくなるのは，平衡方程式(equilibrium equation ; perfect-balance equation)

$$dSM(\varphi, \omega_j; t)/dt = 0,\ j \in J \tag{3.15}$$

を満たす場合である(進化微分方程式(3.2)の場合).

連立微分方程式系(3.2)によれば,

平衡方程式(3.15)の成立

$\Leftrightarrow$

$$\tau_j(t) \cdot SM(\varphi, \omega_j; t) = \nu_j(t) \cdot [SM(\varphi, \omega_j; t) \cdot \partial G/\partial SM(\varphi, \omega_j; t)] / \sum_{k \in J} SM(\varphi, \omega_k; t) \cdot \partial G/\partial SM(\varphi, \omega_k; t),\ j \in J, \tag{3.16}$$

であるが,条件式(3.5)の下で,

平衡方程式(3.15)の成立

$\Leftrightarrow$

$$SM(\varphi, \omega_j; t) = [SM(\varphi, \omega_j; t) \cdot \partial G/\partial SM(\varphi, \omega_j; t)] / \sum_{k \in J} SM(\varphi, \omega_k; t) \cdot \partial G/\partial SM(\varphi, \omega_k; t),\ j \in J, \tag{3.17}$$

が得られる.

従って,連立微分方程式系(3.2)において条件式(3.5)を仮定して得られた式(3.6)によれば,条件式(3.5)の下で,

平衡方程式(3.15)の成立 (3.18)

$\Leftrightarrow$

$$SM(\varphi, \omega_j; t) = SM(\varphi, \omega_j; t + \Delta t),\ j \in J \tag{3.19}$$

が得られた.

よって,条件式(3.5)の下では,$\Delta t = 1$の場合,式(3.18)の代りに,式(3.19),つまり,不動点方程式(2.38)を満たす場合を考えればよい.これは,進化差分方程式(3.6)の場合の平衡に相当する.

次の定理3.2は,不動点方程式(2.38)が成立したならば,Gの微分係数の正条件式(3.6)の下で,SMの1－0条件の2式(1.16),(1.17)が成立する場合があることを指摘している.

[定理3.2] (SMの不動点·1－0条件定理)

進化ポテンシャルGの微分係数の正条件式(3.11)を仮定しよう.SMの不動点方程式(2.38)がある時刻 t で成立したならば,非零条件

$$\sum_{k \in J} SM(\varphi, \omega_k; t) \cdot \partial G/\partial SM(\varphi, \omega_k; t) \neq 0 \tag{3.20}$$

の下で,

$$\sum_{k \in J-\{j\}} SM(\varphi, \omega_k; t) \cdot \partial G/\partial SM(\varphi, \omega_k; t) = [1 - SM(\varphi, \omega_j; t)] \cdot \partial G/\partial SM(\varphi, \omega_j; t) \tag{3.21}$$

が成立し,Gの微分係数の正条件式(3.11)の下で,SMの1－0条件の2式(1.16),(1.17)が成立すれば,式(3.21)は満たされる.

(証明) 不動点方程式(2.38)がある時刻 $t = q \cdot \Delta t$で成立したならば,式(3.6)から

$SM(\varphi, \omega_j; t) > 0$であるような$j \in J$について,

$$1 = \partial G/\partial SM(\varphi, \omega_j; t) / \sum_{k \in J} SM(\varphi, \omega_k; t) \cdot \partial G/\partial SM(\varphi, \omega_k; t) \tag{3.22}$$

が成り立つ．よって，条件式(3.20)の下で，式(3.22)は

$$\sum_{k\in J} SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t)\cdot\partial G/\partial SM(\varphi,\ \omega_k\ ;\ t)$$
$$=\partial G/\partial SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t) \tag{3.23}$$

と，等価的に変形される．式(3.23)は式(3.21)と等価的に変形される．

尚，Gの微分係数の正条件式(3.11)の下で，2式(1.16)，(1.17)が成立すれば，式(3.21)は満たされることが容易にわかる．□

上述の定理3.2の逆も成立することが次の定理3.3からわかる．

[定理3.3]（進化ポテンシャルGを用いた類似度の多段階変換の収束定理）

進化ポテンシャルGの微分係数の正条件式(3.11)を仮定しよう．各カテゴリ環境適応度 s_j の代りに進化ポテンシャルGの各偏微分係数 $\partial G/\partial SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)$ を考えると，2．の議論はすべて成立する．特に，定理5の逆に相当する定理2.4が成立する．

（証明） 各 s_j の代りにGの各偏微分係数 $\partial G/\partial SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)$ を考えると，類似度の多段階変換式(2.8)は進化ポテンシャルGを用いて類似度の多段階変換式(3.6)になり，各 s_j の正条件式(2.10)はGの微分係数の正条件式(3.11)になる．よって，この対応の下で，補助定理1も成立ち，2．の議論はすべて成立することが判明する．□

3.2 多段階変換における各段階の表象 $\varphi[t]$ の行先 $\lim_{t\to\infty}\varphi[t]$

第0段階の，式(2.5)の類似度分布の多段階変換結果は第 t (＝0, 1, 2, …)段階の，式(2.7)の類似度分布であるが，この式(2.7)の類似度分布が得られた場合，その表象 $\varphi[t]$ は

$$\varphi[t]\equiv\sum_{j\in J} SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)\cdot T\omega_j \tag{3.24}$$

であると，想定してみよう．式(3.24)の，第 t 段階の表象 $\varphi[t]$ のカテゴリ平均適応度は式(2.19)の $\overline{S}(\varphi\ ;\ t)(=\overline{S}(t))$ であるともいう．

2章，並びに，本章のこれ迄の解析は，多段階表象列

$$\varphi[0],\ \varphi[1],\ \varphi[2],\ \cdots,\ \varphi[t],\ \cdots \tag{3.25}$$

の行先

$$\lim_{t\to\infty}\varphi[t] \tag{3.26}$$

を検討するための準備であったといえるが，この行先 $\lim_{t\to\infty}\varphi[t]$ があるカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の代表パターン ω_j のパターンモデル $T\omega_j$ になるかどうかが問題となる．

多段階類似度変換の収束定理(定理2.4，，定理3.3)を勘案すれば，SMの1－0条件を与える2式(1.16)，(1.17)が成立する(無限かも知れない)時刻tが存在することがわかり，次の定理3.4は，式(3.25)の多段階表象列の行先 $\lim_{t\to\infty}\varphi[t]$ を決定している．

[定理3.4]（多段階表象列の収束定理）

式(A3.4)の $T\cdot\Omega$ が1次独立な系であれば，

$$2式(2.13),\ (2.14)の成立 \tag{3.27}$$
$$\Leftrightarrow\lim_{t\to\infty}\varphi[t]=T\omega_j. \tag{3.28}$$

（証明） ⇒は $\varphi[t]$ の定義式(3.24)に2式(2.13)，(2.14)を代入すれば明らかである．

⇐を示そう．式(3.28)が成立すれば，

$$T\omega_j-\varphi[t]$$
$$=[1-SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)]\cdot T\omega_j$$

$$+\sum_{i\in J-\{j\}} SM(\varphi,\ \omega_i\ ;\ t)\cdot T\omega_i \to 0\ (t\to\infty)$$

$$\because\ 式(3.24) \tag{3.29}$$

であるから，式(A3.4)の$T\cdot\Omega$が1次独立な系であることから，

$$1-SM(\varphi,\ \omega_j\ ;\ t)\to 0\ (t\to\infty) \tag{3.30}$$

$$\wedge[\forall i\in J-\{j\},\ SM(\varphi,\ \omega_i\ ;\ t)\to 0\ (t\to\infty) \tag{3.31}$$

が成り立ち，2式(2.13)，(2.14)が成立する． □

4. 類似度関数SMの進化に基づく認識法と，SS想起認識法

本章では，2章の多段階類似度変換，並びに3章の一般化多段階類似度変換を利用し，SS想起認識法を簡単化した認識法(多段階類似度変換認識法)を提案する(4.1節)．その後，SS想起認識法が簡単にされ(4.2節)，多段階類似度変換認識法がSS想起認識法を簡単にしたものであることが指摘される．最後に，量子化類似度関数を用いて，多段階類似度変換認識法，SS想起認識法の収束を速めるためには，量子化類似度関数を用いるのがよいことが説明される(4.3節)．

4.1 多段階類似度変換認識法

不動点探索型･多段階パターンモデル帰納推理変換･想起認識法(SS想起認識法)［B3］，［B4］は前段階で得られている類似度分布の変換に，前段階で得られたパターンそのものをも用いるが，式(2.8)，或いは，式(3.6)の類似度SMの多段階変換に基づいて，SS想起認識法を前段階で得られたパターンそのものを用いないで，前段階で得られた類似度分布のみを用いる意味で，簡単化した“多段階類似度変換認識法”が，以下のように提案される．

第t(＝0, 1, 2, …)段階の表象$\varphi[t]$が式(3.24)で定義され，式(3.25)の多段階表象列を得る場合，進化差分方程式(2.8)，(3.6)の場合の平衡に相当する不動点方程式(2.38)，(3.17)を a termination criterionとして使用すれば，認識システムは，式(1.5)の如く，“SMの不動点を求め認識する動作”を遂行できる．

これが本論文で提案する多段階類似度変換認識法であり，不動点探索型･多段階パターンモデル帰納推理変換･想起認識法(SS想起認識法)の1つの簡単化である．

唯，類似度の変換に前段階で得られたパターンを用いる多段階想起認識法(SS想起認識法)との違いは，多段階類似度変換認識法では前段階で得られたパターンを全く用いないで，前段階で得られた類似度分布のみを用いて現在の段階の類似度分布を決定することである．

4.2 SS想起認識法

SS想起認識法を説明するために，4.2.1項～4.2.4項を用意する．

4.2.1 構造受精作用素A(μ)の形式

更新作用素(updating operator)，或いは，**構造受精作用素**(structural-fertilization operator)と呼ばれる写像

$$A(\mu)\ :\ \Phi\to\Phi,\ ここに、\mu\in 2^J \tag{4.1}$$

は，付録Aで用意された3構成要素

①式(A1.8)のモデル構成作用素T

② 式(A3.5)の類似度関数SM

③式(A4.1)の大分類関数BSC (4.2)

を使用する形式で，次のように定義される(文献［B4］の付録5)：

(i) $\varphi=0 \vee \mu=\phi$ の場合

$$A(\mu)\varphi \equiv 0 \tag{4.3}$$

(ii) $\varphi \neq 0 \wedge \mu \neq \phi$ の場合

$$A(\mu)\varphi \equiv$$

$$\begin{cases} \sum_{k \in \mu} SM(\varphi,\ \omega_k)\cdot T\omega_k \text{ if } \sum_{k \in \mu} BSC(\varphi, k)=0 & (4.4) \\ \sum_{k \in \mu} SM(\varphi,\ \omega_k)\cdot BSC(\varphi, k)\cdot T\omega_k \text{ if } \sum_{k \in \mu} BSC(\varphi, k)>0 & (4.5) \end{cases}$$

□

4.2.2 カテゴリ帰属知識空間 $\langle \Phi, 2^J \rangle$ 上の2つの等形式2元関係 $=_\triangle$

カテゴリ帰属知識空間 $\langle \Phi, 2^J \rangle$ 上の2元 $\langle \varphi, \gamma \rangle$, $\langle \psi, \lambda \rangle \in \langle \Phi, 2^J \rangle$ の間の関係 $=_\triangle$ を次のように定義する．2元関係 $=_\triangle$ は等形式関係(equi-form relation)と呼ばれる(文献［B4］の付録6)：

$\langle \varphi, \gamma \rangle =_\triangle \langle \psi, \lambda \rangle$ (恒等的に等しい)

$$\Leftrightarrow \varphi=\psi \wedge \gamma=\lambda. \tag{4.6}$$

□

4.2.3 カテゴリ帰属知識空間 $\langle \Phi, 2^J \rangle$ 上の構造受精変換 $TA(\mu)T$ の定義

式(4.1)の構造受精作用素 $A(\mu)$ の両側に付録Aのaxiom 1を満たすモデル構成作用素Tを配置して得られ，**構造受精変換**(structural-fertilization transformation)と呼ばれる写像

$$TA(\mu)T : \langle \Phi, 2^J \rangle \rightarrow \langle \Phi, 2^J \rangle \text{, where } \mu \in 2^J \tag{4.7}$$

は，その定義域，値域が Φ である場合の

$$TA(\mu)T : \Phi \rightarrow \Phi \text{, where } \mu \in 2^J \tag{4.8}$$

を拡張して，以下のように定義される．

カテゴリ帰属知識 $\langle \varphi, \gamma \rangle \in \langle \Phi, 2^J \rangle$ を，式(4.7)の $TA(\mu)T$ で変換して得られるカテゴリ帰属知識 $\langle \psi, \lambda \rangle \in \langle \Phi, 2^J \rangle$ は，

$$\langle \psi, \lambda \rangle =_\triangle TA(\mu)T\cdot \langle \varphi, \gamma \rangle$$

$$=_\triangle \langle TA(\mu \cap \gamma)T\varphi, CSF(\varphi, \mu \cap \gamma) \rangle \in \langle \Phi, 2^J \rangle \tag{4.9}$$

, where

$$\psi \equiv TA(\mu \cap \gamma)T\varphi \tag{4.10}$$

$$\lambda \equiv CSF(\varphi, \mu \cap \gamma) \tag{4.11}$$

と定義される(文献［B4］の付録7)．

4.2.4 カテゴリ帰属知識 $\langle \varphi, \gamma \rangle$ のポテンシャルエネルギー $E(\varphi, \gamma)$

カテゴリ帰属知識 $\langle \varphi, \gamma \rangle \in \langle \Phi, 2^J \rangle$ がどの程度複雑な構造を備えているかの1つの指標として，そのポテンシャルエネルギー(potential energy) $E(\varphi, \gamma)$ が定義される．$E(\varphi, \gamma)$ は**SSポテンシャル**と呼ばれる(文献［B4］の付録8)：

(i) $\varphi=0 \vee \gamma=\phi$ の場合

$$E(\varphi, \gamma) \equiv 0 \tag{4.12}$$

(ii) $\varphi \neq 0 \wedge \gamma \neq \phi$ の場合

$$E(\varphi, \gamma) \equiv |\gamma| - \sum_{j \in \gamma} SM(\varphi, \omega_j) \tag{4.13}$$

ここに，$|\gamma|$ は γ 内の要素の総数の意であって，$|\gamma|\geqq 1$ (4.14)

□

帰属知識 $\langle\varphi, \gamma\rangle\in\langle\Phi, 2^J\rangle$ の変換像である今1つの，3式(4.9)，(4.10)，(4.11)のカテゴリ帰属知識 $\langle\psi, \lambda\rangle$ について、**エネルギー不等式**

$$E(\varphi, \gamma)\geqq E(\psi, \lambda) \tag{4.15}$$

が通常，成立するという意味で，式(4.9)に登場する変換 $TA(\mu)T$ は，帰属知識 $\langle\varphi, \gamma\rangle$ の**精密化作用素**(refinement operator)とも称されることがある．

4.2.5 SS想起認識法の概略

以上の準備の下で，SS想起認識法［B3]，［B4]は次のように述べられる．

【SS想起認識法】

［0］初期条件

処理の対象とする問題のパターン φ のモデル $T\varphi$ を求め，かつ，φ は式(A3.1)のカテゴリ集合 $\underline{\mathfrak{C}}$ の1つに帰属するとして，φ の帰属する候補カテゴリの番号のリストがJであると設定し，

$$\langle\varphi[t], \lambda[t]\rangle|_{t=0}=_{\Delta}\langle T\varphi, J\rangle. \tag{4.16}$$

［1］帰納段階

パターン $\varphi[t]$ が帰属する可能性のある候補カテゴリの番号リストの列 $\mu[t]\in 2^J$ を帰納推理で選択して，

$$\begin{aligned}&\langle\varphi[t+1], \lambda[t+1]\rangle\\&=_{\Delta}TA(\mu[t])T\cdot\langle\varphi[t], \lambda[t]\rangle,\\&t=0, 1, 2, \cdots.\end{aligned} \tag{4.17}$$

［2］終了規準

不動点方程式

$$\langle\varphi[t], \lambda[t]\rangle=_{\Delta}TA(\mu[t])T\langle\varphi[t], \lambda[t]\rangle \tag{4.18}$$

の成立．

□

カテゴリ帰属知識 $\langle\varphi[t], \lambda[t]\rangle$ のSSポテンシャルの $E(\varphi[t], \lambda[t])$ の減少列

$$\begin{aligned}&E(\varphi[0], \lambda[0])>E(\varphi[1], \lambda[1])>E(\varphi[2], \lambda[2])\\&>\cdots>E(\varphi[t-1], \lambda[t-1])>E(\varphi[t], \lambda[t])=E(\varphi[t+1], \lambda[t+1])\end{aligned} \tag{4.19}$$

を得るように，SMを構成する手法も研究されており，これによって，SS想起認識法の，式(3.28)が成り立つように収束が論じられる［B3]，［B4]．

第 t (=0, 1, 2, …)段階の**表象** $\varphi[t]$ は

$$\varphi[t]=TA(\mu[t]\cap\lambda[t-1])T\cdot\varphi[t-1] \tag{4.20}$$

であることに注意しておく．

以上のSS想起認識法の概略から判明するように，

$$\sum_{k\in J} BSC(\varphi, k)=0 \tag{4.21}$$

の場合の

$$A(J)=\sum_{k\in J} SM(\varphi, \omega_k; t)\cdot T\omega_k \tag{4.22}$$

において，式(2.5)の類似度分布の代りに式(2.7)の類似度分布を採用したパターン変換

$$B[t]\varphi=\sum_{k\in J} SM(\varphi, \omega_k; t)\cdot T\omega_k \tag{4.23}$$

を，$A(\mu[t])\varphi$ の代りに用いているのが，4.1の多段階類似度変換認識法である．

4.3　量子化類似度関数を用いる認識法

誤認識される事態が多く生じるかも知れないことを犠牲にして，多段階類似度変換認識法，SS想起認識法の収束を速める手段を考えよう．

4.3.1　SMの量子化法

式(2.7)の，パターン$\varphi \in \Phi$の第t変換段階の類似度分布が得られたとしよう．

式(2.7)の類似度分布を量子化する方法は次のように述べられる．

不等式

$$0 \leqq s_0(j\,;\,t) < 2^{-1} < s_1(j\,;\,t) \leqq 1,\ j \in J,\ t=0,\ 1,\ 2,\ \cdots \tag{4.24}$$

を満たす2種類の閾値$s_0(j\,;\,t)$, $s_1(j\,;\,t)$の系

$$s_0(j\,;\,t),\ s_1(j\,;\,t),\ j \in J,\ t=0,\ 1,\ 2,\ \cdots \tag{4.25}$$

を設ける．その後，各$SM(\varphi,\ \omega_i\,;\,t)$を

$$S(\varphi,\ \omega_i\,;\,t)=\begin{cases} 0 & \cdots SM(\varphi,\ \omega_i\,;\,t) \leqq s_0(j\,;\,t)\text{の場合} \\ g([SM(\varphi,\ \omega_i\,;\,t)-s_0(j\,;\,t)]/[s_1(j\,;\,t)-s_0(j\,;\,t)]) & \\ & \cdots s_0(j\,;\,t) < SM(\varphi,\ \omega_i\,;\,t) < s_1(j\,;\,t)\text{の場合} \\ 1 & \cdots SM(\varphi,\ \omega_i\,;\,t) \geqq s_1(j\,;\,t)\text{の場合} \end{cases} \tag{4.26}$$

と変換する．登場している関数

$$g : \{s \mid 0 \leqq s \leqq 1\} \to \{s \mid 0 \leqq s \leqq 1\} \tag{4.27}$$

は，2不動点条件

$$①g(0)=0 \tag{4.28}$$

$$②g(1)=1 \tag{4.29}$$

を満たしていなければならない．例えば，

$$g(s)=s \tag{4.30}$$

$$g(s)=s^2 \tag{4.31}$$

$$g(s)=1-\cos((\pi/2)\cdot s) \tag{4.32}$$

などがそうである．

このとき，次の定理4.1が成立し，各$SM(\varphi,\ \omega_i\,;\,t)$が量子化され，各$SM'(\varphi,\ \omega_i\,;\,t)$が得られることになった．

［定理4.1］（類似度関数の量子化定理）

$$SM'(\varphi,\ \omega_i\,;\,t)=\begin{cases} S(\varphi,\ \omega_i\,;\,t)/\sum_{k\in J} S(\varphi,\ \omega_k\,;\,t) & \\ \quad \cdots \sum_{k\in J} S(\varphi,\ \omega_k\,;\,t)>0\text{の場合} & \\ p(\mathfrak{C}_i)\cdots \sum_{k\in J} S(\varphi,\ \omega_k\,;\,t)=0\text{の場合} & \end{cases} \tag{4.33}$$

と定義された式(2.18)の関数SM′はaxiom 2を満たす．　□

4.3.2　量子化類似度関数を用いる多段階類似度変換認識法

多段階類似度変換認識法において，2式(1.16)，(1.17)が成立する変換段階番号tが小さくし，収束を早めたい場合，式(2.7)の類似度分布を以下の定理(類似度関数の量子化定理)のように

$$SM'(\varphi,\ \omega_i\,;\,t),\ i \in J \tag{4.34}$$

と量子化し，パターン変換として，

$$B'[t]\ \varphi=\sum_{k\in J} SM'(\varphi,\ \omega_k\,;\,t)\cdot T\omega_k \tag{4.35}$$

を用いるのが効果的である.

4.3.3 量子化類似度関数を用いるSS想起認識法

SS想起認識法において，構造受精作用素$A(\mu)$の3定義式(4.3)，(4.4)，(4.5)における式(A3.5)の類似度関数SMの各類似度$SM(\varphi, \omega_k)$の代りに，各$SM(\varphi, \omega_k; f(t; \varphi))$を用いれば，SS想起認識法の収束を速めることになる．ここに，非負整数tは式(4.17)に登場する認識段階番号である．また，関数

$$f(\cdot\,;\varphi):\{0, 1, 2, \cdots\} \rightarrow \{0, 1, 2, \cdots\} \tag{4.36}$$

は，パターン$\varphi \in \Phi$を助変数に持つ関数であり，不等式

$$t_1 \leqq t_2 \Rightarrow f(t_1; \varphi) \leqq f(t_2; \varphi) \tag{4.37}$$

を満たすという意味で，単調非減少関数である．

更に，各$SM(\varphi, \omega_k; t)$の代りに，その各量子化値$SM'(\varphi, \omega_k; f(t; \varphi))$を用いれば，一層，SS想起認識法の収束を速めることになる．

5. むすび

多段階にわたってパターンモデル変換を行い，構造受精変換の不動点(あるカテゴリの代表パターンのモデル)を探索する形で想起し，認識する手法，つまり，不動点探索型・多段階パターンモデル帰納推理変換・想起認識法(SS想起認識法)では，simplex探索法［A18］に似た手法で原パターンφを認識しようとする．今少し，詳しく説明すれば次のようになる：

処理の対象とする問題のパターンφについて，そのパターンモデル$T\varphi$を先ず，求めた後，初期単体の部分集合

$$\{\sum_{j \in \gamma} s_j(T\varphi)\cdot T\omega_j \mid \gamma \subseteq J\} \tag{5.1}$$

ここに，$s_j(T\varphi)$は，$T\varphi$が第$j \in \gamma$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$の代表パターンω_jのモデル$T\omega_j$と似ている程度であり，

$$[\forall j \in J, 0 \leqq s_j(T\varphi) \leqq 1] \tag{5.2}$$

$$\wedge 0 \leqq \sum_{j \in \gamma} s_j(T\varphi) \leqq 1 \tag{5.3}$$

から探索を開始し，パターンモデルの各変換段階において帰納推理で選択された構造受精変換

$$TA(\mu)T,\ ここに,\ \mu \subseteq J \tag{5.4}$$

の操作を行い，候補カテゴリ知識(パターンψがカテゴリ集合$\mathfrak{C}_j$, $j \in \lambda$内の1つのカテゴリに帰属する可能性があるという認識システムRECOGNITRONが持っている知識)

$$\langle \psi, \lambda \rangle \tag{5.5}$$

を順次改善することにより，不動点の最適解(SSポテンシャルを最小にする不動点解)を求め，原パターンφを認識しようとする．

本論文では，上述のSS認識法を簡単化した多段階類似度変換認識法が研究された．

遺伝的アルゴリズムにおける遺伝子比例選択のみを考慮した連立差分進化方程式(1.6)は，文献［A14］で使われているが，本論文では，その一般化が進化ポテンシャルGを導入し，連立微分方程式(1.7)であると指摘した後，パターンを多段階にわたって変換しながら認識する手法へ応用する手法が研究された．

遺伝的アルゴリズムに新たに進化ポテンシャルGを本論文では導入したが，この導入によって，axiom 2を満たす類似度関数SMの進化微分・差分方程式が進化時刻変数 t の関数として，各々，2式(3.2)，(3.6)の如く，一般的に提案された．

本論文では，カテゴリ番号集合Jのすべての部分集合のなす集合2^Jを導入し，SS理論［B1］～［B6］でのaxiom 2を満たす式(A3.5)の類似度関数SMと，axiom 3を満たす式(A4.1)の大分類関数BSCとを使い，3式(A5.8)～(A5.10)の如く，定義される“axiom 4を満たすカテゴリ選択関数”CSFを導入すれば，2式(2.8)，(3.6)の多段階**相乗**変換において，カテゴリ番号集合 J の代りに，その部分集合

$$\mathrm{CSF}(\varphi, \mathrm{J})\,(\subseteq \mathrm{J}) \tag{5.6}$$

を考えることができ，この置き換えによって，多段階類似度変換に基づく認識の収束を速め，かつ，誤った認識の結果へと導くことを避ける手段を提供することになる．

尚，連立微分進化方程式(1.7)，(3.2)の解$x_i(t)$ $(i=0, 1, 2, \cdots, n-1)$，$\mathrm{SM}(\varphi, \omega_i; t)$ $(i \in \mathrm{J})$の解析的表示が可能であるかどうかはともかくとして，求められていない．残された研究かも知れない．

文　献　A

［A 1］青木利夫, 高橋渉：“集合・位相空間要論”，培風館, Sept.1979

［A 2］中島玲二：“数理科学ライブラリー3　数理情報学入門―スコット・プログラム入門”，朝倉書店, Mar.1982

［A 3］小倉久和, 小高知宏：“人工知能システムの構成―基礎からエージェントまでー”，近代科学社, April 2001

［A 4］太原育夫：“認知情報処理”，オーム社, Mar.1991

［A 5］行場次朗, 箱田祐司編著：“知性と感性の心理―認知心理学入門”，福村出版, Jan.2001

［A 6］長尾智晴：“最適化アルゴリズム”，昭晃堂, June 2001

［A 7］坂和正敏, 田中雅博：“日本ファジィ学会編「ソフトコンピューティングシリーズ1」遺伝的アルゴリズム”，朝倉書店, Sept.1995

［A 8］鹿野清宏, 伊藤克亘, 河原達也, 武田一哉, 山本幹雄：“IT Text 音声認識システム”，オーム社, May 2001

［A 9］Luc Devroye, Laszlo Gyorfi, Gabor Lugosi：“A Probabilistic Theory of Pattern Recognition”, Springle－Verlag New York, Inc., 1996

［A10］安永守利, 高見知親, 吉原郁夫：“FPGAを用いたナノ秒オーダ画像認識ハードウェア”，電子情報通信学会論文誌D-Ⅱ, vol.J84-D-Ⅱ, no.10, pp.2280-2292, Oct.2000

［A11］赤穂昭太郎, 速水悟, 長谷川修, 吉村隆, 麻生英樹：“EM法を用いた複数情報源からの概念獲得”，電子情報通信学会論文誌A, vol.J80-A, no.9, pp.1546-1553, Sept.1997

［A12］長谷川修, 坂上勝彦, 速水悟：“実世界視覚情報を対話的に学習・管理する人間型ソフトウェアロボット”，電子情報通信学会論文誌D-Ⅱ, vol.J82-D-Ⅱ, no.10, pp.1666-1674, Oct.1999

［A13］石井真樹, 熊沢逸夫：“パターンの変動を考慮した階層型ニューラルネットの汎化学習法における精度の改善”，電子情報通信学会論文誌D-Ⅱ, vol.J85-D-Ⅱ, no.1, pp.153-156, Jan.2002

［A14］古谷博史：“遺伝的アルゴリズムにおける交叉のWalsh解析”，情報処理学会論文誌, vol.42,

no.9, pp.2270-2283, Sep.2001
[A15] 山本薫, 松本祐治："統計的係り受け結果を用いた対訳表現抽出", 情報処理学会論文誌, vol.42, no.9, pp.2239-2247, Sept.2001
[A16] 梶博行, 相園敏子："共起語集合の類似度に基づく対訳コーパスからの対訳語抽出", 情報処理学会論文誌, vol.42, no.9, pp.2248-2258, Sept.2001
[A17] 樋口隆英, 筒井茂義, 山村雅幸："実数値GAにおけるシンプレクス交叉の提案", 人工知能論文誌, vol.16, no.1, pp.147-155, 2001
[A18] 高浜徹行, 阪井節子："多目的非線形最適化手法Vector Simplex法による多目的ファジィ制御ルールの対話的学習", 情報処理学会論文誌, vol.42, no.11, pp.2607-2617, Nov.2001
[A19] 大和淳司, 上田主功, 和田俊和："動作認識のための状態遷移モデル－HMMの高度化と非HMM手法の成長－", 人工知能学会誌, vol.17, no.1, pp.41-46, Jan.2002
[A20] 下平丕作士, 鈴木昇一："DCGA：多様性制御指向遺伝的アルゴリズム", 情報処理学会研究報告・知能と複雑系, vol.97, no.81, 97-ICS-109, pp.19-26, Aug.1997
[A21] John P.Eakins："Towards intelligent image retrieval", Pattern Recognition, vol.35, pp.3-14, 2002
[A22] Ming-Hsuan Yang, David J.Kriegman, Narendra Ahuja："Detecting faces in images：A survey", IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.24, no.1, pp.34-58, Jan.2002
[A23] 大槻知史, 齋藤直樹, 中井満, 下平博, 嵯峨山茂樹："隠れマルコフモデルによる音楽リズムの認識", 情報処理学会論文誌, vol.43, no.2, pp.245-255, Feb.2002
…連続音声認識技術として用いれられている隠れマルコフモデル技術を適用して，音楽的な演奏を学習し, 認識する手法が研究されている.
[A24] 小杉尚子, 小島明, 片岡良治, 串間和彦："大規模音楽データベースのハミング検索システム", 情報処理学会論文誌, vol.43, no.2, pp.287-298, Feb.2002
…内容検索(content-based retrieval)の1手法としての類似検索技術を用いて，ハミングに似ている部分を持つ持つ曲を似ている順にリストアップしたものを検索結果とする研究がなされている.
[A25] Hun-Woo Yoo, Dong-Sik Jang, Seh-Hwan Jung, Jin-Hyung Park, Kwang-Seop Song："Visual information retrieval system via content-based approach", Pattern Recognition, vol.35, pp.749-769, 2002

文　献　B

[B1] 鈴木昇一："認識工学", 柏書房, Feb.1975
[B2] 鈴木昇一："ニューラルネットの新数理", 近代文芸社, Sept.1996
[B3] 鈴木昇一："パターン認識問題の数理的一般解決", 近代文芸社, June 1997
[B4] 鈴木昇一："認識知能情報論の新展開", 近代文芸社, Aug.1998
[B5] 鈴木昇一："パターンのエントロピーモデル", 電子情報通信学会論文誌(D-Ⅱ), vol.J77-D-Ⅱ, no.10, pp.2220-2238, Nov.1994
[B6] 鈴木昇一："パターン認識の数学的理論", 電子情報通信学会技術研究報告［パターン認識と学習，パターン認識と理解］, PRL84-6(第1部), PRL84-30, PRL84-38, PRL85-27,

PRU86-8, PRU86-35, PRU86-69, PRU87-1, PRU87-28, PRU88-30, PRU89-1, PRU89-27, PRU89-40, PRU89-66, PRU89-77, PRU89-136, PRU90-5, PRU90-15, PRU90-29, PRU90-125, PRU91-1, PRU91-29, PRU91-42, PRU92-1, PRU92-18, PRU92-25, PRU92-89, PRU92-102(第28部), May 1984～Jan.1993

[B7] 鈴木昇一："手書き漢字の側抑制効果的分解とその計算機シミュレーション", 情報処理学会誌, vol.15, no.12, pp.927-934, Dec.1974

[B8] 鈴木昇一："画像情報量とその手書き漢字への応用", 画像電子学会誌, vol.4, no.1, pp.4-12, Apr.1975

[B9] 鈴木昇一："抽出された特徴による手書き漢字構造の再生", 情報処理学会誌, vol.18, no.11, pp.1115-1122, Nov.1977

[B10] 鈴木昇一："回転群と画像の分解・強調・構造化再構成に関する計算機シミュレーション", 情報研究(文教大学・情報学部), no.4, pp.36-56, Dec.1983

[B11] 鈴木昇一："連想形記憶N器MEMOTRONと日本語単独母音系列の再生に関する計算機シミュレーション", 情報研究(文教大学・情報学部), no.7, pp.14-29, Dec.1986

[B12] 鈴木昇一, 中村三郎： "知識情報処理における帰納的推論", 情報研究(文教大学・情報学部), no.9, pp.173-196, Dec.1988

[B13] 鈴木昇一, 中村三郎："最汎アトムを用いない精密化方法によるPrologプログラムの帰納的自動合成システムの, C言語による実現", 情報研究(文教大学・情報学部), no.10, pp.151-167, Dec.1989

[B14] 中村三郎, 田代達也, 鈴木昇一："ソフトウェアをコンピュータに作らせる夢—1つの提案「MIS」について—", コンピュータアクセス, pp.54-62, Jan.1990

[B15] 鈴木昇一："多変量解析に基づく大分類関数の決定とその計算機シミュレーション", 情報研究(文教大学・情報学部), no.10, pp.35-49, Dec.1989

[B16] 鈴木昇一："帰属係数法に基づく類似度、帰属関係あいまい度、認識情報量の計算機シミュレーション", 情報研究(文教大学・情報学部), no.11, pp.51-68, Dec.1990

[B17] 鈴木昇一："構造受精法と日本語単独母音の認識", 情報研究 (文教大学・情報学部), no.18, pp.17-51, Dec.1998

[B18] 鈴木昇一, 前田英明："有声破裂音の代表パターンの学習的決定と、その計算機シミュレーション", 情報研究(文教大学・情報学部), no.20, pp.77-95, Dec.1998

[B19] 鈴木昇一, 前田英明："変動エントロピーによる有声破裂音の順序付けと、その計算機シミュレーション", 情報研究(文教大学・情報学部), no.21, pp.51-78, Mar.1999

[B20] 鈴木昇一："平均顔を用いた顔画像の2値化、並びに、目・鼻・口の抽出と、その計算機シミュレーション", 情報研究(文教大学・情報学部), no.22, pp.65-150, Dec.1999

[B21] 鈴木昇一："直交系によるパターンモデルの構成", 情報研究(文教大学・情報学部), no.21, pp.23-49, Mar.1999

[B22] 鈴木昇一："認識行為に向けての、効用最大化原理", 情報研究(文教大学・情報学部), no.22, pp.151-210, Dec.1999

[B23] 鈴木昇一："界面エネルギーの減少に伴うモデル構成作用素の、顔画像処理に関する計算機シミュレーション", 情報研究(文教大学・情報学部), no.23, pp.109-182, Mar.2000

[B24] 鈴木昇一："風景画から知識を抽出し、解釈するシステムの、ファジィ推論ニューラルネッ

トによる構成”，情報研究(文教大学・情報学部), no.23, pp.183-265, Mar.2000
[B25] 鈴木昇一：“各個人の感性を反映した認識システムRECOGNITRON”，情報研究(文教大学・情報学部), no.24, pp.185-257, Dec.2000
[B26] 鈴木昇一：“プロダクション・システムとしてのファジィ・マルチメディア・コンピュータと、空間多重パターンファジィ推論系”，情報研究(文教大学・情報学部), no.24, pp.105-183, Dec.2000
[B27] 鈴木昇一：“SS大分類関数BSCの適応的構成への、計算論的学習理論の適用”，情報研究(文教大学・情報学部), no.25, pp.187-238, Mar.2001
[B28] 鈴木昇一：“量子力学の諸原理，多段階量子認識系と，心理状態を取り入れた想起に基づく部分空間認識法”，情報研究(文教大学・情報学部), no.25, pp.239-284, Mar.2001
[B29] 鈴木昇一：“support vector machine を利用した大分類関数の構成”，情報研究(文教大学・情報学部), no.26, pp.1-62, Dec.2001
[B30] 鈴木昇一：“2カテゴリ分類困難度の情報理論”，情報研究(文教大学・情報学部), no.26, pp.63-160, Dec.2001
[B31] 鈴木昇一：“一般化類似度関数を用いた“導出原理による第1階述語推論”，情報研究(文教大学・情報学部), no.27, pp.27-41, Mar.2002
[B32] 鈴木昇一：“風景画の理解に関するJAVA言語によるRECOGNITRONの計算機シミュレーション”，情報研究(文教大学・情報学部), no.27, pp.73-109, Mar.2002

付録A. axiom 1～4を各々，満たさなければならないパターン集合Φ，モデル構成作用素Tの対【Φ, T】，類似度関数SM，大分類関数BSC，カテゴリ選択関数CSF

本付録Aでは，処理の対象となる問題のパターンφの集合Φ，モデル構成作用素T, 類似度関数SM, カテゴリ選択関数CSFについて説明される．対【Φ, T】の満たさなければならないaxiom 1と，類似度関数SMの満たさなければならないaxiom 2も説明され，Φの表示が明らかにされ，Φが構成的集合であることが指摘される．更に，大分類関数BSCの満たさなければならないaxiom 3も説明される．カテゴリ選択関数CSFが満たさなければならないaxiom 4も説明される．

A1. axiom 1とパターン集合Φ，モデル構成作用素T

一般に，処理の対象とする問題のパターンφの集合Φは或る可分［A1］な(separable)一般抽象ヒルベルト空間$\mathfrak{H}$の，零元0を含む或る部分集合である．例えば，$\overline{\eta}$をηの複素共役として，

M：q次元ユークリッド空間R^qの可測部分集合 (A1.1)

dm(x)：正値ルベーグ・スティルチェス式測度 (A1.2)

$x=\langle x_1, x_2, \cdots, x_q\rangle \in M(\subseteq R^q)$：実数値q変数直交座標系 (A1.3)

を導入し，その内積(φ, η)，ノルム$\|\varphi\|$を

$$(\varphi, \eta)=\int_M dm(x)\ \varphi(x)\cdot\overline{\eta}(x) \tag{A1.4}$$

$$\|\varphi\| \equiv \sqrt{(\varphi, \varphi)} \tag{A1.5}$$

とする線形空間(ベクトル空間)としての可分なヒルベルト空間［B1］$\mathfrak{H}=L_2(M;dm)$の特別な場合として，

$$M=R^2 \text{(2次元全平面)} \tag{A1.6}$$

$$dm(x)=[x_1^2+x_2^2]^{-1}dx_1dx_2 \tag{A1.7}$$

を選ぶことができる［B7］，［B9］.

このようなΦ，並びに，写像

$$T: \Phi \rightarrow \Phi \tag{A1.8}$$

は次のaxiom 1を満たさなければならない．このとき，写像Tは**モデル構成作用素**(model-construction operator)と呼ばれ，$T\varphi \in \Phi$は$\varphi \in \Phi$の代りとなり得るという意味で，パターン$\varphi \in \Phi$の**モデル**(model)と呼ばれる．

下記のaxiom 1からわかるように，パターン集合Φは，埋込性

$$T \cdot \Phi \equiv \{T\varphi \mid \varphi \in \Phi\} \subset \Phi \tag{A1.9}$$

を満たし，原点(＝0)を始点とし，Φの任意の点を通る半直線を含むような集合，つまり，錐であらねばならない．下記の式(A1.14)によるΦの表示が正にΦが**錐**であることを明らかにしている．

axiom 1を満たすパターン集合Φは実は，構成的集合(constructible set)である．S.Suzukiはパターンというものが満たさなければならない帰納的定義からΦの集合論的再帰領域方程式(axiom 1を満たす最小のΦの表現式；set-theoretic reflective domain equation)を提案し，この方程式を解き，Φの構造を明らかにしている(文献［B3］の2.4節)．その結果は次のとおりである：

パターンと判明している元の集合(基本領域；basic domain)Φ_B($\ni 0$ ∵ axiom 1の(i)の前半)を導入して，集合論的再帰領域方程式

$$\Phi=\Phi_B \cup T \cdot \Phi \cup R^{++} \cdot \Phi \tag{A1.10}$$

ここに，

$$T \cdot \Phi \equiv \{T\varphi \mid \varphi \in \Phi\} \tag{A1.11}$$

$$R^{++} \text{は正実数全体の集合} \tag{A1.12}$$

$$R^{++} \cdot \Phi \equiv \{r^{++} \cdot \varphi \mid r^{++} \in R^{++}, \varphi \in \Phi\} \tag{A1.13}$$

の解Φは

$$\Phi=R^{++} \cdot [\Phi_B \cup T \cdot \Phi_B] \tag{A1.14}$$

と表示される(文献［B3］の式(2.56)を参照)．Φの表示式(A1.14)から，明らかに，2つの等式

$$\text{(a)}\ T \cdot \Phi = T \cdot \Phi_B \subset \Phi \quad \because \text{ axiom 1の(ii), (iii)の2後半} \tag{A1.15}$$

$$\text{(b)}\ R^{++} \cdot \Phi = \Phi\ (= R^{++} \cdot \Phi_B \cup R^{++} \cdot T \cdot \Phi_B) \quad \because \text{ axiom 1の(ii)の後半} \tag{A1.16}$$

が成り立つ． □

<u>Axiom 1</u>(**パターン集合ΦとモデルL構成作用素Tとの対【Φ, T】の満たすべき公理**)

(i)(零元のΦ－包含性と，零元のT－**不動点性**

(fixed-point property of zero element under mapping T)) $0 \in \Phi \wedge T0=0$.

(ii)(Φの**錐性**, Tの正定数倍吸収性；cone property)

$\forall \varphi \in \Phi, a \cdot \varphi \in \Phi \wedge T(a \cdot \varphi)=T\varphi$ for any positive real number a.

(iii)(Φの埋込性(embeddedness)と，Tの**ベキ等性**(idempotency)

$\forall \varphi \in \Phi, T\varphi \in \Phi \wedge T(T\varphi)=T\varphi$.

(iv)(写像Tの**非零写像性**；non-zero mapping property of T) $\exists \varphi \in \Phi, T\varphi \neq 0$. □

A2. 処理の対象となる問題のパターンφの集合Φとモデル構成作用素Tとの対【Φ, T】の基本構と，モデル$T\varphi$とφとの間の同一知覚原理

原パターン$\varphi \in \Phi$が如何なる意味を備えているか，つまり，φが如何なる類概念(category)を表しているかを決定する働きを持つのが，認識システムRECOGNITRONである．RECOGNITRONがモデル$T\varphi \in \Phi$を見たり聞いたりしたならば，原パターン$\varphi \in \Phi$と同じに見えたり聞こえたりすること(同一知覚原理)だと，解釈可能な対【Φ, T】について説明しよう．

パターンモデル$T\varphi$を出力する式(A1.8)の写像Tに要求されるのは．次の4性質①～④である[B3]，[B4]，[B6]：

①(零元不動点性；axiom 1の(ⅰ))

$\varphi = 0 \in \Phi$については，$T\varphi = 0$.

②(正定数倍不変性；axiom 1の(ⅱ)の後半)

任意の正実定数aに対し，

$\forall \varphi \in \Phi, T(a\cdot\varphi) = T\varphi$.

③(ベキ等性；axiom 1の(ⅲ)の後半)

$\forall \varphi \in \Phi, T(T\varphi) = T\varphi$.

④(非零写像性；axiom 1の(ⅳ))

$\exists \varphi \in \Phi, T\varphi \neq 0$. □

上述の①～④は各々，A1章のaxiom 1の(ⅰ)，(ⅱ)の後半，(ⅲ)の後半，(ⅳ)であり，零元$\varphi = 0 \in \Phi$は背景も何も無いパターンである．

Φは処理の対象とする問題のパターンφの集合

であり，$T\varphi \in \Phi$は$\varphi \in \Phi$に対応するパターンモデルであって，原パターン$\varphi \in \Phi$と同じ空間Φに埋め込まれている．モデル$T\varphi$は，$T\varphi \in \Phi$を見たり聞いたりしたならばあたかも原パターン$\varphi \in \Phi$かのように見えたり聞こえたりするようなものである(同一知覚原理)．この同一知覚原理を達成するために，SS理論［B1］～［B6］では，式(A1.8)の写像モデル構成作用素Tが導入され，対【Φ, T】はA1章のaxiom 1を満たしていなければならないことになる．このとき，写像Tはモデル構成作用素と呼ばれ，$T\varphi \in \Phi$は$\varphi \in \Phi$の代りとなり得るという意味で，パターン$\varphi \in \Phi$のモデルと呼ばれる．

処理の対象とするパターンφの集合Φはある可分なヒルベルト空間$\mathfrak{H}$の，零元0を含むある部分集合であり，このΦ，並びに式(A1.8)の写像Tの対【Φ, T】は上記の4性質①～④((ⅱ)，(ⅲ)の2後半，並びに(ⅰ)，(ⅳ))を含む形で，A1章のaxiom 1を満たさなければならない．

次の定理A2.1は，axiom 1を満たす対【Φ, T】を決定している．

［定理A2.1］**(パターン集合Φとモデル構成作用素Tとの対【Φ, T】の基本構成定理)**

パターンと判明しているφの集合(基本領域)$\Phi_B(\ni 0)$と，すべての正実定数の集合R^{++}とを用意する．

式(A1.8)の写像Tがaxiom 1の(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)の3後半，並びに，(ⅳ)を満たすとしよう．このとき，次の(イ)，(ロ)が成り立つ：

(イ)処理の対象とする問題のパターンの集合Φを，式(A1.14)の如く設定すれば，2式(A1.15)，(A1.16)が成立し，axiom 1の(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)の3前半をΦは満たし，結局，対【Φ, T】はaxiom 1を満たす．

(ロ)逆に、$(0\in)\Phi_B$を部分集合に持つΦがaxiom 1の(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)の3前半を満たすとすれば、

$$\Phi \supseteq \Phi_B \cup R^{++} \cdot \Phi \cup T \cdot \Phi \qquad \text{(A2.1)}$$

と表されるが，ここで，特に，包含式(A2.1)において等号が成立するような最小のΦを採用すれば，axiom 1を満たす対【Φ, T】のΦは式(A2.14)のように表され，2式(A1.15)，(A1.16)も成立する．

(証明)(イ)は文献［B4］，付録1の定理A1.1である．(ロ)は文献［B3］，pp.64-66(2.4節)で証明されている．□

A3. axiom 2と類似度関数SM

任意のパターン$\varphi \in \Phi$が記憶されている代表的なパターンからなる有限個の集合内の任意の代表パターンとどの程度似ているか，違っているかを計量する手段を設定することが，認識の働きを確保するために必要とされる．類似性計量のための手段が類似度関数SMである．

"正常なパターン"(well-formed pattern)は，ある1つの**カテゴリ**(category) $\mathfrak{C}_j$(第$j \in J$番目の類概念)のみに帰属しているものとし，このような$\mathfrak{C}_j$の集まり(有限集合)

$$\underline{\mathfrak{C}} \equiv \{\mathfrak{C}_j \mid j \in J\} \qquad \text{(A3.1)}$$

を想定する．$\mathfrak{C}_j$の備えている性質を典型的に備えている代表パターン(prototypical pattern) $\omega_j (\neq 0)$を1つ選定する．$\mathfrak{C}_j$は，典型(prototype)としての代表パターンω_jを中心とした緩やかなカテゴリであることを仮定したことに注意しておく．ここに，

$$\Omega \equiv \{\omega_j \mid j \in J\} \subset \Phi \qquad \text{(A3.2)}$$

が式(A3.1)の全カテゴリ集合$\underline{\mathfrak{C}}$に対応する代表パターンの集合である．式(A3.2)の系Ωは，複素定数a_jの組 $\{a_j \mid j \in J\}$ について

$$\sum_{j \in J} a_j \cdot \omega_j = 0 \Rightarrow \forall j \in J,\ a_j = 0 \qquad \text{(A3.3)}$$

が成立しているという意味で，**1次独立**(linearly independent)でなければならない．Ωを視察で決定できる場合もあるが，訓練パターン系列からΩを適応的に決定する方法については，文献［B3］の付録Ｉで説明されている．

axiom 1を満たす式(A1.1)のモデル構成作用素Tによって，式(A3.2)の代表パターン集合Ωが変換されて得られる系

$$T \cdot \Omega \equiv \{T\omega \mid \omega \in \Omega\} = \{T\omega_j \mid j \in J\} \qquad \text{(A3.4)}$$

も1次独立であると要請する．このとき，**類似度関数**(similarity-measure function)

$$SM: \Phi \times \Omega \rightarrow \{s \mid 0 \leqq s \leqq 1\} \qquad \text{(A3.5)}$$

を導入し，

SM(φ, ω_j)=1, 0に従って，パターン$\varphi \in \Phi$は各々，ω_jと確定的な**類似関係，相違関係**にあり，また，$0 < SM(\varphi, \omega_j) < 1$の場合は，**曖昧な類似・相違関係**にある　(A3.6)

と，SMを解釈しよう．

式(A3.5)の関数SMは次のaxiom 2を満たすように構成されねばならない．axiom 2の(ｉ)では、クロネッカー(kronecker)のδ記号

$$\delta_{ij} = 1 \text{ if } i = j, \ = 0 \text{ if } i \neq j \qquad \text{(A3.7)}$$

が導入されているが，特に，axiom 2の(ｉ)なるこの直交性は，カテゴリ候補の分離・抽出が効果的に行われ，

カテゴリ候補の**鋭利な削減**(a sharp reduction)　(A3.8)

をもたらすために要請されている．

Axiom 2 (**類似度関数SMの満たすべき公理**)

(ⅰ)(正規**直交性**；orthonormality)

$\forall i, \forall j \in J, SM(\omega_i, \omega_j) = \delta_{ij}$.

(ⅱ)(規格化条件, 確率性, 正規性；probability condition, normality)

$\forall \varphi \in \Phi, \sum_{j \in J} SM(\varphi, \omega_j) = 1$.

(ⅲ)(写像Tの下での**不変性**；invariance under mapping T)

$\forall \varphi \in \Phi, \forall j \in J, SM(T\varphi, \omega_j) = SM(\varphi, \omega_j)$. □

上述のaxiom 2の(ⅰ)～(ⅲ)について簡単に説明しておこう.

SMの式(A3.6)でいう解釈の下で,(ⅰ)は、相異なるカテゴリの代表パターン同士は確定的な相違関係にあり,同一カテゴリの代表パターン同士は確定的な類似関係にあることを要請している.(ⅱ)は,任意のパターンφについて,すべてのカテゴリについての類似度の総和は1であることを要請している.(ⅲ)は、パターンモデル$T\varphi$は原パターンφと任意のカテゴリについて同一類似度を持つことを要請している.ということは,パターンモデル$T\varphi$を見たり,聞いたりするならば,原パターンφと同じように見えたり,聞こえたりすること(**同一知覚原理**；A2章を参照)を要請していることになる.

尚,第$j \in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$の生起確率である非負実数$p(\mathfrak{C}_j)$を,2条件

$$[\forall j \in J, 0 < p(\mathfrak{C}_j) < 1] \wedge [\sum_{j \in J} p(\mathfrak{C}_j) = 1] \qquad (A3.9)$$

を満たすものとして導入しておく.

A4. axiom 3と大分類関数BSC

本章では,ある1つのカテゴリに帰属するどうかを決定する2カテゴリ分類器としての大分類関数BSCは,axiom 3を満たすように構成されなければならないことが説明される.

式(A3.5)の類似度関数SMが式(A3.8)でいう“カテゴリ候補の鋭利な削減”を持つためには,axiom 2,(ⅰ)の正規直交性を満たす必要があることがA3章で指摘されたが,$SM(\varphi, \omega_j)$の代りに$SM(\varphi, \omega_j) \cdot BSC(\varphi, j)$を用いれば,パターン$\varphi$が帰属するかも知れないカテゴリ候補を益々,鋭利に削減できると期待される.

大分類関数(rough classifier, binary-state classifier)と呼ばれる**2値関数**

$$BSC: \Phi \times J \to \{0, 1\} \qquad (A4.1)$$

を,次のaxiom 3を満たすものとして導入し,解釈

パターン$\varphi \in \Phi$の帰属するカテゴリ候補の1つが第$j \in J$番目のカテゴリ

$\mathfrak{C}_j$であるならば,$BSC(\varphi, j) = 1$であることが望ましい (A4.2)

を採用しよう.この際,注意すべきは,

$BSC(\varphi, j) = 0$であっても,パターン$\varphi \in \Phi$の帰属するカテゴリ候補の1つは,

第$j \in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$でないとは限らない (A4.3)

としていることである.また,axiom 3 の(ⅰ)からわかるように,**カテゴリ間の相互排除性**(the mutual exclusion of the one category from the other categories)

$$\forall j \in J, \forall i \in J - \{j\}, BSC(\omega_i, j) = 0 \qquad (A4.4)$$

を公理として要請していない事実に注意しておこう.この事実を補うのが実は,式(A3.5)の類似度関数SMが満たさなければならないとしているaxiom 2の(ⅰ)(正規直交性)である.

Axiom 3（**大分類関数BSCの満たすべき公理**）

（i）（**カテゴリ抽出能力**；category separability）

$\forall j \in J,\ BSC(\omega_j, j) = 1.$

（ii）（写像Tの下での**不変性**；invariance under mappingT）

$\forall \varphi \in \Phi,\ \forall j \in J,\ BSC(T\varphi, j) = BSC(\varphi, j).$ □

A5. axiom 4と，カテゴリ選択関数 CSF の構造形式

認識システムRECOGNITRONがパターン$\varphi \in \Phi$に対し，

「パターン$\varphi \in \Phi$が，式(A3.1)の全カテゴリ集合$\underline{\mathfrak{C}}$の部分集合

$$\underline{\mathfrak{C}}(\gamma) \equiv \{\mathfrak{C}_j \mid j \in \gamma\} \tag{A5.1}$$

内の何れか1つのカテゴリ$\mathfrak{C}_j$に帰属する可能性がある」 (A5.2)

という“パターン$\varphi \in \Phi$の**カテゴリ帰属知識**(categorical membership-knowledge)”を，持っているとする．この知識を，

$$\langle \varphi, \gamma \rangle \in \langle \Phi, 2^J \rangle \tag{A5.3}$$

と表す．

$$\langle \Phi, 2^J \rangle \equiv \{\langle \varphi, \gamma \rangle \mid \varphi \in \Phi,\ \gamma \in 2^J\} \tag{A5.4}$$

は、**カテゴリ帰属知識空間**(categorical membership-knowledge space)と呼ばれ，すべてのパターン$\varphi \in \Phi$と，すべてのカテゴリ番号集合$\gamma \in 2^J$との成す順序のついた対リスト(an ordered pair list) $\langle \varphi, \gamma \rangle$ の集合である．

カテゴリ選択関数(category-selection function)と呼ばれる写像

$$CSF : \Phi \times 2^J \to 2^J \tag{A5.5}$$

は，包含関係(inclusion relation)

$$\forall \varphi \in \Phi,\ \forall \gamma \in 2^J,\ CSF(\varphi, \gamma) \subseteq \gamma \subseteq J \in 2^J \tag{A5.6}$$

を満たし，然も，次のaxiom 4を満たすものとして，設定されるとしよう．

Axiom 4（**カテゴリ選択関数CSFの満たすべき公理**）

（i）$\varphi = 0 \vee \gamma = \phi$ の場合

如何なるカテゴリ番号$k \in \gamma$も $\langle \varphi, \gamma \rangle$ の有効な候補カテゴリ番号ではない．

（ii）$SM(\varphi, \omega_k) = 0 \wedge BSC(\varphi, k) = 0$の場合

カテゴリ番号$k \in \gamma$は $\langle \varphi, \gamma \rangle$ の有効な候補カテゴリ番号ではない．

（iii）$\sum_{k \in \gamma} BSC(\varphi, k) = 0$の場合

$BSC(\varphi, k) = 0$であっても，$SM(\varphi, \omega_k) > 0$であるようなカテゴリ番号$k \in \gamma$は $\langle \varphi, \gamma \rangle$ の有効な候補カテゴリ番号である．

（iv）$\sum_{k \in \gamma} BSC(\varphi, k) > 0$の場合

（iv−1）$BSC(\varphi, k) = 0$なるカテゴリ番号$k \in \gamma$は，$SM(\varphi, \omega_k) > 0$であっても，$\langle \varphi, \gamma \rangle$ の有効な候補カテゴリ番号ではない．

（iv−2）$SM(\varphi, \omega_k) = 0$なるカテゴリ番号$k \in \gamma$は，$BSC(\varphi, k) = 1$であっても，$\langle \varphi, \gamma \rangle$ の有効な候補カテゴリ番号ではない． □

次の定理A4.1では，式(A5.1)の写像CSFは，式(A2.5)の類似度関数SM, 式(A3.1)の大分類関数BSCを使用する形式で，

その定義域が$\Phi \times 2^J$であり，その値域が，パターン$\varphi \in \Phi$のカテゴリ帰属知識
$\langle \varphi, \gamma \rangle \in \langle \Phi, 2^J \rangle$の **“有効な”** 候補カテゴリの**番号リスト**(a list of significant
category-numbers) $CSF(\varphi, \gamma) \in 2^J$の集合である (A5.7)

であるように、構成されている．

次の定理A4.1は，axiom 4を満たす式(A5.5)のカテゴリ選択関数CSFの構造形式を決定したものである．

［定理A4.1］**(カテゴリ選択関数CSFの構成定理)**

次のように定義される式(A5.1)の1つの写像 CSF は式(A5.2)と上述のaxiom 4とを満たす：

(i) $\varphi = 0 \vee \gamma = \phi$の場合

$$CSF(\varphi, \gamma) = \phi. \tag{A5.8}$$

(ii) $\varphi \neq 0 \wedge \gamma \neq \phi$の場合

$$CSF(\varphi, \gamma) =$$
$$\begin{cases} \{k \in \gamma \mid SM(\varphi, \omega_k) > 0\} \text{ if } \sum_{k \in \gamma} BSC(\varphi, k) = 0 & \text{(A5.9)} \\ \{k \in \gamma \mid SM(\varphi, \omega_k) > 0 \wedge BSC(\varphi, k) = 1\} \text{ if } \sum_{k \in \gamma} BSC(\varphi, k) > 0. & \text{(A5.10)} \end{cases}$$

(証明)文献［B3］の定理E1である． □

定理A4.1の写像CSFについて，次のように解釈できる：

処理対象とするパターン$\varphi \in \Phi$がカテゴリ$\mathfrak{C}_j$, $j \in \gamma$のいずれか1つに帰属する可能性があると想定した場合，その内のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$, $j \in CSF(\varphi, \gamma) \subseteq \gamma$のいずれか1つに帰属する可能性があると推論できる機能を備え，その出力$CSF(\varphi, \gamma)$はパターン$\varphi \in \Phi$の有効な**候補カテゴリ番号リスト**を与えている． (A5.11)

□

(著者　鈴木昇一，題目　遺伝的アルゴリズムにおける適合度比例選択戦略を採用した進化方程式の，パターン多段階変換に基づく認識への応用，文教大学・情報学部・情報研究no.28投稿論文，投稿年月日2002年9月2日)