近傍を利用した音素認識のためのモデル構成作用素T, 類似度関数SM, 大分類関数BSCの諸構成と, SS不動点探索型多段階想起認識

鈴木　昇一

Some Constructions of Model-Construction Operator T, Similarity-Measure Function SM and Rough Classifier BSC Which Are Useful for Recognition of Phoneme, and Its Application to SS-Multistage Associative Recognition by Searching for a Fixed-Point

Shoichi Suzuki

あらまし

音声·音楽の処理技術を確保するのに，隠れマルコフモデルの理論(確率的有限オートマトンの理論)が基本的に重要な役割を果たすようになって，久しい．こうも隠れマルコフモデルの理論の全盛時代が長期にわたって続くと，これを上回り打ち破る技術が登場することが望まれることになる．本論文では，隠れマルコフモデル［A5］を適用して得られる在来の技術に対抗するため，文脈(音素近傍)を考慮し，音素を認識する技術をSS理論［B3］，［B4］を適用して，構築する．

処理の対象とする問題のパターンを多段階にわたって変換しながら認識する手法は魅力的である．多段階認識法の1例として，SS多段階想起認識法がある．SS多段階想起認識法は，多段階にわたってパターンモデル変換を行い，構造受精変換の不動点(あるカテゴリの代表パターンのモデル)を探索する形で想起し，認識する手法，つまり，不動点探索型·多段階パターンモデル帰納推理変換·想起認識法である．具体的には，本論文では，SS多段階想起認識法で使用できるモデル構成作用素T, 類似度関数SM, 大分類関数BSCを文脈(音素近傍)を考慮し，構成する．パターンの帰属する有効な候補を絞り込む機能を持つカテゴリ選択関数CSFはSM, BSCを用いて構成できる．T, SM, BSC, CSFは各々，axiom 1～4を満たすものである．

また，Parzen Window法，楕円体特徴間距離，重み付きDice係数，Jaccard係数，2次ニューラルネット，階層型2層ニューラルネットを用いて，SM, BSCが構成され得ることも示される．

画素近傍を考慮し，画像を認識するシステムを構築するためのT, SM, BSCをも提案している．

キーワード

モデル構成作用素　類似度関数　大分類関数　カテゴリ選択関数
SS多段階想起認識法　隠れマルコフモデル　Parzen Window法　楕円体特徴間距離
重み付きDice係数　Jaccard係数　2次ニューラルネット　階層型2層ニューラルネット

Abstract

A theory of a hidden markov model(a theory of a probabistic finite automaton) has been played for a long time a fundamentally important part in the synthesis and recognition of speech and melody. It is desirable that the theory should be removed as soon as possible because we have its best long days until now. A technical method of phones against old-fashioned techniques obtained with help hiddon Markov models [A5] is presented here paying attention to parts directly before or after a phoneme in question and which influence its meaning, which is built up by making use of S.Syzuki theory.

Procedures of successively transforming an input pattern to be recognized in question into a prototypical pattern offer an appeal to us. There is SS-method of multistage associative recognition as an example of such multistage recognition methods.

SS-method is dissolved into five steps:

(1) To call for a corresponding model of an input pattern.

(2) To one after another transform it into pattern-models inductively.

(3) To seek for a fixed-point of a structural fertilization change.

(4) To determine a category to which the fixed-point belongs.

(5) To determine a category of the input pattern to be its category. □

That is to say, SS-method is explained as associatively recognition of an input pattern by transforming inductively pattern-models throughout multistage and searching out a fixed-point.

We shall embody a suitable arrangement of model-construction operators Ts, similarity-measure functions SMs and rough classifiers BSCs which can extract the meaning of an input pattern from its context for use of SS-method. If SM and BSC is given, we can design a category-selection function CSF which extract a list of significant categoies to one of which a pattern in question may belong. T, SM BSC, CSF must satisfy axiom 1～4 respectively.

Moreover we construct SM and BSC by making use of a method of Parzen window, an ellipsoid feature-distance, a weighted Dice coefficient, a Jaccard coefficient, a second-order neural network, and two-layer feed-forward neural network.

T, SM and BSC are proposed here for a system which recognizes an image considering a neighbour of each pixel.

Key words : model-construction operator　similarity-measure function　rough classifier　category-selection function　SS-multistage associative recognition　hidden Markov model　method of Parzen Window　feature-distance measured from a viewpoint of ellipsoid　weighted Dice coefficient　Jaccard coefficient　second-order neural network　two-layer feed-forward neural network

1. まえがき

人工的に言語音声を“合成”する手法 [A22] は

言語処理→音韻処理→音響処理

の順序でなされ，現在の主流は自然言語音声を波形レベルで蓄積した多くの波形の素片から最適なものを選び接続するという“音声圧縮技術を利用した分析合成方式としての「波形編集コーパス音声合成手法」”である．人工的に言語音声を“認識・理解”する手法［A5］は言語音声を合成する手法での処理順序とは逆に

音響処理→音韻処理→言語処理

という順序でなされる．本論文は音声認識・理解における音響処理技術の基礎をS.Suzuki理論［B2］～［B4］に従って研究したものである．

音声認識システムに入力された音声波形信号（音響信号）は通常，音声特徴パラメータ（linear predictive codingの係数とか，cepstrumなど）の時系列（多次元の時系列音声特徴量）に置き換えられる．その後，Dynamic time matching とか, hidden Markov modelの確率オートマトンとかを適用して，パターン照合（pattern matching）を行い，認識される．大語彙・不特定話者についての連続音声認識の技術は着実に進展しているが，話し手・話し方・発話環境などが変化しても認識能力が低下しない頑健性（ロバスト性）を備えた認識システムの構築が最大の研究目標となっていることには現在に至っても，変りがない．

S.Suzukiの理論［B1］～［B5］は，axiom 1を満たす式（A1.8）のモデル構成作用素Tの構成を問題とするため，多次元の時系列音声特徴量に変換する前の音素（phoneme）の波形そのものを処理できる構造を備えている．本論文で研究される技術はこの構造に則したものになっていることが，従来の認識技術の研究方向とは異なっていることを先ず，指摘しておかねばならない．

マルチメディア情報化社会の構造は必然的に，**マルチモーダル**的に動作するような，使い易い**情報システム**の構築を要求するようになった．

S.Suzukiによれば，マルチモーダル情報システムを構築するのには，axiom 1～3を各々満たすモデル構成作用素T, 類似度関数SM, 大分類関数BSCを設計しておかねばならない［B3］，［B4］．本章では，この設計がなされなければならない理由を明らかにする一端に焦点を絞って，論が展開される．

1.1　実世界での知能［A4］，［A18］を備えた情報システム

ヒューマン・インターフェースは，

ボタン→カード→キーボード→マウス→GUI（グラフィカル・ユーザ・インターフェイス）

と発達して来たのであるが，人間と人間との間のコミュニケーションと同様な方法で，人間がコンピュータと対面・対話するのに用いられるのが，理想的なヒューマン・インターフェースであろう．会話音声・映像（動画）・動作・表情などによる対話様式で情報システムを利用できるようにする“異種の情報様式（モード）を複合総合的に用いて人間とコンピュータをつなぐマルチモーダル・ヒューマン・インターフェース”の開発が望まれている．このため，画像内容・音声内容・手振りなどを理解する“実世界での知能を備えた情報システム”を開発しなければならない．

これまで，S.Suzukiはテキスト処理［B12］，［B13］，［B14］，［B26］［B31］，画像処理［B7］，［B8］，［B9］，［B10］，［B20］，［B23］，［B32］のみならず，音声処理［B11］，［B15］～［B19］の研究成果をも公表してきた．

1.2　SS（不動点探索型）多段階想起認識法とは？

SS理論でのパターン認識法（SS想起多段階認識法）［B3］，［B4］は次のように説明される．

多段階にわたってパターンモデル変換を行い，構造受精変換の不動点(あるカテゴリの代表パターンのモデル)を探索する形で想起し，認識する手法，つまり，不動点探索型·多段階パターンモデル帰納推理変換·想起認識法(SS不動点探索型多段階想起認識法；SS多段階想起認識法)では，**simplex探索法**に似た手法で原パターンφを認識しようとする．今少し，詳しく説明すれば次のようになる：

処理の対象とする問題のパターンφについて，そのパターンモデル$T\varphi$を先ず，求める．ここに，axiom 1を満たす式(A1.8)のモデル構成作用素Tを導入している．その後，

①初期単体の部分集合

$$\{\sum_{j\in\gamma} s_j(T\varphi)\cdot T\omega_j \mid \gamma\subseteq J\} \tag{1.1}$$

ここに，$s_j(T\varphi)$は，$T\varphi$が第$j\in\gamma$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$の代表パターンω_jのモデル$T\omega_j$と似ている程度であり，

$$[\forall j\in J,\ 0\leqq s_j(T\varphi)\leqq 1] \tag{1.2}$$

$$\wedge 0\leqq \sum_{j\in\gamma} s_j(T\varphi)\leqq 1 \tag{1.3}$$

と制約のあるパターン空間(探索すべき空間)の内部の探索を開始する．

②パターンモデルの各変換段階においてカテゴリ番号のリスト$\mu\subset J$が帰納推理で選択されて確定する構造受精変換

$$TA(\mu)T,\ \mu\subseteq J \tag{1.4}$$

の操作を候補カテゴリ知識

$\langle \psi,\ \lambda \rangle$

(パターンψがカテゴリ集合$\mathfrak{C}_j,\ j\in\lambda$内の1つのカテゴリに帰属する可能性がある

という認識システムRECOGNITRONが持っている知識)　(1.5)

に対し実行する．少し詳しく説明すれば，候補カテゴリ知識を順次改善すること(想起)，つまり，

$$(\text{初期段階})\ \langle \psi_0,\ \lambda_0\rangle =_{\Delta} \langle T\varphi,\ J\rangle \tag{1.6}$$

(帰納推理段階)

$$\langle \psi_{s+1},\ \lambda_{s+1}\rangle =_{\Delta} TA(\mu_s)\,T\cdot\langle \psi_s,\ \lambda_s\rangle$$

$$s=0,1,2,\cdots,t \tag{1.7}$$

と，各カテゴリ帰属知識$\langle \psi_s,\ \lambda_s\rangle$ $(s=0,1,2,\cdots,t+1)$を想起していくことにより，最適解(SSポテンシャルを最小にする不動点解)として，構造受精変換$TA(\mu_t)T$の不動点方程式

$$(\text{終了段階})\ TA(\mu_t)T\cdot\langle \psi_t,\ \lambda_t\rangle =_{\Delta} \langle \psi_t,\ \lambda_t\rangle \tag{1.8}$$

を満たすという意味で不動点となるカテゴリ帰属知識

$$\langle \psi_t,\ \lambda_t\rangle \tag{1.9}$$

を求め，原パターンφを認識しようとする．

③このようにカテゴリ帰属知識を多段階にわたって変換してゆく多段階認識が正常に終了した場合，

$$SM(\psi_t,\ \omega_j)=s_j(T\psi_t),\ j\in\lambda_t \tag{1.10}$$

であるような“axiom 2を満たす類似度関数SM”の1－0条件

$$[\exists j\in\lambda_t,\ SM(\psi_t,\ \omega_j)=1] \tag{1.11}$$

$$\wedge[\forall k\in J-\{j\},\ SM(\psi_t,\ \omega_k)=0] \tag{1.12}$$

が成立する認識段階番号 t が存在することがわかり，入力パターンφが$T\omega_j$として再生·想起される事態

$$\psi_t = T\omega_j \tag{1.13}$$

も成立する．このようにして，認識システムRECOGNOTRONは，

Recognizer can assign the input pattern φ in question to the jth category $\mathfrak{C}_j$ with the maximum similarity 1, and he can associate $T\omega_j$ with φ (1.14)

という“構造受精変換の不動点を求め想起認識する動作”を遂行できる． □

テキスト，音声，静止画像，動画像の集合において，例えば，「犬の写っている画像を探せ」という指示を言語音声で与え，目的の画像を取り出させるといったマルチモーダル情報検索 [A19] の技術を確保するのにも，SS多段階想起認識法を使用可能である．

1.3 SS多段階想起認識法の原点とは？

前節で簡単に解説されたSS多段階想起認識法を考案する基盤となった原点を説明しよう．

処理の対象とする問題のパターン(入力パターン) φ はある集合(パターン集合) Φ の元である．

モデル $T\varphi \in \Phi$ を見たり聞いたりしたならば原パターン $\varphi \in \Phi$ と同じように見えたり聞こえたりするような($T\varphi$ と φ との間の同一知覚原理；A 2章を参照)パターンモデル $T\varphi$ を

$$\varphi \to T\varphi \tag{1.15}$$

$$\to A(T\varphi) \equiv \sum_{j \in J} a_j(T\varphi) \cdot T\omega_j \tag{1.16}$$

と変換する．ここに，各1次結合想起係数 $a_j(T\varphi)$ は

$$a_j(T\varphi) \equiv (T\varphi, T\omega_j)/(T\omega_j, T\omega_j) \tag{1.17}$$

と定義され， $T\varphi$ から $T\omega_j$ が呼び出される強さの程度を反映している．また， $\omega_j \in \Omega \subseteq \Phi$ は第 $j \in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の持つ諸性質を典型的に代表しているパターン(代表パターン)である．ここに，パターン φ は，内積を (φ, η) と表した可分な或るヒルベルト空間 $\mathfrak{H}$ の元である． φ のノルム $\|\varphi\|$ は $\|\varphi\| = [(\varphi, \varphi)]^{1/2}$ と定義されている．

式(1.16)の $A(T\varphi)$ に登場しているパターン変換Aは想起作用素と呼ばれてよいが， $T\varphi$ にAを作用させて得られるこのパターン $A(T\varphi)$ は原パターン φ のモデル $T\varphi$ から**単一段階**で想起されたパターンである．

単一段階では，想起されたパターンは入力パターンに混入されている雑音，変形を除去することが良好になされ得ない場合が多い．それで，複数の段階，つまり，**多段階**で想起されるパターン φ_t を定義しよう．

$$\varphi_0 \equiv T\varphi \tag{1.18}$$

$$\varphi_1 \equiv T(A(T\varphi)) \tag{1.19}$$

$$\varphi_{t+1} \equiv (TAT)^t \varphi_t, \quad t = 0, 1, 2, \cdots \tag{1.20}$$

と定義されるパターン φ_t は第 t (=0, 1, 2, …)段階で想起されたパターンであると考えてみよう．そして，多段階で想起されたパターン φ_t の行先

$$\varphi_\infty \equiv \lim_{t \to \infty} \varphi_t \tag{1.21}$$

が原パターン φ から最終的に想起されるパターンである．このとき，生じる問題は，行先 φ_∞ に入力パターン φ に混入されている雑音，変形を除去された効果が見られるか？ということである．言い換えれば，最終的に多段階で想起されるパターン φ_∞ が或る1つの $T\omega_j$ (入力パターン φ が帰属する第 $j \in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の代表パターン ω_j のモデル $T\omega_j$)に一致するかどうかである．もし，ある $T\omega_j$ への正常な収束

$$\exists j \in J, \lim_{t\to\infty} \varphi_t = T\omega_j \tag{1.22$_1$}$$

が成立するならば，

$$\text{入力パターン}\ \varphi\ \text{は第}\ j \in J\ \text{番目のカテゴリ}\ \mathfrak{C}_j\ \text{に帰属する} \tag{1.23}$$

と，認識システムは決定できる．このような認識手法が多段階想起認識法の原点であり，前節1.2で説明されたSS多段階想起認識法の根幹を支える考えである．

収束式(1.22)が成立するために，想起作用素Aに課せられなければならない諸条件とは何か？が研究されなければならない．

先ず，その諸条件の1つとして，すべての代表パターンω_i, $i \in J$のパターンモデル$T\omega_i$の系$T\omega_j$, $i \in J$は，

$$\sum_{j\in J} a_j \cdot T\omega_j = 0\ \text{ならば，各複素定数}\ a_j\ \text{はすべて0である} \tag{1.23}$$

が成り立つという意味で，1次独立であると，設定しなければならない．1次独立性という条件以外の諸条件については言及を避けよう．避ける代りに，各代表パターンω_jから記憶しているそのパターンモデル$T\omega_j$が式(1.16)の想起作用素Aにより，正確に想起されるという下の素想起特性式(1.35)が成立するために要求される条件が，式(1.25)の直交条件であることを指摘する次の定理1.1に注目しよう．ある$T\omega_j$への正常な収束式(1.22$_1$)が成立すれば，素想起特性式(1.35)は実現されると考えられるのである．つまり，素想起特性式(1.35)が実現されていなければ，有限の想起段階番号tmaxで

$$\exists t \in \{0, 1, 2, \cdots, tmax\},\ \exists j \in J,\ \varphi_{tmax} = T\omega_j \tag{1.22$_2$}$$

というように，収束式(1.22$_1$)を成立させることは殆ど，困難であると考えられる．

先ず，次の補助定理1.1を証明しよう．

[補助定理1.1]（直交分解定理）

カテゴリ番号 $i \in J$を固定する．汎関数

$$F(c_i) \equiv \| \psi - c_i \cdot T\omega_i \|^2 \tag{1.24}$$

を最小ならしめる複素係数c_iは

$$c_i = (\psi, T\omega_i)/(T\omega_i, T\omega_i) \tag{1.25}$$

と与えられ，直交分解式

$$\psi = c_i \cdot T\omega_i + \eta \tag{1.26}$$

$$\wedge (\eta, T\omega_i) = 0 \tag{1.27}$$

を満たすヒルベルト空間$\mathfrak{H}$の元ηが存在する．

（証明）$F(c_i)$があるc_iの値で最小値をとるとしよう．このとき，

$$\begin{aligned} 0 &= dF(c_i)/dc_i \\ &= (\{d/dc_i\}[\psi - c_i \cdot T\omega_i],\ \psi - c_i \cdot T\omega_i) + \\ &+ (\psi - c_i \cdot T\omega_i,\ \{d/d\overline{c_i}\}[\psi - c_i \cdot T\omega_i]) \end{aligned} \tag{1.28}$$

が成立する．$\overline{c_i}$は複素変数c_iの複素共役である．

$$\{d/d\overline{c_i}\}[\psi - c_i \cdot T\omega_i] = 0 \tag{1.29}$$

であるから，

$$0 = -(T\omega_i,\ \psi - c_i \cdot T\omega_i) \quad \therefore \quad (\psi - c_i \cdot T\omega_i,\ T\omega_i) = 0 \tag{1.30}$$

を得，式(1.25)の成立が判明する．

$\mathfrak{H}$の元ηを

$$\eta \equiv \psi - c_i \cdot T\omega_i \tag{1.31}$$

とおくと，式(1.26)が成立し，式(1.31)を式(1.30)に代入すれば，式(1.27)の成立がわかる． □

[定理1.1]（多段階基本想起の素想起特性定理）

式(1.16)の想起作用素Aについては，

$$
\begin{aligned}
&\forall\varphi\in\mathfrak{H},\ \forall i\in J,\\
&A(T\varphi)\\
&=a_i(T\varphi)\cdot\sum_{j\in J}a_j(T\omega_i)\cdot T\omega_j\\
&+\sum_{j\in J-\{i\}}a_j(T\varphi-a_i(T\varphi)\cdot T\omega_i)\cdot T\omega_j\\
&=a_i(T\varphi)\cdot T\omega_i\\
&+a_i(T\varphi)\cdot\sum_{j\in J-\{i\}}a_j(T\omega_i)\cdot T\omega_j\\
&+\sum_{j\in J-\{i\}}a_j(T\varphi-a_i(T\varphi)\cdot T\omega_i)\cdot T\omega_j
\end{aligned}
\tag{1.32}
$$

と再表現され，もし，各パターンモデル$T\omega_j$間に直交関係

$$(T\omega_i,\ T\omega_j)=0\ \text{ if }\ i\neq j \tag{1.33}$$

が成立していれば，

$$
\begin{aligned}
&\forall\varphi\in\mathfrak{H},\ \forall i\in J,\\
&A(T\varphi)\\
&=a_i(T\varphi)\cdot T\omega_i\\
&+\sum_{j\in J-\{i\}}a_j(T\varphi-a_i(T\varphi)\cdot T\omega_i)\cdot T\omega_j
\end{aligned}
\tag{1.34}
$$

が成立し，特に，$\varphi=\omega_i$のときの素想起特性

$$\forall i\in J,\ A(T\omega_i)=T\omega_i \tag{1.35}$$

が成立する．

（証明） 先ず，式(1.32)を証明しよう．

$a_j(T\cdot)$の定義式(1.17)に注意し，補助定理1.1を適用して得られる直交分解式

$$T\varphi=a_i(T\varphi)\cdot T\omega_i+\eta \tag{1.37}$$

$$\wedge(\eta,\ T\omega_i)=0 \tag{1.38}$$

を式(1.16)の$A(T\varphi)$に代入すれば，

$$
\begin{aligned}
&A(T\varphi)=\\
&=\sum_{j\in J}a_j(a_i(T\varphi)\cdot T\omega_i+\eta)\cdot T\omega_j\\
&=\sum_{j\in J}a_i(T\varphi)\cdot a_j(T\omega_i)\cdot T\omega_j\\
&+\sum_{j\in J}a_j(\eta)\cdot T\omega_j\\
&=a_i(T\varphi)\cdot\sum_{j\in J}a_j(T\omega_i)\cdot T\omega_j\\
&+\sum_{j\in J-\{i\}}a_j(\eta)\cdot T\omega_j\\
&\quad\because\ \text{式(1.38)より}\ a_i(\eta)=0
\end{aligned}
\tag{1.39}
$$

を得，等式

$$\forall i\in J,\ a_i(T\omega_i)=1 \tag{1.40}$$

と式(1.37)のηとを考慮すれば，式(1.32)の成立が証明されたことがわかる．

式(1.33)が成立していれば，

$$a_j(T\omega_i)=0\ \text{ if }\ i\neq j \tag{1.41}$$

が成り立つから，この式(1.41)を式(1.32)に代入すれば，式(1.34)が成立する．

$$\varphi = \omega_i \tag{1.42}$$

のときは，式(1.37)において

$$a_i(T\varphi) = 1 \wedge \eta = T\varphi - a_i(T\varphi)\cdot T\omega_i = 0 \tag{1.43}$$

であるから，この式(1.43)を式(1.34)に代入すれば，式(1.35)が得られ，証明が終わる． □

1.4 素想起特性の，簡単な実現

1.4.1 式(1.16)の想起作用素Aの想起性能の劣化原因とは？

式(1.16)の想起作用素Aに備わっている想起性能を劣化させないためには，各代表パターンモデル$T\omega_i$($i \in J$)間の無相関性が要求されることを説明しよう．

各代表パターンω_i($i \in J$)のモデル$T\omega_i$は記憶されているものである．それで，ω_iを探り針(probe；key pattern)として，記憶内容$T\omega_i$を正確に想起し取り出すことがマルチメディア情報検索システムに基本的に要求される．この要求は式(1.35)の素想起特性で実現される．

2式(1.32)，(1.34)において，想起出力$T\omega_i$を変形させている2種類の雑音

$$a_i(T\varphi)\cdot \sum_{j \in J-\{i\}} a_j(T\omega_i)\cdot T\omega_j \tag{1.44}$$

$$\sum_{j \in J-\{i\}} a_j(T\varphi - a_i(T\varphi)\cdot T\omega_i)\cdot T\omega_j \tag{1.45}$$

が存在し，式(1.16)の想起作用素Aの想起性能を劣化させている．このように，式(1.16)の想起作用素Aの想起性能がよくないのは，$T\omega_i$からこのパターンモデル$T\omega_i$と異なる$T\omega_j$が呼び出される強さの程度$a_j(T\omega_i)$について，式(1.41)の無相関性が成立していないからである．式(1.41)の無相関性が成立するには各パターンモデル$T\omega_j$間の直交式(1.33)を要請しなければならない．

1.4.2 式(1.35)の素想起特性を実現するための，式(1.16)の想起作用素Aの改良

それで，式(1.16)の想起作用素Aの想起性能を改良するには，式(1.16)の想起作用素Aを

$$A'(T\varphi) \equiv \sum_{j \in J} a'_j(T\varphi)\cdot T\omega_j \tag{1.46}$$

と定義し直せばよい．ここに，各$a'_j(T\varphi)$は，

$$a'_j(T\varphi) \equiv \begin{cases} 0 \quad \text{if} \ |a_j(T\varphi)| \leqq b_j \\ a_j(T\varphi) \quad \text{if} \ b_j < |a_j(T\varphi)| < 1 - c_j \\ a_j(T\varphi)/|a_j(T\varphi)| \quad \text{if} \ |a_j(T\varphi)| \geqq 1 - c_j \end{cases} \tag{1.47}$$

と定義されている．そして，各閾値b_j, $1-c_j$は，不等式

$$0 < b_j \leqq \max_{i \in J-\{j\}} |a_j(T\omega_i)| < 1 - c_j \leqq a_j(T\omega_j) = 1,\ j \in J \tag{1.48}$$

を満たすように選ばれていなければならない．この不等式(1.48)の成立は各ω_jが代表パターンであるから，axiom 2を満たす式(A1.8)のモデル構成作用素Tが適切に選ばれていると実現不能ではない．この不等式(1.48)を満たすように選ばれていると，式(1.41)の無相関性と同様な無相関性

$$a'_j(T\omega_i) = 0 \quad \text{if} \quad i \neq j \tag{1.49}$$

が成立するからである．この無相関性によって，素想起特性式(1.35)と同様に，素想起特性

$$A'(T\omega_i) = T\omega_i,\ i \in J \tag{1.50}$$

が成立する．

1.4.3 式(1.35)の素想起特性を実現する他の想起作用素Aと，式(1.4)内の想起作用素A(μ)の想起万能性

想起作用素Aとして，SS多段階想起認識法は，式(1.4)内の$A(\mu)$を用いているが，更に簡単には，例えば，

$$A(T\varphi)=\sum_{j\in J} b_j(T\varphi)\cdot T\omega_j \tag{1.51}$$

ここに，$T\omega_i \neq T\omega_j (i\neq j)$として

$$b_j(T\varphi)$$
$$\equiv \| T\varphi - T\omega_j \|^{-1} / \sum_{i\in J} \| T\varphi - T\omega_i \|^{-1} \tag{1.52}$$

と選ぶことができる．直交性

$$b_j(T\omega_i)=0 \text{ if } i\neq j, =1 \text{ if } i=j \tag{1.53}$$

が成立しており，よって，素想起特性式(1.35)が成立する．

上述の構成例のように，素想起特性を満たす想起作用素Aを選定する方法は無数にあることがS.Suzukiによって明らかにされているが，更に，式(1.4)内の想起作用$A(\mu)$はありとあらゆる認識の働きをシミュレートできるという意味で万能であることをS.Suzukiは証明している［B3］.

1.5 本研究の位置付けと，その目的

音素(phone)の幾つかの結合が単語音声となり，単語音声の幾つかの結合が文章音声(言語音声)となり，文章音声の幾つかの結合が会話音声(連続音声)となる．それぞれに応じて，音素認識，単語音声認識，文章音声認識，会話音声認識の手法を考えられており，意味処理の度合いが次第に強くなった手法になっている．

例えば，連続音声認識技術として用いれられている隠れマルコフモデル(hidden Markov model；HMM；特別な確率的有限オートマトン)技術を適用して，音楽的な演奏を学習し，認識する手法［A14］が研究されている．また，顔画像の検索にもHMMが使われている［A17］.

音声·音楽(楽曲)の処理技術を確保するのに，HMMの理論が基本的に重要な役割を果たすようになって，久しい．こうも長期にわたって，隠れマルコフモデルの理論の全盛時代が続くと，これを上回り打ち破る技術が登場することが強く望まれることになる．

例えば，形式ではなく内容を探り針に用いて検索する手法(内容検索［A16］；content-based retrieval)の1手法としての類似検索技術を用いて，ハミングに似ている部分を持つ持つ曲を似ている順にリストアップしたものを検索結果とする研究［A15］がなされている．

本論文では，隠れマルコフモデル［A5］を適用して得られる在来の技術に対抗するため，文脈(音素近傍)を考慮し，音素を認識する技術を，連想検索(associative retrieval)，或いは，内容検索の理論であるかの様相を呈しているSS理論［B1］～［B6］を適用して，構築する．

人間並の知能を備えたロボットをソフトウェアで作りだそうという研究が近年，盛んになる兆しがある．

画像と音声の認識·理解処理，パターン情報処理を使ったテキスト推論処理を実行するRECOGNITRON, MEMOTRON, FUZZIRONなどを内蔵したソフトウェア·ロボットを構成するために，axiom 1～3を各々，満たすモデル構成作用素T，類似度関数SM，大分類関数BSCを設計するのが本論文の目的である．特に，近傍を利用し音素認識を行なうことを意識して，T, SM, BSCを設計する．何故ならば，パターンの帰属する有効な候補を絞り込む機能を持つカテゴリ選択関数CSFはSM, BSCを用いて構成でき，**SS多段階想起認識法はT, SM, BSCさえ構成されれば，実行され得る**からである．

尚，自己完結性をもたらすため，付録Aを設けている．また，付録Bにおいて，axiom 2を満た

す式(A3.5)の類似度関数SMを一般的に構成し，特徴抽出の働きさえ設定できれば，パターン情報処理において最も重要な技術の1つである類似度(に基づいた)検索，或いは内容に基づいた検索[A16]，[A23] が可能なことを明らかにしておいた．また，付録Cを設け，長さの異なる2つのパターン列の間の類似性を計る手段としてのaxiom 2を満たす類似度関数SM′を，孤立言語音声ではなしに連続言語音声の認識技術を確保するために構成しておいた．

2. 画像理解システム，音声理解システムと，ソフトウェア･ロボット

本章では，画像･音声･テキストを理解する能力を持つ，ソフトウェア(画面)上に作られるソフトウェアロボットにつき，簡単に概観する．

2.1 ソフトウェアロボット，音声理解システムの構成

人間並の知能を備えたロボットをソフトウェアで作りだそうという研究が近年，盛んになる兆しがある．

参考文献 [A4] は正に，ヒューマノイド(人間型ロボット)をソフトウェアで作る研究をしている．人間と対話をし，推論し，知識を増やし，学習するロボットをソフトウェア上に作る，つまり，画面の中にロボット(ソフトウェアロボット；a human-like software robot)を作るためには，

1) 人間に能動的に画像で質問し，その後，推論し人間に指示を画像で表現する機能
2) 人間に能動的に質問をし，人間からの評価としての言語音声内容を理解し，その後，推論し人間からの質問に言語音声で返答する機能
3) 人間からの指示を画像･音声で受取り，学習する機能

を例えば，JAVA言語を使って実現する必要がある．

画像と音声の理解システムをRECOGNITRON, MEMOTRON, FUZZIRONで構成しよう．

そのために，axiom 1～3を各々，満たす3基本構成要素であるモデル構成作用素T, 類似度関数SM, 大分類関数BSCを設計しなければならない．

画像理解システムは設計済みであり，音声理解システム [A5] を設計するために，必要となるT, SM, BSCを設計しよう．

2.2 画像･音声･テキストの検索システム

画像･音声･テキストの間で1つの情報から他の情報を取り出すというマルチメディア情報検索の技術を開発する試みは多くの研究者が取り組んでいる．因みに，画像検索システムは次のように説明される：

[General concept of image retrieval]

Let the N images in the database be $X=\{x_1, \cdots, x_N\}$. Each image x_i will have an associated feature vector f_i which contains the relevant information required for measuring the similarity between images. Let N feature vectors associated with N images be $F=\{f_1, \cdots, f_N\}$. Let T represent a mapping from the image space on to the n-dimensional feature space, f_i, i.e.,

$$T: x \rightarrow f, \tag{2.1}$$

$$\text{where } x \in X \text{ and } f \in F. \tag{2.2}$$

The similarity between two images x_i and x_j can be measured using similarity function $d(f_i, f_j)$ which describes the distance between the feature vectors, f_i and f_j. The choice of this similarity function is critical and domain-dependent. The problem of retrieval can then be posed as follows：Given a query image, q, retrieve a subset of images M from the image database $X=\{x_1, \cdots, x_N\}$, $M \subset X$ such that

$$d(T(q), T(m)) \leqq t, \tag{2.3}$$

where t is a user-defined threshold.Instead of this, a user can ask the system to output, say, the top-20 images which are most similar to the query image. We will use feature vectors based on the color, texture, and shape characteristics of the image. The feature vectors could represent other data types, such as audio, but we will only consider images in this paper［A16］. □

3. 言語音声認識システム，画像認識システムの構築のための準備

本章では，言語音声認識システム，画像認識システムの構築を研究するための準備として，

①2過去･2未来近傍による音響音素認識

②8近傍による風景画素認識

③文脈を考慮したパターン系列の認識

の基礎が以下では，論じられる．①,②は各々，言語音声認識システム，画像認識システムに関するものであり，③は両認識システムに共通なものである．

3.1 音響波形を基本的に音響処理するための内積

情報検索，画像認識，自然言語処理においては，Support Vector Machine(SVM)の理論が実用に耐える技術として注目されている．同様に，音声認識，統計的言語処理においては，Hidden Markov Model(HMM)の理論が実用技術として使用されるようになって久しい．HMMの理論に比肩し得る音声処理技術を模索しなければならない．本研究はそのための準備としてなされる．音声波形から言語情報のもととなる特徴(音声特徴量)を抽出し，音声認識する認識システムRECOGNITRONを構成するためには，そのためのT,SM,BSCを適切に選定しなければならない．

音響波形の基本的処理を先ず，説明しておこう．

フレーム長 b(＝20～30msec)のフレームを a(＝10～20msec)だけ右へずらしていく．aをフレーム間隔という．

座標値 x を固定し，不等式 a＜bを満たす正偶数a, bを選んで，内積

$$(\varphi, \eta) = \sum_{p=x-(1/2)\cdot b}^{p=x+(1/2)\cdot b} \varphi(x_p)\cdot\eta(x_p) \tag{3.1}$$

$$\|\varphi\| = [(\varphi, \eta)]^{1/2} \tag{3.2}$$

を考えるのが良い．式(3.1)は音響波形を基本的に処理するための内積である．

カテゴリラベルを付けるときの約束とは次のように述べられる．

［整数値座標値yにカテゴリラベルを付けるときの約束］

$$x-2^{-1}\cdot a \leqq y \leqq x+2^{-1}\cdot a \tag{3.3}$$

を満たす整数値座標値yに同一カテゴリラベルを付ける．つまり，フレーム長b内の(a＋1)個の整数値座標点(aが偶数の場合)，或いはa個の整数値座標点(aが奇数の場合)に同じカテゴリラベルを付ける． □

パターンの出現文脈を，そのパターンと共起しているパターンの集合として表現すれば，3個の座標点

$$x-1, x, x+1 \tag{3.4}$$

間に隙間があってよい．つまり，整数値座標点x−1，x，x＋1での音声波形値とは各々，音声波形の，時刻

$$t=u-c,\ t=u,\ t=u+c \tag{3.5}$$

での値であると，することができる．ここに，$c>0$は隙間間隔である．

3.2　2過去・2未来近傍による音響音素認識

音素は，時間的前後にある周囲の音素から影響を受けて大きく変化することが知られている．2つの発生音/aka/, /aki/における /k/ の音声が後続の/a/, /i/の影響を受けて大きく変化するのである．調音結合と呼ばれるこのような現象は音声の良好な自動認識システムを構成することを困難にしている．

本節では，3つ組音素(トライフォン；triphone)の3直積$\mathfrak{H}_{-1}\otimes\mathfrak{H}_0\otimes\mathfrak{H}_{+1}$を処理する形を採用し，調音結合に対処する．

パターンφの現在xでの値$\varphi(x)$について考えよう．2過去x−2, x−1での値

$$\varphi(x-2),\ \varphi(x-1) \tag{3.6}$$

と，2未来x＋1, x＋2での値

$$\varphi(x+1),\ \varphi(x+2) \tag{3.7}$$

とを使って，座標値xにカテゴリラベルを付ける方法を研究する．それ自身を含む文脈

$$\varphi(x+v),\ v=0,\ \pm1,\ \pm2 \tag{3.8}$$

を処理することにより，$v=0$の時の$\varphi(x+v)$を認識する場合を考えていることになる．

3.2.1　直積ヒルベルト空間$\mathfrak{H}(x)=\mathfrak{H}_{-1}(x)\otimes\mathfrak{H}_0(x)\otimes\mathfrak{H}_{+1}(x)$での完全正規直交系$\langle(\psi_{\#1})_k, (\psi_{\#2})_k, (\psi_{\#3})_k\rangle$，#1, #2, #3＝1, 2, 3

注目している整数値座標xを固定する．

実数値パターン$\varphi=\langle\varphi-1,\ \varphi0,\ \varphi+1\rangle$

$$\begin{aligned}&\in\mathfrak{H}(x)\\&=\mathfrak{H}_{-1}(x)\otimes\mathfrak{H}_0(x)\otimes\mathfrak{H}_{+1}(x)\\&\quad(\text{3個のヒルベルト空間の直積；direct product})\end{aligned} \tag{3.9}$$

を導入し，

$$k\in\{-1,\ 0,\ +1\} \tag{3.10}$$

として，その第k番目の成分$\varphi_k(x)$を

$$\begin{aligned}&\varphi_k(x)\\&\equiv\mathrm{col}(\varphi(x+k-1)\ \ \varphi(x+k)\ \ \varphi(x+k+1))\quad(\text{列ベクトル})\in\mathfrak{H}_k(x)\end{aligned} \tag{3.11}$$

と定義する．

$$\mathfrak{H}(x)\text{での内積}(\varphi,\ \eta)=\sum_{k=0,\ \pm1}v_k\cdot(\varphi_k,\ \eta_k)_k \tag{3.12}$$

$$\mathfrak{H}(x)\text{でのノルム}\ \|\varphi\|=[(\varphi,\ \varphi)]^{1/2} \tag{3.13}$$

を導入する．ここに，

$$[\forall k\in\{-1,\ 0,\ +1\},\ v_k>0]\wedge\sum_{k=0,\ \pm1}v_k=1 \tag{3.14}$$

である．例えば，

$$v_0 = 1/2,\ v_{-1} = v_{+1} = 1/4 \tag{3.15}$$

と選ぶことができる.

$\mathfrak{H}_k(x)$での内積$(\varphi_k,\ \eta_k)_k$

$$= \sum_{p=0,\pm 1} \varphi(x+k+p)\cdot\eta(x+k+p) \tag{3.16}$$

$\mathfrak{H}_k$でのノルム $\|\varphi_k\|_k = [(\varphi_k,\ \varphi_k)_k]^{1/2}$ (3.17)

を導入する.

2性質

(イ)(正規直交性;orthonormality)

$$((\psi_{\#1})_k, (\psi_{\#2})_k)_k = 0 \ \text{if}\ \#1 \neq \#2,\ =1\ \text{if}\ \#1 = \#2 \tag{3.18}$$

(ロ)(完全性;completeness)

$$\forall \# \in \{1, 2, 3\},\ (\varphi_k, (\psi_\#)_k)_k = 0 \Rightarrow \|\varphi_k\|_k = 0 \tag{3.19}$$

を満たすという意味で,次の

$$\{(\psi_1)_k, (\psi_2)_k, (\psi_3)_k\} \tag{3.20}$$

は,$\mathfrak{H}_k(x)$ $(k=0,\ \pm 1)$での完全正規直交系である:

①$(\psi_1)_k(y) =$

$$\begin{cases} 1/\sqrt{18} \fallingdotseq 0.236 & \text{if}\ y = x+k-1 \\ 4/\sqrt{18} \fallingdotseq 0.943 & \text{if}\ y = x+k \\ 1/\sqrt{18} \fallingdotseq 0.236 & \text{if}\ y = x+k+1 \end{cases} \tag{3.21}$$

ここに,

$$\max(\psi_1)_k(y) - \min(\psi_1)_k(y) = 3/\sqrt{18} \fallingdotseq 0.707 \tag{3.22}$$

②$(\psi_2)_k(y) =$

$$\begin{cases} -1/\sqrt{2} \fallingdotseq -0.707 & \text{if}\ y = x+k-1 \\ 0/\sqrt{2} = 0 & \text{if}\ y = x+k \\ 1/\sqrt{2} \fallingdotseq 0.707 & \text{if}\ y = x+k+1 \end{cases} \tag{3.23}$$

ここに,

$$\max(\psi_2)_k(y) - \min(\psi_2)_k(y) = \sqrt{2} \fallingdotseq 1.414 \tag{3.24}$$

③$(\psi_3)_k(y) =$

$$\begin{cases} 2/3 \fallingdotseq 0.667 & \text{if}\ y = x+k-1 \\ -1/3 \fallingdotseq -0333 & \text{if}\ y = x+k \\ 2/3 \fallingdotseq 0.667 & \text{if}\ y = x+k+1 \end{cases} \tag{3.25}$$

ここに,

$$\max(\psi_3)_k(y) - \min(\psi_3)_k(y) = 1 \tag{3.26}$$

□

$\mathfrak{H}(x)$での完全正規直交系は,

$$\langle(\psi_{\#1})_k, (\psi_{\#2})_k, (\psi_{\#3})_k\rangle,\ \#1, \#2, \#3 = 1, 2, 3 \tag{3.27}$$

である.

3.2.2 φのフーリエ式展開

前項の,$\mathfrak{H}(x)$での,式(3.27)の完全正規直交系を使い,$\mathfrak{H}(x)$の任意の元φは,

φ

$$= \sum_{\#1=1}^{3} \sum_{\#2=1}^{3} \sum_{\#3=1}^{3}$$

$$(\langle \varphi_{-1}, \varphi_0, \varphi_{+1}\rangle, \langle (\psi_{\#1})_{-1}, (\psi_{\#2})_0, (\psi_{\#3})_{+1}\rangle)\cdot$$
$$\langle (\psi_{\#1})_{-1}, (\psi_{\#2})_0, (\psi_{\#3})_{+1}\rangle \tag{3.28}$$
$$=\sum_{\#1=1}^{3}\sum_{\#2=1}^{3}\sum_{\#3=1}^{3} a_{\langle \#1, \#2, \#3\rangle}(\varphi)\cdot$$
$$\langle (\psi_{\#1})_{-1}, (\psi_{\#2})_0, (\psi_{\#3})_{+1}\rangle, \tag{3.29}$$

ここに,

$$a_{\langle \#1, \#2, \#3\rangle}(\varphi)$$
$$=v_{-1}\cdot(\varphi_{-1}, (\psi_{\#1})_{-1})_{-1}+v_0\cdot(\varphi_0, (\psi_{\#2})_0)_0$$
$$+v_{+1}\cdot(\varphi_{+1}, (\psi_{\#3})_{+1})_{+1} \tag{3.30}$$

とフーリェ式展開される.

3.2.3 パターンモデルTφ

処理の対象とするパターンφの集合Φは可分なヒルベルト空間$\mathfrak{H}$(x)の，零元0を含むある部分集合であり，このΦ，並びに式(A1.8)の写像Tは，A2節の4性質①～④を満たさなければならない.このとき，写像Tは**モデル構成作用素**と呼ばれ，T$\varphi\in\Phi$は$\varphi\in\Phi$の代りとなり得るという意味で、パターン$\varphi\in\Phi$の**モデル**と呼ばれる．パターン集合Φは式(A1.14)のように構成的に表示される(定理A2.1を参照).

パターンモデルTφを見たり聞いたりしたならば，原パターンφと同じように見えたり聞こえたりしなければならない(Tφとφとの間の同一知覚原理).

パターンφから抽出される第⟨#1, #2, #3⟩番目の特徴量u(φ, ⟨#1, #2, #3⟩)として,

$$u(\varphi, \langle \#1, \#2, \#3\rangle)\equiv$$
$$\begin{cases} 0 \quad \cdots\forall\ \langle \#1, \#2, \#3\rangle\in L,\ a_{\langle \#1, \#2, \#3\rangle}(\varphi)=0\text{のとき} \\ a_{\langle \#1, \#2, \#3\rangle}(\varphi)/[\sup_{\langle \#1, \#2, \#3\rangle\in L}|a_k(\varphi)|] \\ \quad\cdots\exists\langle \#1, \#2, \#3\rangle\in L,\ a_{\langle \#1, \#2, \#3\rangle}(\varphi)\neq 0\text{のとき}\end{cases} \tag{3.31}$$

ここに,

$$L=\{\langle \#1, \#2, \#3\rangle\mid \#1, \#2, \#3=1, 2, 3\} \tag{3.32}$$

を採用する.

このとき，4性質①～④を満たす写像Tとして,

$$T\varphi$$
$$=\sum_{\#1=1}^{3}\sum_{\#2=1}^{3}\sum_{\#3=1}^{3} u(\varphi, \langle \#1, \#2, \#3\rangle)\cdot\langle (\psi_{\#1})_{-1},(\psi_{\#2})_0,(\psi_{\#3})_{+1}\rangle \tag{3.33}$$

と定義されるものを採用できる.

上記で設計したTの他に，axiom 2を満たす類似度関数SMとaxiom 3を満たす大分類関数BSCを設計すれば，多段階にわたってパターンモデル変換を行い，構造受精変換の不動点(あるカテゴリの代表パターンのモデル)を探索する形で想起し，認識する手法，つまり，不動点探索型·多段階パターンモデル帰納推理変換·想起認識法を使えば，音素xについて，式(A3.1)の全カテゴリ集合$\underline{\mathfrak{C}}$の内の1つのカテゴリ$\mathfrak{C}_j$にラベル付けできる.

3.3 8近傍による風景画素認識

風景画像φの，現在注目している2次元画素x=⟨x_1, x_2⟩での値φ(x)=φ(x_1, x_2)につき，2次元画素x=⟨x_1, x_2⟩の8近傍

$$\langle x_1+p_1, x_2+p_2\rangle,\ p_1, p_2=0, \pm 1 \tag{3.34}$$

但し，$p_1+p_2\neq 0$ (3.35)

での値 $\varphi(x_1+p_1, x_2+p_2)$ によって，風景画素 x にカテゴリラベルをつける方法が，本節で研究される．言い換えれば，それ自身を含む文脈

$$\varphi(x_1+p_1, x_2+p_2),\ p_1, p_2=0, \pm 1 \tag{3.36}$$

の値を使って，$p_1=p_2=0$ のときの $\varphi(x_1+p_1, x_2+p_2)$ を認識する場合を考えている．

今注目している座標値 $x=\langle x_1, x_2\rangle$ を固定する．

実数値パターン

$$\varphi=\{\varphi(x_1+p_1, x_2+p_2) \mid p_1, p_2=0, \pm 1\} \tag{3.37}$$

について，

内積 (φ, η)

$$=\sum_{p_1=0, \pm 1}\sum_{p_2=0, \pm 1}\varphi(x_1+p_1, x_2+p_2)\cdot\eta(x_1+p_1, x_2+p_2) \tag{3.38}$$

ノルム $\|\varphi\|=[(\varphi, \varphi)]^{1/2}$ (3.39)

を採用したヒルベルト空間 $\mathfrak{H}(x)$ を導入する．

$\mathfrak{H}(x)$ での完全正規直交系

$$\{\psi^{(1)}{}_{\#1}\cdot\psi^{(2)}{}_{\#2} \mid \#1, \#2=1, 2, 3\} \tag{3.40}$$

を導入できる：

(イ) $\psi^{(k)}{}_1(y)=$

$$\begin{cases} 1/\sqrt{18} & \text{if } y=x_k-1 \\ 4/\sqrt{18} & \text{if } y=x_k \\ 1/\sqrt{18} & \text{if } y=x_k-1 \end{cases} \tag{3.41}$$

(ロ) $\psi^{(k)}{}_2(y)=$

$$\begin{cases} -1/\sqrt{2} & \text{if } y=x_k-1 \\ 0/\sqrt{2} & \text{if } y=x_k \\ 1/\sqrt{2} & \text{if } y=x_k-1 \end{cases} \tag{3.42}$$

(ハ) $\psi^{(k)}{}_3(y)=$

$$\begin{cases} 2/3 & \text{if } y=x_k-1 \\ -1/3 & \text{if } y=x_k \\ 2/3 & \text{if } y=x_k-1 \end{cases} \tag{3.43}$$

□

さて，$\mathfrak{H}(x)$ での完全正規直交系を使い，$\mathfrak{H}(x)$ の任意の元 φ は，

$$\begin{aligned}\varphi &=\sum_{\#1=1}^{3}\sum_{\#2=1}^{3} (\varphi, \psi_{\#1}\cdot\psi_{\#2})\cdot\psi_{\#1}\cdot\psi_{\#2} \\ &=\sum_{\#1=1}^{3}\sum_{\#2=1}^{3} a_{\langle\#1, \#2\rangle}(\varphi)\cdot \psi_{\#1}\cdot\psi_{\#2},\end{aligned} \tag{3.44}$$

ここに，

$$a_{\langle\#1, \#2\rangle}(\varphi)=(\varphi, \psi_{\#1}\cdot\psi_{\#2}) \tag{3.45}$$

とフーリェ式展開される．

パターンモデル $T\varphi$ を見たり聞いたりしたならば，原パターン φ と同じように見えたり聞こえ

たりしなければならない($T\varphi$とφとの間の同一知覚原理).

パターンφから抽出される第$\langle \#1, \#2 \rangle$番目の特徴量$u(\varphi, \langle \#1, \#2 \rangle)$として,

$$u(\varphi, \langle \#1, \#2 \rangle) \equiv \begin{cases} 0 & \cdots \forall \langle \#1, \#2 \rangle \in L,\ a_{\langle \#1, \#2 \rangle}(\varphi) = 0 \text{のとき} \\ a_{\langle \#1, \#2 \rangle}(\varphi) / \left[\sup_{\langle \#1, \#2 \rangle \in L} | a_k(\varphi) | \right] & \\ \quad \cdots \exists \langle \#1, \#2 \rangle \in L,\ a_{\langle \#1, \#2 \rangle}(\varphi) \neq 0 \text{のとき} & \end{cases} \tag{3.46}$$

ここに, $L = \{\langle \#1, \#2 \rangle \mid \#1, \#2 = 1, 2, 3\}$ (3.47)

を採用する.

このとき, 1.3の4性質①~④を満たす写像Tとして,

$$T\varphi = \sum_{\#1=1}^{3} \sum_{\#2=1}^{3} u(\varphi, \langle \#1, \#2 \rangle) \cdot \psi_{\#1} \cdot \psi_{\#2} \tag{3.48}$$

と定義されるものを採用できる.

上記で設計したTの他に, axiom 2を満たす類似度関数SMとaxiom 3を満たす大分類関数BSCを設計すれば, 多段階にわたってパターンモデル変換を行い, 構造受精変換の不動点(あるカテゴリの代表パターンのモデル)を探索する形で想起し, 認識する手法, つまり, 不動点探索型·多段階パターンモデル帰納推理変換·想起認識法を使えば, 2次元画素$x = \langle x_1, x_2 \rangle$について, 式(A3.1)の全カテゴリ集合$\underline{\mathfrak{C}}$の内の1つのカテゴリ$\mathfrak{C}_j$にラベル付けできる.

3.4 文脈を考慮したパターン系列の認識

パターン$\varphi = \langle \varphi_{-1}, \varphi_0, \varphi_{+1} \rangle$を処理することにより, 文脈$\varphi_{-1} \in \Phi_{-1}$, $\varphi_{+1} \in \Phi_{+1}$を考慮し, パターン$\varphi_0 \in \Phi_0$にカテゴリラベルを付ける方法を研究する. ここに, $\Phi_k (k = 0, \pm 1)$は処理の対象とする問題のパターンの集合である.

各$\varphi_k (k = 0, \pm 1)$はあるヒルベルト空間$\mathfrak{H}$に属するとしよう.

φ_{-1}, φ_{+1}を各々, 中心φ_0の左近傍, 右近傍という.

パターンφは,

$$\varphi = \langle \varphi_{-1}, \varphi_0, \varphi_{+1} \rangle \in \mathfrak{H}^3 \equiv \mathfrak{H} \otimes \mathfrak{H} \otimes \mathfrak{H} \tag{3.49}$$

であり, 3個のヒルベルト空間の直積(direct product)である. その3算法

(イ)(和)

$$\langle \varphi_{-1}, \varphi_0, \varphi_{+1} \rangle + \langle \eta_{-1}, \eta_0, \eta_{+1} \rangle = \langle \varphi_{-1} + \eta_{-1}, \varphi_0 + \eta_0, \varphi_{+1} + \eta_{+1} \rangle \tag{3.50}$$

(ロ)(複素定数倍)

$$a \cdot \langle \varphi_{-1}, \varphi_0, \varphi_{+1} \rangle = \langle a \cdot \varphi_{-1}, a \cdot \varphi_0, a \cdot \varphi_{+1} \rangle \text{ for any complex number } a \tag{3.51}$$

(ハ)(内積)

$$(\langle \varphi_{-1}, \varphi_0, \varphi_{+1} \rangle, \langle \eta_{-1}, \eta_0, \eta_{+1} \rangle) = \sum_{k=0, \pm 1} q_k \cdot (\varphi_k, \eta_k) \tag{3.52}$$

を定義する. ここに,

$$[\forall k \in \{0, \pm 1\}, 0 < q_k] \wedge \sum_{k=0, \pm 1} q_k = 1 \tag{3.53}$$

であり, 例えば,

$$q_0 = 1/2,\ q_{\pm 1} = 1/4 \tag{3.54}$$

と与えることができる.

ノルム $\| \varphi \| = [(\varphi, \varphi)]^{1/2}$ (3.55)

も導入しておく．

各$\varphi_k(k=0, \pm 1)$の，式(A3.1)の全カテゴリ集合$\underline{\mathfrak{C}}$を導入する．$\varphi = \langle \varphi_{-1}, \varphi_0, \varphi_{+1} \rangle \in \Phi^3 \equiv \Phi_{-1} \otimes \Phi_0 \otimes \Phi_{+1} \subset \mathfrak{H} \otimes \mathfrak{H} \otimes \mathfrak{H}$が帰属するカテゴリは，直積

$$\underline{\mathfrak{C}}^3 \equiv \underline{\mathfrak{C}} \otimes \underline{\mathfrak{C}} \otimes \underline{\mathfrak{C}}$$
$$\equiv \{ \langle \mathfrak{C}_{j(-1)}, \mathfrak{C}_{j(0)}, \mathfrak{C}_{j(+1)} \rangle \mid j(k) \in J, k=0, \pm 1 \} \tag{3.56}$$

の元$\langle \mathfrak{C}_{j(-1)}, \mathfrak{C}_{j(0)}, \mathfrak{C}_{j(+1)} \rangle$である．$\varphi_k$が帰属するカテゴリは，第$j(k) \in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_{j(k)} \in \underline{\mathfrak{C}}$である．

axiom 1～3を各々，満たすパターン集合

$$\text{直積}\Phi^3 = \Phi_{-1} \otimes \Phi_0 \otimes \Phi_{+1} \Phi^3 \tag{3.57}$$

とモデル構成作用素

$$T: \Phi^3 \to \Phi^3 \tag{3.58}$$

との対$\langle \Phi^3, T \rangle$，類似度関数

$$SM: \Phi^3 \times \Omega^3 \to \{ s \mid 0 \leqq s \leqq 1 \} \tag{3.59}$$

ここに，

$$\Omega^3 \equiv \Omega \otimes \Omega \otimes \Omega$$
$$= \{ \langle \omega_{j(-1)}, \omega_{j(0)}, \omega_{j(+1)} \rangle \mid j(k) \in J, k=0, \pm 1 \} \tag{3.60}$$

並びに, 大分類関数

$$BSC: \Phi^3 \times J^3 \to \{0, 1\} \tag{3.61}$$

ここに，

$$J^3 \equiv J \otimes J \otimes J$$
$$= \{ \langle j(-1), j(0), j(+1) \rangle \mid j(k) \in J, k=0, \pm 1 \} \tag{3.62}$$

を設計すれば，多段階にわたってパターンモデル変換を行い，構造受精変換の不動点(あるカテゴリの代表パターンのモデル)を探索する形で想起し，認識する手法，つまり，不動点探索型·多段階パターンモデル帰納推理変換·想起認識法を使えば，パターンφについて，直積$\Phi^3 = \Phi_{-1} \otimes \Phi_0 \otimes \Phi_{+1}$から定まる全カテゴリ集合$\underline{\mathfrak{C}}^3$の内の1つのカテゴリ$\langle \mathfrak{C}_{j(-1)}, \mathfrak{C}_{j(0)}, \mathfrak{C}_{j(+1)} \rangle$にラベル付けできる．

その後，$\varphi = \langle \varphi_{-1}, \varphi_0, \varphi_{+1} \rangle$の処理によって，直積$\underline{\mathfrak{C}} \otimes \underline{\mathfrak{C}} \otimes \underline{\mathfrak{C}}$の元$\langle \mathfrak{C}_{j(-1)}, \mathfrak{C}_{j(0)}, \mathfrak{C}_{j(+1)} \rangle$を決定することができるが，$\mathfrak{C}_{j(-1}$, $\mathfrak{C}_{j(+1)}$は捨てて，φ_0の帰属するカテゴリを$\mathfrak{C}_{j(0)}$と決定する．

更に，現在のφ_0, φ_{+1}を各々，新しいφ_{-1}, φ_0として採用し，かつ，現在のφ_{+1}の右近傍を新しいφ_{+1}として採用すると，現在の$\varphi = \langle \varphi_{-1}, \varphi_0, \varphi_{+1} \rangle$を1つだけ右へずらして得られる新しい$\varphi = \langle \varphi_{-1}, \varphi_0, \varphi_{+1} \rangle$が求まる．この$\varphi$に対し，上述と同様な不動点探索型·多段階パターンモデル帰納推理変換·想起認識法を適用する．以後，同様にパターン系列を左，並びに右近傍のパターンを使い認識できる．尚，左，並びに右近傍のパターンが存在しない場合はそのパターンとして，平均化パターン

$$\xi \equiv \sum_{j \in J} p(\mathfrak{C}_j) \cdot \omega_j \tag{3.63}$$

を採用すればよい．

axiom 1～3を満たすパターン集合Φ^3とモデル構成作用素Tとの対$\langle \Phi^3, T \rangle$，類似度関数SM, 大分類関数BSCを設計しておこう．

先ず，Tは

$$T\varphi=\langle T_{-1}\varphi_{-1}, T_0\varphi_0, T_{+1}\varphi_{+1}\rangle \tag{3.64}$$

と設定すればよい．ここに，

$$T_k: \Phi_k \rightarrow \Phi_k (k=0, \pm 1) \tag{3.65}$$

は1．3の4性質①～④を満たす写像である．

$\Phi^3=\Phi_{-1}\otimes\Phi_0\otimes\Phi+1$については，

$$\Phi_k \equiv R^{++}\cdot(\Phi_k(B)\cup T_k\cdot\Phi_k(B)) \tag{3.66}$$

と設定する．ここに，R^{++}，$\Phi_k(B)\subset\mathfrak{H}$は各々，正実数全体の集合，パターンと判明してしている$\mathfrak{H}$の集合(基本領域；basic domain)である．

$$SM(\langle\varphi_{-1}, \varphi_0, \varphi_{+1}\rangle, \langle\omega_{j(-1)}, \omega_{j(0)}, \omega_{j(+1)}\rangle) \tag{3.67}$$

$$BSC(\langle\varphi_{-1}, \varphi_0, \varphi_{+1}\rangle, \langle j(-1), j(0), j(+1)\rangle) \tag{3.68}$$

については，2層前進型ニューラルネット(階層型ニューラルネット)を用いて構成するのがよい(11章を参照)．

4. 不動点探索型・多段階パターンモデル帰納推理変換・想起認識法(SS多段階想起認識法)における代表パターンの拡張

本章では，遺伝的アルゴリズムでのシンプレックス探索法について説明し，この探索法を理解することが不動点探索型・多段階パターンモデル帰納推理変換・想起認識法(SS多段階想起認識法)の理解につながることを明らかにする(4.1節)．次に，代表パターンを拡張しておくと，SS想起認識法が入力パターンにおける崩れに適応できることが説明される(4.2節)．また，各代表パターンω_jを各カテゴリ$\mathfrak{C}_j$の出現確率$p(\mathfrak{C}_j)$の分布に関し平均して得られる式(3.63)の平均化パターンξは処理の対象とするパターンφの集合Φの持つ諸性質を反映しているものである．そこで，ξを再帰的に導出する方法を研究する(4.3節)．特に，等確率分布で平均して得られるξ，つまり，代表パターンの算術平均値を再帰的に定義する(4.4節)．最後に，平均化パターンξを再帰的に導出できる今1つの方法が説明される(4.5節)．これらの再帰表現式は新しいカテゴリが追加される毎に平均化パターンξをどのように更新するか，その更新方法にhintを与えるものである．

4.1 シンプレックス探索法と，不動点探索型・多段階パターンモデル帰納推理変換・想起認識法との関係

4.1.1 シンプレックス交差の探索アルゴリズム

文献［A7］では，主探索オペレータは交叉オペレータであるとの立場にたち，実数値GAの探索性能が最適化対象関数の性質に影響されにくく，座標系のとり方に依存しない交叉が提案されている．

今少し，詳しく説明しよう．

SPX(シンプレックス交差；simplex crossover)の探索アルゴリズムは次のように述べられる．

探索空間はn次元実数空間であり，固体はn次元実数ベクトルである．

［1］個体群から$(n+1)$個の親個体$\overline{p_0}, \overline{p_1}, \cdots, \overline{p_n}$をランダムに選ぶ．

［2］親個体の重心

$$\overline{g}=\{1/(n+1)\}\cdot\sum_{i=0}^{n}\overline{p_i} \tag{4.1}$$

を求める．

［3］ $k=0, 1, \cdots, n$につき，

$$\overline{x_k}=\overline{g}+\varepsilon\cdot(\overline{p_k}-\overline{g}) \tag{4.2}$$

$$\overline{c_k}= \begin{cases} \overline{0} & \text{if } k=0 \\ r_{k-1}\cdot(\overline{x_{k-1}}-\overline{x_k}+\overline{c_{k-1}}) & \text{if } k=1, 2, \cdots, n \end{cases} \tag{4.3}$$

を求める．εは正のパラメータで，拡張率(expansion rate)と呼ぶ．r_kは1より小さい非負実数区間［0, 1］の一様分布乱数u［0, 1］を

$$r_k=[u[0, 1]]^{1/(k+1)} \tag{4.4}$$

と変換したものである．但し，

$$r_k= \begin{cases} 0 & \text{if } k<0 \\ 1 & \text{if } k\geqq n \end{cases} \tag{4.5}$$

としておく．

［4］ 子個体 $\overline{c}$ を

$$\overline{c}=\overline{x_n}+\overline{c_n} \tag{4.6}$$

と求める．□

SPXによって生成される子個体は(n＋1)個の親個体が張るn次元のシンプレックスを，重心を中心にε倍に相似変換した図形の内部に一様に分布する．

4.1.2 非線形最適化手法としてのVector Simplex法

n次元ユークリッド空間R^nの中の$r+1$個の点$a_0, a_1, \cdots, a_r$が独立とは，r個のベクトル$a_1-a_0, a_2-a_0, \cdots, a_r-a_0$が1次独立であることをいう．$R^n$の中の$r+1$個の点$a_0, a_1, \cdots, a_r$によって，

$$a=\sum_{i=0}^{r} p_i\cdot a_i,\ ここに，\ \sum_{i=0}^{r} p_i=1 \tag{4.7}$$

と表される点の全体の集合は，$r+1$個の点$a_0, a_1, \cdots, a_r$を含むr次元の平面(これをR^nのアフィン(affine)部分空間という)をなす．その部分集合の中で特に，

$$a=\sum_{i=0}^{r} p_i\cdot a_i,$$
$$ここに，\ \sum_{i=0}^{r} p_i=1$$
$$\wedge[\forall i\in\{0, 1, 2, \cdots, r\},\ 0\leqq p_i] \tag{4.8}$$

と表される点aの集合$\overline{x}^r$を$r+1$個の点a0, a1, …, arを頂点とするr次元ユークリッド単体(simplex)，または，r単体と呼び，

$$\overline{x}^r=\overline{a_0 a_1 \cdots a_r} \tag{4.9}$$

と表す．$r=-1$の場合，$\overline{x}^r$は空集合を表す．$r=1, 2, 3$の場合，各々，線分，3角形，4面体である．

$\overline{x}^r$の各点$a=\sum_{i=1}^{r} p_i\cdot a_i$に対し，$r+1$個の実数の組

$$p_0, p_1, \cdots, p_r \tag{4.10}$$

が一意に対応するが，この$r+1$個の実数の組を点aの重心座標(barycentric coordinate)という．

さて，文献［A8］では，

①非線形最適化手法であるSimplex法を半順序集合に拡張し，制約のない多目的非線形最適化問題においてパレート最適解(多数の目的関数の最小値を求める場合，その解よりもある1つの目的関数の値を小さい値を与える変数値が存在しない解)の近似集合を直接求めることが可能なVector Simplex法を提案し，

②近似解集合から意志決定に適切な解を選択し，Vector Simplex法を繰り返し実行するという，大局的な観点からの対話的最適化手法を提案している．

simplex法は，R^n上に幾つかの点を幾何学的に配置し，それらの点での目的関数の値を比較することにより，目的関数を最小とする解(最適解)を探索する方法である．simplex法では，初期単体から探索を始め，最適解を探索する各段階において，最良解，最悪解などを求め，それを基準に鏡映，拡張，収縮などの操作を実行し，最悪解を順次改善することにより，最適解を求める．

4.1.3 SS多段階想起認識法

前項で説明された有限次元ユークリッド空間(有限次元実数列空間R^q)Vector Simplex法をもし，無限次元関数空間$\mathfrak{H}$(可分な一般抽象ヒルベルト空間)で考え直すことが可能ならば，SS多段階想起認識法［B3］,［B4］と関連を持ってくる．それはSS多段階想起認識法についての以下の簡単な説明から理解できるかもしれない．

多段階にわたってパターンモデル変換を行い，構造受精変換の不動点(あるカテゴリの代表パターンのモデル)を探索する形で想起し，認識する手法，つまり，不動点探索型・多段階パターンモデル帰納推理変換・想起認識法(SS多段階想起認識法)では，simplex探索法に似た手法で原パターンφを認識しようとする．今少し，詳しく説明すれば次のようになる：

処理の対象とする問題のパターンφについて，そのパターンモデル$T\varphi$を先ず，求めた後，初期単体の部分集合

$$\{\sum_{j\in\gamma} s_j(T\varphi)\cdot T\omega_j \mid \gamma\subseteq J\} \tag{4.11}$$

ここに，$s_j(T\varphi)$は，$T\varphi$が第$j\in\gamma$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$の代表パターンω_jのモデル$T\omega_j$と似ている程度であり，

$$[\forall j\in J, 0\leqq s_j(T\varphi)\leqq 1] \tag{4.12}$$

$$\wedge 0\leqq \sum_{j\in\gamma} s_j(T\varphi)\leqq 1 \tag{4.13}$$

から探索を開始し，パターンモデルの各変換段階において帰納推理で選択された構造受精変換

$$TA(\mu)T,\ ここに,\ \mu\subseteq J \tag{4.14}$$

の操作を行い，候補カテゴリ知識(パターンψがカテゴリ集合$\mathfrak{C}_j$, $j\in\lambda$内の1つのカテゴリに帰属する可能性があるという認識システムRECOGNITRONが持っている知識)

$$\langle \psi, \lambda\rangle \tag{4.15}$$

を順次改善することにより，不動点の最適解(SSポテンシャルを最小にする不動点解)を求め，原パターンφを認識しようとする．

4.2 不動点探索型多段階パターンモデル帰納推理変換想起認識法における拡張された代表パターンの使用

もし，現在のSS多段階想起認識法が処理の対象とする問題のパターンφがその帰属するカテゴリ$\mathfrak{C}_j$の代表パターンω_jに比べ大きく変形していれば，この種の変形に対処するため，ω_jの他に，$\omega_{j'}$をも代表パターンとして採用することが考えられる．この考えを説明しよう．

カテゴリ番号jの集合$J=\{1, 2, \cdots, m\}$と，代表パターンω_jの集合

$$\Omega=\{\omega_j \mid j\in J\} \tag{4.16}$$

に対し，カテゴリ番号集合

$$J'=\{1', 2', \cdots, m'\} \tag{4.17}$$

を用意する．$T\omega_j$, $j\in J$の代りに，

$$T\omega_j,\ T\omega_{j'},\ j\in J,\ j'\in J' \tag{4.18}$$
を採用する．ここに，今１つの代表パターン $\omega_{j'}$ については，次のように設定する：不等式
$$1<\varepsilon \tag{4.19}$$
を満たす正の助変数 ε を用意して，
$$\omega_{j'}=\zeta+\varepsilon\cdot(\omega_j-\zeta) \tag{4.20}$$
$$=(1-\varepsilon)\cdot\zeta+\varepsilon\cdot\omega_j \tag{4.21}$$
□

$\omega_{j'}$ は ζ を中心に，$(\omega_j-\zeta)$ を ε 倍に相似拡大したものを ζ に加えて得られていることに注意する．

その後，カテゴリ番号の2つの和集合
$$J\cup J' \tag{4.22}$$
を改めて，カテゴリ番号集合Jとして採用し，SS多段階想起認識法において得られた認識結果において，$\mathfrak{C}_{j'}$ を $\mathfrak{C}_j$ と同一視すればよい．

確率であるための条件式(A3.9)を満たす第 $j\in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の生起確率 $p(\mathfrak{C}_j)$ の分布で代表パターン ω_j の，式(A3.2)の集合 Ω を平均して得られる平均化パターン
$$\xi\equiv\sum_{j\in J}p(\mathfrak{C}_j)\cdot\omega_j \tag{4.23}$$
を考えると，ζ については，通常
$$\zeta=\xi \tag{4.24}$$
と選ぶことができる．

4.3　代表パターンの平均化パターン ξ の，再帰的導出

式(4.23)で定義される平均化パターン ξ を再帰的に導出してみよう．
$$J(2)=\{1,2\} \tag{4.25}$$
$$J(t)=\{1,2,\cdots,m(t)\} \tag{4.26}$$
$$m(2)=2 \tag{4.27}$$
$$m(t+1)=m(t)+1 \tag{4.28}$$
を導入する．このとき，
$$m(t)=t,\ t=2,3,\cdots \tag{4.29}$$
である．よって，
$$J(t)=\{1,2,\cdots,t\} \tag{4.30}$$
$$\forall i\in J(t),\ 0<p_i(t)<1 \tag{4.31}$$
$$\sum_{i\in J(t)}p_i(t)=1,\ t=1,2,\cdots \tag{4.32}$$
とする．

さて，
$$p_i(t),\ i\in J(t) \tag{4.33}$$
が与えられたとき，
$$p_i(t+1)=\begin{cases}p_i(t)-\delta p_i(t) & \text{if } i\in J(t)\\ \sum_{i\in J(t)}\delta p_i(t) & \text{if } i=m(t+1)\end{cases} \tag{4.34}$$
とおく．ここに，

$$0 \leqq \delta p_i(t) < p_i(t) \quad \text{if} \quad i \in J(t)$$
$$\exists i \in J(t),\ 0 < \delta p_i(t) \tag{4.35}$$
である．このとき，
$$\exists i \in J(t),\ 0 < p_i(t) < 1 \quad \because \quad 式(4.35)$$
$$\sum_{i \in J(t+1)} p_i(t+1) = 1$$
$$\because \quad 3式(4.34),\ (4.32),\ (4.30)$$
が成り立つ．

平均化パターン
$$\xi \equiv \sum_{j \in J} p(\mathfrak{C}_j) \cdot \omega_j$$
を再帰的に定義してみよう．その再帰的定義は次の通りである：

(0)初期化段階：$\xi(2) \equiv p_1(2) \cdot \omega_1 + p_2(2) \cdot \omega_2$

(1)帰納段階：$\xi(t+1)$
$$\begin{aligned} &\equiv [1/\{1 - p_{m(t+1)}(t+1)\}] \cdot \xi(t) \\ &\quad + p_{m(t+1)}(t+1) \cdot 【\omega_{m(t+1)} - \\ &\qquad [1/\{1 - p_{m(t+1)}(t+1)\}] \cdot \xi(t)】 \\ &\quad - \sum_{i \in J(t)} \delta p_i(t) \cdot \omega_i. \end{aligned} \tag{4.36}$$
□

このとき，次の定理4.1が成立ち，式(4.32)が
$$J = \{1, 2, \cdots, n\} \tag{4.37}$$
のとき，
$$t = n のとき，\ p_i(t) = p(\mathfrak{C}_i),\ i \in J \tag{4.38}$$
と考えれば，
$$\xi(n) = \xi$$
を得，導出できたことになる．

［定理4.1］（平均化パターン$\xi \equiv \sum_{j \in J} p(\mathfrak{C}_j) \cdot \omega_j$の再帰的構成）
$$\xi(t+1) = \sum_{i \in J(t+1)} p_i(t+1) \cdot \omega_i. \tag{4.39}$$
（証明）　初期化段階で$\xi(2)$の表現は成立している．よって，
$$\xi(t) = \sum_{i \in J(t)} p_i(t) \cdot \omega_i. \tag{4.40}$$
を仮定し，式(4.36)の再帰的定義を使って式(4.39)を導けばよい．それは次のように示される．
$$\begin{aligned} &\xi(t+1) \\ &= [\{1 - p_{m(t+1)}(t+1)\}/\{1 - p_{m(t+1)}(t+1)\}] \cdot \xi(t) \\ &\quad + p_{m(t+1)}(t+1) \cdot \omega_{m(t+1)} \\ &\quad - \sum_{i \in J(t)} \delta p_i(t) \cdot \omega_i \\ &\qquad \because \quad (4.36) \\ &= \xi(t) - \sum_{i \in J(t)} \delta p_i(t) \cdot \omega_i \\ &\quad + p_{m(t+1)}(t+1) \cdot \omega_{m(t+1)} \\ &= \sum_{i \in J(t)} [p_i(t) - \delta p_i(t)] \cdot \omega_i \\ &\quad + p_{m(t+1)}(t+1) \cdot \omega_{m(t+1)} \\ &\qquad \because \quad 式(4.40) \end{aligned}$$

$$=\sum_{i\in J(t)} p_i(t+1)\cdot\omega_i$$
$$+p_{m(t+1)}(t+1)\cdot\omega_{m(t+1)}$$
$\because$ 式(4.34)
$$=\sum_{i\in J(t+1)} p_i(t+1)\cdot\omega_i$$
$\because$ 式(4.30) □

4.4 代表パターンの算術平均値

式(4.23)で定義される平均化パターンξにおいて，その特別な場合の代表パターンω_jの算術平均値

$$\xi=[\sum_{j\in J}\omega_j]/|J| \tag{4.41}$$

は，次の再帰性で得られる．

$$①\ \xi_1\equiv\omega_1 \tag{4.42}$$
$$②\ \xi_2\equiv\xi_1+(1/2)\cdot[\omega_2-\xi_1] \tag{4.43}$$
$$=2^{-1}\cdot\xi_1+2^{-1}\cdot\omega_2$$
$$=2^{-1}\cdot\omega_1+2^{-1}\cdot\omega_2\quad\because\ 式① \tag{4.44}$$
$$③\ \xi_k\equiv\xi_{k-1}+(1/k)\cdot[\omega_k-\xi_{k-1}]\ (k\geqq 3) \tag{4.45}$$
□

このとき，次の定理4.2が成立し，代表パターンω_jの算術平均値としてξが得られたことがわかる．

［定理4.2］（代表パターンω_jの算術平均値定理）

式(4.41)が成り立つ．

（証明）①, ②が成立しているから，

$$\xi_\ell=[\sum_{j=1}^{\ell}\omega_j]/[\ell] \tag{4.46}$$

から，③を使って，

$$\xi_{\ell+1}=[\sum_{j=1}^{\ell+1}\omega_j]/[\ell+1] \tag{4.47}$$

を導ければよい．それは次のように導かれる．

$$\xi_{\ell+1}$$
$$=\xi_\ell+\{1/(\ell+1)\}\cdot[\omega_{\ell+1}-\xi_\ell]$$
$\because$ 式(4.45)
$$=[1-\{1/(\ell+1)\}]\cdot\xi_\ell+\{1/(\ell+1)\}\cdot\omega_{\ell+1}$$
$$=[\ell/(\ell+1)]\cdot\xi_\ell+\{1/(\ell+1)\}\cdot\omega_{\ell+1}$$
$$=[\ell/(\ell+1)]\cdot[\sum_{j=1}^{\ell}\omega_j]/\ell$$
$$+\{1/(\ell+1)\}\cdot\omega_{\ell+1}$$
$\because$ 式(4.46)
$$=[\sum_{j=1}^{\ell}\omega_j]/(\ell+1)+\{1/(\ell+1)\}\cdot\omega_{\ell+1}$$
$$=[\sum_{j=1}^{\ell+1}\omega_j]/[\ell+1]$$
□

4.5 平均化パターンξの，今１つの再帰的導出

平均化パターンξを，今1つ，再帰的に導出してみよう．

$$J=\{1, 2, \cdots, n\} \tag{4.48}$$

として，

$$[\forall i \in J, 0<p_i<1] \wedge \sum_{i=1}^{n} p_i=1 \tag{4.49}$$

とする．

$\xi \equiv \sum_{j\in J} p(\mathfrak{C}_j)\cdot\omega_j$において，代表パターン$\omega_j$の平均値

$$\xi=\sum_{i=1}^{n} p_i\cdot\omega_i \tag{4.50}$$

は，次の再帰性で得られる．

$$①\ \xi_1 \equiv \omega_1 \tag{4.51}$$

$$②\ \xi_2 \equiv \xi_1+p_2\cdot[\omega_2-\xi_1] \tag{4.52}$$

$$=(1-p_2)\cdot\xi_1+p_2\cdot\omega_2$$

$$=p_1\cdot\omega_1+p_2\cdot\omega_2$$

$$\because\ 1-p_2=p_1 \wedge \text{式}(4.51) \tag{4.53}$$

$③\ \xi_3$

$$\equiv\{1/(1-p_3)\}\cdot\xi_2+p_3\cdot[\omega_3-\{1/(1-p_3)\}\cdot\xi_2] \tag{4.54}$$

$$=\{(1-p_3)/(1-p_3)\}\cdot\xi_2+p_3\cdot\omega_3$$

$$=\xi_2+p_3\cdot\omega_3$$

$$=p_1\cdot\omega_1+p_2\cdot\omega_2+p_3\cdot\omega_3$$

$$\because\ \text{式}(4.53) \tag{4.55}$$

$④\ \xi_k$

$$\equiv\{1/(1-p_k)\}\cdot\xi_{k-1}$$

$$+p_k\cdot[\omega_k-\{1/(1-p_k)\}\cdot\xi_{k-1}]\ (k\geqq 3) \tag{4.56}$$

$$=\{(1-p_k)/(1-p_k)\}\cdot\xi_{k-1}+p_k\cdot\omega_k$$

$$=\xi_{k-1}+p_k\cdot\omega_k \tag{4.57}$$

□

このとき，次の定理4.3が成立し，代表パターンω_jの平均値としてξが得られたことがわかる．

［定理4.3］（代表パターンω_jの算術平均値定理）

$$\xi_n=\xi$$

が成り立つ．

（証明）①，②，③が成立しているから，

$$\xi_\ell=\sum_{j=1}^{\ell} p_\ell\cdot\omega_\ell \tag{4.58}$$

から，④を使って，

$$\xi_{\ell+1}=\sum_{j=1}^{\ell+1} p_{\ell+1}\cdot\omega_{\ell+1} \tag{4.59}$$

を導ければよい．それは次のように導かれる：

$$\xi_{\ell+1}$$

$$=\xi_\ell+p_{\ell+1}\cdot\omega_{\ell+1}\quad\because\ \text{式④}$$

$$=\sum_{j=1}^{\ell} p_j\cdot\omega_j+p_{\ell+1}\cdot\omega_{\ell+1}$$

∵　式(4.58)

$$=\sum_{j=1}^{\ell+1} p_j \cdot \omega_j. \tag{4.60}$$

□

5. 音声理解システムのためのモデル構成作用素T

付録A，A1節のaxiom 1を満たす対【Φ, T】でのモデル構成作用素Tが選ぶ手法が研究される．以下では，有限個振幅T(5.1節)，離散内積での直交系を使ったT(5.2節)というモデル構成作用素Tの2種類の構成法が示される．共に，SS多段階想起認識法を採用した音素認識に使われてよいモデル構成作用素である．

5.1 有限個の振幅値をとるモデル構成作用素T

本節では，axiom 1を満たす対【Φ, T】の構成定理が適用できるように，有限個の振幅値をとるパターンモデル$T\varphi$を説明しよう(文献［B29］の付録D)．

不等式

$$\begin{aligned}
&\forall x \in M,\\
&-1 = e_{2p+1}^{-}(x) < e_{2p}^{-}(x) < \cdots < e_2^{-}(x)\\
&< e_1^{-}(x) < 0 < e_1^{+}(x)\\
&< e_2^{+}(x) < \cdots < e_{2p}^{+}(x) < e_{2p+1}^{+}(x) = +1
\end{aligned} \tag{5.1}$$

を満たす閾値関数$e_k^{\pm}(x)$の組

$$e_k^{\pm}(x),\ x \in M,\ k = 1, 2, \cdots, 2p+1 \tag{5.2}$$

と，不等式

$$\begin{aligned}
&\forall x \in M,\\
&-1 = t_{2p+1}^{-}(x) < t_{2p}^{-}(x) < \cdots < t_2^{-}(x)\\
&< t_1^{-}(x) < 0 < t_1^{+}(x)\\
&< t_2^{+}(x) < \cdots < t_{2p}^{+}(x) < t_{2p+1}^{+}(x) = +1
\end{aligned} \tag{5.3}$$

を満たす関数$t_k^{\pm}(x)$の組

$$t_k^{\pm}(x),\ x \in M,\ k = 1, 2, \cdots, 2p+1 \tag{5.4}$$

とを用意する．

$$(T\varphi)(x) =
\begin{cases}
t_k^{+}(x) \\
\quad \text{if } e_{k-1}^{+}(x) < \varphi(x) / \sup_{y \in M} |\varphi(y)| \\
\qquad \leqq e_k^{+}(x)\ (2 \leqq k \leqq 2p+1) \\
0 \\
\quad \text{if } e_1^{-}(x) \leqq \varphi(x) / \sup_{y \in M} |\varphi(y)| \leqq e_1^{+}(x) \\
t_k^{-}(x) \\
\quad \text{if } e_k^{-}(x) \leqq \varphi(x) / \sup_{y \in M} |\varphi(y)| \\
\qquad < e_{k-1}^{-}(x)\ (2 \leqq k \leqq 2p+1)
\end{cases}$$

$$\text{for any } x \in M \tag{5.5}$$

次の2補助定理5.1, 5.2が成り立つ．

[補助定理5.1]（**零パターンモデル定理**）

式(5.5)で定義されている式(A1.8)の写像Tに対し，

$$
\begin{aligned}
&\forall x \in M,\\
&e_1^-(x) \leqq \varphi(x)/\sup_{y\in M} |\varphi(y)| \leqq e_1^+(x)\\
&\Leftrightarrow T\varphi = 0.
\end{aligned}
\tag{5.6}
$$

□

[補助定理5.2]（**パターンモデルの不動点定理**）

式(5.5)で定義されている式(A1.8)の写像Tに対し，振幅の絶対値の上限の“0, 1”規格化条件

$$\sup_{y\in M} |\eta(y)| \in \{0, 1\} \tag{5.7}$$

の下で，

$$
\begin{aligned}
&[\forall x \in M, \exists k \in \{k \mid 2 \leqq k \leqq 2p+1\},\\
&\eta(x) \in \{t_k^{\pm}(x),\ 0\}\\
&\Rightarrow T\eta = \eta .
\end{aligned}
\tag{5.8}
$$

□

このとき，次の定理5.1が成り立ち，離散有限個の振幅値をとるパターンモデルTφが得られた．

[定理5.1]（**離散有限個の振幅値をとるモデル構成作用素Tの構成定理**）

不等式(5.1)を満たす閾値関数$e_k^{\pm}(x)$の，式(5.2)の組と，不等式(5.3)を満たす関数$t_k^{\pm}(x)$の，式(5.4)の組とを用意すれば，式(5.5)のように定義された写像T：$\Phi \to \Phi$はaxiom 1の(i)，(ii)，(iii)の3後半を満たす．また，補助定理5.2から，axiom 1の(iv)をも満たすようにΦをとることができる． □

例えば、不等式(5.3)を満たす関数$t_k^{\pm}(x)$の，式(5.4)の組を，簡単には，

$$
\begin{aligned}
&t_{2p+1}^{+}(x) = 1,\ t_{2p+1}^{-}(x) = -t_{2p+1}^{+}(x)\\
&t_k^{+}(x) = 2^{-1}\cdot[e_{k-1}^{+}(x) + e_k^{+}(x)]\\
&t_k^{-}(x) = -t_k^{+}(x)\\
&\quad (2 \leqq k \leqq 2p+1)\ \text{for any}\ x \in M
\end{aligned}
\tag{5.9}
$$

と選ぶことができるが，p=1と選定しているとき，式(5.5)の5値パターンモデルTφは，

$$
(T\varphi)(x) =
\begin{cases}
1 & \text{if}\ 2/3 < \varphi(x)/\sup_{y\in M}|\varphi(y)| \leqq 1\\
1/2 & \text{if}\ 1/3 < \varphi(x)/\sup_{y\in M}|\varphi(y)| \leqq 2/3\\
0 & \text{if}\ -1/3 < \varphi(x)/\sup_{y\in M}|\varphi(y)| < 1/3\\
-1/2 & \text{if}\ -2/3 \leqq \varphi(x)/\sup_{y\in M}|\varphi(y)| < -1/3\\
-1 & \text{if}\ -1 \leqq \varphi(x)/\sup_{y\in M}|\varphi(y)| < -2/3
\end{cases}
\quad \text{for any}\ x \in M
\tag{5.10}
$$

である．

5.2 離散内積での直交系を使ったモデル構成作用素T

離散内積での直交系を考案しこの直交系を使った, axiom 1を満たすモデル構成作用素Tが構成される．

5.2.1　1次独立な系 $\{\psi_\ell\}_{\ell\in L}$に基づく特徴抽出と，パターンモデル$T\varphi$

一般に，可分な一般抽象ヒルベルト空間$\mathfrak{H}$の元からなる系$\{\psi_k\}_{k\in L}$は，1次独立であるとしょう．

このとき，処理の対象とするパターン$\varphi\in\Phi\subset\mathfrak{H}$が，第$k\in L$番目の**パターン形状素**と呼ばれる$\psi_k$からなる系（$\mathfrak{H}$の基底の一部）$\psi_k$, $k\in L$の線形1次結合$\sum_{k\in L} a_k\cdot\psi_k$で近似される場合の近似誤差

$$\|\varphi-\sum_{k\in L} a_k\cdot\psi_k\| \tag{5.11}$$

を最小ならしめる各複素係数$a_k\equiv a_k(\varphi)$については，**最小自乗法**(method of least squares)を適用して得られる連立1次方程式

$$\sum_{m\in L} a_m(\varphi)\cdot(\psi_m,\ \psi_k)=(\varphi,\ \psi_k),\ k\in L \tag{5.12}$$

を解いて求めることが出来る．この時,

$$\forall k\in L,\ (\varphi_\perp,\ \psi_k)=0 \tag{5.13}$$

を満たす$\varphi_\perp\in\mathfrak{H}$が存在して，原パターン$\varphi$の表現

$$\varphi=\sum_{k\in L} a_k(\varphi)\cdot\psi_k+\varphi_\perp \tag{5.14}$$

が成り立つから，パターンφから抽出される第$\ell\in L$番目の特徴量$u(\varphi,\ \ell)$として,

$$u(\varphi,\ \ell)\equiv\begin{cases}0 & \cdots\forall k\in L,\ a_k(\varphi)=0\text{ のとき}\\ a_k(\varphi)/[\sup_{k\in L}|a_k(\varphi)|] & \\ & \cdots\exists k\in L,\ a_k(\varphi)\neq 0\text{ のとき}\end{cases} \tag{5.15}$$

を採用してみよう．

尚，系$\{\psi_k\}_{k\in L}$が

$$(\psi_k,\ \psi_\ell)=0\ \text{ if }\ k\neq\ell \tag{5.16}$$

を満たすという意味で直交系であれば，1次独立であり，連立1次方程式(5.12)の解として各係数$a_k(\varphi)$は

$$a_k(\varphi)=(\varphi,\ \psi_k)/(\psi_k,\ \psi_k) \tag{5.17}$$

と求まる．

1次独立な系$\{\psi_\ell\}_{\ell\in L}$と，特徴抽出写像

$$u:\Phi\times L\to R\text{（実数全体の集合）} \tag{5.18}$$

とを選び,

$$T\varphi=\sum_{\ell\in L} u(\varphi,\ \ell)\cdot\psi_\ell\ \text{ for any }\ \varphi\in\Phi \tag{5.19}$$

で定義される“axiom 1の(i), (ii), (iii)の3後半と(iv)を満たす式(A1.8)のモデル構成作用素”Tを導入できる．ここに，$u(\varphi,\ \ell)\in R$はパターン$\varphi\in\Phi$から抽出された第$\ell\in L$番目の特徴量である．式(5.19)のTについては，φから抽出された特徴量の組

$$\underline{u}(\varphi)\equiv\{u(\varphi,\ \ell)\mid\ell\in L\} \tag{5.20}$$

の保存性質

$$\forall\varphi\in\Phi,\ \underline{u}(T\varphi)=\underline{u}(\varphi) \tag{5.21}$$

が成立している．

式(5.19のTを採用している場合，$\underline{u}(\varphi)$を

$$\underline{u}(\varphi)\to\underline{u}(\eta) \tag{5.22}$$

と変換できた場合，パターンモデル$T\varphi$を

$$T\varphi\to T\eta \tag{5.23}$$

というように，パターンモデル$T\eta$へと変換できたことになる．

5.2.2　離散値座標系で定義された1次独立な系 $\{\psi_\ell\}_{\ell\in L}$の選定

離散値座標系で定義された内積

$$(\varphi,\ \eta) = \sum_{x=0,\pm 1} \varphi(x)\cdot\overline{\eta}(x) \tag{5.24}$$

と，ノルム$\|\varphi\| \equiv [(\varphi,\ \varphi)]^{1/2}$とが導入された可分なヒルベルト空間$\mathfrak{H}$において，

$$L = \{1, 2, 3\} \tag{5.25}$$

を採用すれば，1次独立な系$\{\psi_\ell\}_{\ell\in L}$は次のように選んでよい：

3元ψ_1，ψ_2，ψ_3を

(1) $\psi_1(x)=$

$$\begin{cases} 1/\sqrt{18} & \text{if } x=-1 \\ 4/\sqrt{18} & \text{if } x=0 \\ 1/\sqrt{18} & \text{if } x=+1 \end{cases} \tag{5.26}$$

(2) $\psi_2(x)=$

$$\begin{cases} -1/\sqrt{2} & \text{if } x=-1 \\ 0/\sqrt{2} & \text{if } x=0 \\ 1/\sqrt{2} & \text{if } x=+1 \end{cases} \tag{5.27}$$

(3) $\psi_3(x)=$

$$\begin{cases} 2/3 & \text{if } x=-1 \\ -1/3 & \text{if } x=0 \\ 2/3 & \text{if } x=+1 \end{cases} \tag{5.28}$$

と，とることができる．このとき，正規直交性

$$(\psi_k,\ \psi_\ell)=1 \text{ if } k=\ell,\ =0 \text{ if } k\neq\ell \tag{5.29}$$

を満たしている．

6.　音声理解システムのための類似度関数SMの構成1

本章では，Parzen Window法で推定したカテゴリ事後出現確率分布

$$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi),\ j\in J \tag{6.1}$$

を利用して，音声理解システムを構築するのに必要なaxiom 2を満たす類似度関数SMを構成する方法が説明される．

6.1　Parzen Window法の適用下での，パターンモデル$T\varphi$を使った統計的パターン認識手法

その帰属が判明しているサンプルパターンの集合を用いて確率を推定するのに使われるPazen Window法は，その推定にそのサンプルパターンの集合の性質に適切と思われる特定の核関数を用いる．

統計的パターン認識手法に，Parzen Window法を適用すれば次のようになる：

S.Suzuki理論によれば，パターンモデル$T\varphi$を見たり聞いたりすれば原パターンφかのように見えたり聞こえたりすること(パターンモデル$T\varphi$と原パターンφとの間の同一知覚原理)を可能に

するモデル構成作用素Tを導入する．Parzen Window法を適用し，条件付き確率分布

$$p(T\varphi/\mathfrak{C}_j),\ j\in J \tag{6.2}$$

を推定する．その後，ベイズ定理を適用し，パターンモデル$T\varphi$が第$j\in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$に帰属する，式(6.1)の確率$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi)$を$j\in J$にわたり，すべて求め，認識規則

$$\text{if}\quad \forall i\in J-\{j\},\ p(\mathfrak{C}_j/T\varphi)\geqq p(\mathfrak{C}_i/T\varphi) \tag{6.3}$$

$$\text{then assign}\ \varphi\ \text{to category}\ \mathfrak{C}_j \tag{6.4}$$

(6.5)

を適用する．□

以下の式(6.7)はParzen Window法によるカテゴリ事後確率$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi)$の推定式(PW推定式)であるが，新たに，式(6.40)によるカテゴリ事後確率$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi)$の推定式(SS推定式)が得られている．

6.2 Parzen Window法を用いたaxiom 2を満たす類似度関数SMの構成

文献［A10］では，Parzen Window法とそのハードウェア化のための拡張が論じられている．ここでは，Parzen Window法を利用し，axiom 2を満たす式(A3.5)の類似度関数SMを設計する．

6.2.1 Parzen Window法での核関数Fを利用した条件付き確率$p(T\varphi/\mathfrak{C}_j)$の設定

各代表パターンω_jの包含性質

$$\forall j\in J,\ \exists t\in\{1, 2, \cdots, n_j\},\ \varphi_{j,t}=\omega_j \tag{6.6}$$

を備えているパターン系列

$$\varphi_{j,t},\ t=1, 2, \cdots, n_j,\ j\in J \tag{6.7}$$

を用意する．ここに，

$\varphi_{j,t}$は，第$j\in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$に帰属する第t $(\in\{1, 2, \cdots, n_j\})$番目のサンプルパターンである

とする．

2条件

$$①\ \|\varphi-\eta\|=0\text{のとき，}1\text{をとる} \tag{6.8}$$

$$②\ \forall\varphi\in\Phi,\ \forall\eta\in\Phi,\ 0\leqq F(\varphi, \eta)\leqq 1 \tag{6.9}$$

を満たす2変数関数

$$F: \Phi\times\Phi\to\{s\mid 0\leqq s\leqq 1\} \tag{6.10}$$

を用意する．FはParzen Window法での核関数(kernel function)といわれるものである．

［Fの例1］$F(\varphi, \eta)$

$$=|(\varphi\|\varphi\|^{-1}, \eta\|\eta\|^{-1})|^2$$

$\because$ Schwarzの不等式 (6.11)

□

［Fの例2］$F(\varphi, \eta)$

$$=\max\{0, 2\cdot\mathrm{Re}(\varphi, \eta)/[\|\varphi\|^2+\|\eta\|^2]\}$$

ここに，Re…は…の実部である．

$$\because\quad 0\leqq\|\varphi-\eta\|^2=(\varphi-\eta, \varphi-\eta)$$

$$=\|\varphi\|^2+\|\eta\|^2-2\cdot\mathrm{Re}(\varphi, \eta) \tag{6.12}$$

□

［Fの例3］

2条件

(イ) $f(0)=1$ (6.13)

(ロ) $\forall x \in R^{+}$(非負実数全体の集合), $0 \leqq f(x) \leqq 1$ (6.14)

を満たす非負実数値関数

$f: R+ \rightarrow \{s \mid 0 \leqq s \leqq 1\}$ (6.15)

を用意すれば，3設定例

$F(\varphi, \eta)=f(\|\varphi-\eta\|)$ (6.16)

$F(\varphi, \eta)=f(1-|(\varphi\|\varphi\|^{-1}, \eta\|\eta\|^{-1})|^{2})$ (6.17)

$F(\varphi, \eta)$

$=f(1-\max\{0, 2\cdot\mathrm{Re}(\varphi, \eta)/[\|\varphi\|^{2}+\|\eta\|^{2}]\})$ (6.18)

は，2条件①, ②を満たす．

2条件(イ), (ロ)を満たす関数fの簡単な6例は次の(一)～(六)で与えられる：

(一)(ガウス形) $f(x)=\exp(-x^{2}/(2\sigma^{2}))$, $\sigma>0$ (6.19)

(二)(コーシ形) $f(x)=a^{2}/[a^{2}+x^{2}]$, $a>0$ (6.20)

(三) $f(x)=$(区分的1次式形) $f(x)=$

$$\begin{cases} 1 \cdots 0 \leqq x \leqq a \text{のとき} \\ (b-x)/(b-a) \cdots a<x<b \text{のとき} \\ 0 \cdots x \geqq b \text{のとき} \end{cases} \tag{6.21}$$

(四)(余弦形) $f(x)=\cos((\pi/2)\cdot g(x))$

ここに, $g(x)=$

$$\begin{cases} 0 \cdots 0 \leqq x \leqq a \text{のとき} \\ (x-a)/(b-a) \cdots a<x<b \text{のとき} \\ 1 \cdots x \geqq b \text{のとき} \end{cases} \tag{6.22}$$

(五)(シグモイド形) $(2^{-1} \leqq) f(x)$

$=1/[1+\exp(x/a)]+2^{-1}(\leqq 1)$, $a>0$

$\because$ $df(x)/dx$

$=a^{-1}\cdot[f(x)-2^{-1}]\cdot[f(x)-(3/2)] \leqq 0$ (6.23)

(六)(区分的シグモイド形) $f(x)=$

$$\begin{cases} 1/[1+\exp(x/a)]+2^{-1} \cdots x \leqq b \text{のとき} \\ 【1/[1+\exp(b/a)]+2^{-1}】\cdot(c-x)/(c-b) \\ \qquad \cdots b<x<c \text{のとき} \\ 0 \cdots x \geqq c \text{のとき} \end{cases} \tag{6.24}$$

□

以下で，条件付き確率 $p(T\varphi/\mathfrak{C}_j)$ を

$p(T\varphi/\mathfrak{C}_j)=(1/n_j)\cdot\sum_{t=1}^{n_j} F(T\varphi, T\varphi_j, t)$ (6.25)

とおく．

どの特定の構造を備えた式(6.10)のFがそのサンプルパターンの，式(6.7)の集合の性質を反映しており，適切か？を決定する数理的手法は現在のところ，見いだされていない．シミュレーションで決定しなければならない．

6.2.2 ベイズの定理を適用したカテゴリ事後確率分布の決定と，サンプルパターン集合による推定

Ⅰ．ベイズの定理を適用したカテゴリ事後確率分布の決定

3種類の確率

$p(\mathfrak{C}_j)$：第$j \in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$が出現する確率(カテゴリ事前確率)

$p(T\varphi/\mathfrak{C}_j)$：第$j \in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$が出現する条件の下で，パターンモデル$T\varphi$が出現する確率(条件付き確率；特定のカテゴリが出現する条件下でのパターンモデル出現確率)

$p(T\varphi)$：パターンモデル$T\varphi$が出現する確率(条件なしのパターンモデル出現確率) (6.26)

を導入すると，

$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi)$：パターンモデル$T\varphi$が出現する条件の下で，第$j \in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$が出現する確率(条件付き確率；カテゴリ事後確率)

は，条件付き確率の定義から，

$$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi) = p(\mathfrak{C}_j)\cdot p(T\varphi/\mathfrak{C}_j)/p(T\varphi) \tag{6.27}$$

と表せる．ここで，

$$p(\mathfrak{C}_i)\cdot p(T\varphi/\mathfrak{C}_i)$$

は，

$$p(\mathfrak{C}_i, T\varphi) : \mathfrak{C}_i \text{ と } T\varphi \text{ とが同時に出現する確率(結合確率)} \tag{6.28}$$

に等しいこと，つまり，等式

$$p(\mathfrak{C}_i)\cdot p(T\varphi/\mathfrak{C}_i) = p(\mathfrak{C}_i, T\varphi) \tag{6.29}$$

を考慮している．

式(6.27)の分母$p(T\varphi)$は，結合確率の性質から，

$$p(T\varphi) = \sum_{i\in J} p(\mathfrak{C}_i, T\varphi) \tag{6.30}$$

と表され，式(6.29)を代入すれば，

$$p(T\varphi) = \sum_{i\in J} p(\mathfrak{C}_i)\cdot p(T\varphi/\mathfrak{C}_i) \tag{6.31}$$

と再表現される．式(6.31)を式(6.27)の分母$p(T\varphi)$に代入すれば，結局，$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi)$は，

$$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi) = p(\mathfrak{C}_j)\cdot p(T\varphi/\mathfrak{C}_j) / \left[\sum_{i\in J} p(\mathfrak{C}_i)\cdot p(T\varphi/\mathfrak{C}_i)\right] \tag{6.32}$$

と再表現される．最終的に得られたこの式(6.32)がベイズの定理を適用して得られた$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi)$の，2つの確率分布

$p(\mathfrak{C}_i),\ i \in J$(カテゴリの事前出現確率分布)

$p(T\varphi/\mathfrak{C}_i),\ T\varphi \in T\cdot\Phi$ for any $i \in J$

(第$i \in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_i$のカテゴリ$\mathfrak{C}_i$が出現する条件の下で，パターンモデル$T\varphi$の条件付出現確率分布)

による分解式である．

Ⅱ．サンプルパターン集合による推定

式(6.32)の$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi)$は確率であるための2条件

$$(* \mathrm{i})\ \forall \varphi \in \Phi,\ \forall j \in J,\ 0 \leqq p(\mathfrak{C}_j/T\varphi) \leqq 1 \tag{6.33}$$

$(*\,\mathrm{ii})\ \forall\varphi\in\Phi,\ \sum_{j\in J} p(\mathfrak{C}_j/T\varphi)=1$ (6.34)

を満たしている．

先ず，式(6.32)の$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi)$内の各$p(\mathfrak{C}_i)$は，式(6.29)のサンプルパターン系列から，

$$p(\mathfrak{C}_i)=n_i/\sum_{k\in J} n_k,\ i\in J \tag{6.35}$$

と推定できることに気付く．よって，式(6.32)の$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi)$は，

$$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi) = n_j\cdot p(T\varphi/\mathfrak{C}_j) / [\sum_{i\in J} n_i\cdot p(T\varphi/\mathfrak{C}_i)] \tag{6.36}$$

と，再表現される．更に，Parzen Window法を適用すれば，式(6.36)内の各$p(T\varphi/\mathfrak{C}_i)$は，式(6.25)の如く推定できる故に，この式(6.25)を式(6.36)に代入すれば，

$$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi) = \sum_{t=1}^{n_j} F(T\varphi,T\varphi_j,t) / [\sum_{i\in J}\sum_{t=1}^{n_i} F(T\varphi,T\varphi_i,t)] \tag{6.37}$$

と推定できる．この式(6.37)がParzen Window法を適用して得られる式(6.32)の$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi)$の最終推定式である．

Ⅲ．今1つの，$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi)$の最終推定式

式(6.36)内の各条件付き確率$p(T\varphi/\mathfrak{C}_i)$は，算術平均値によって式(6.25)の如く推定する代りに，最大値によって，

$$p(T\varphi/\mathfrak{C}_j)=\max_{t=1\sim n_j} F(T\varphi,T\varphi_j,t) = F(T\varphi,T\varphi_j,s) \tag{6.38}$$

ここに，

$$s=\operatorname*{argmax}_{t=1\sim n_j} F(T\varphi,T\varphi_j,t) \tag{6.39}$$

と推定することをここでは，提案しよう．

よって，式(6.32)の$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi)$は，式(6.36)に代入して

$$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi) = n_j\cdot\max_{t=1\sim n_j} F(T\varphi,T\varphi_j,t) / [\sum_{i\in J}^{n_i} n_i\cdot\max_{t=1\sim n_i} F(T\varphi,T\varphi_i,t)] \tag{6.40}$$

と，再表現される．カテゴリ事後確率$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi)$のこの推定式(6.40)をカテゴリ事後確率(についての)SS推定式と呼ぶことができよう．算術平均値による推定式(6.37)と異なり，最大値による推定式(6.40)は原パターンモデル$T\varphi$と最も一致するサンプルパターンモデル$T\varphi_{j,s}$から決まることに注意しておこう．

6.2.3 量子化カテゴリ確率分布を利用したaxiom 2を満たす類似度関数SMの構成

特定のパターンモデル$T\varphi\in T\cdot\Phi$に関し，推定して得られた式(6.37)(PW推定式)，或いは式(6.40)(SS推定式)のカテゴリ事後確率分布

$$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi),\ j\in J \tag{6.41}$$

を使って, axiom 2を満たす式(A3.5)の類似度関数SMを構成しよう．

先ず，第$j\in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$の持つ諸性質を典型的に代表している代表パターンω_jを導入する．不等式

$$\forall j \in J,$$

$$0 \leqq \max_{i \in J-\{j\}} p(\mathfrak{C}_i/T\omega_j) \leqq h_0(j) < h_1(j) \leqq p(\mathfrak{C}_j/T\omega_j) \leqq 1 \tag{6.42}$$

を満たす2閾値 $h_0(j)$, $h_1(j)$ の系

$$h_0(j),\ h_1(j),\ j \in J \tag{6.43}$$

を導入できるようなカテゴリ事後出現確率分布

$$p(\mathfrak{C}_j/T\varphi),\ j \in J \quad \text{for any} \quad T\varphi \in T\cdot\Phi($$

を考えよう.

ここで，2変数実数値関数

$$S : \Phi \times \Omega \to \{u \mid 0 \leqq u \leqq 1\} \tag{6.44}$$

を

$$S(\varphi,\ \omega_j) = \begin{cases} 0 \cdots 0 \leqq p(\mathfrak{C}_j/T\varphi) \leqq h_0(j) \text{のとき} \\ g_j([p(\mathfrak{C}_j/T\varphi) - h_0(j)]/[h_1(j) - h_0(j)]) \\ \quad \cdots h_0(j) < p(\mathfrak{C}_j/T\varphi) < h_1(j) \text{のとき} \\ 1 \cdots h_1(j) \leqq p(\mathfrak{C}_j/T\varphi) \leqq 1 \text{のとき} \end{cases} \tag{6.45}$$

と定義する．ここに，1実数値関数

$$g_j : \{u \mid 0 \leqq u \leqq 1\} \to \{u \mid 0 \leqq u \leqq 1\} \tag{6.46}$$

は，2条件

$$(\text{イ})\ g_j(0) = 0 \tag{6.47}$$

$$(\text{ロ})\ g_j(1) = 1 \tag{6.48}$$

を満たすものである.

このとき，式(6.45)のSは，2性質

$$\forall j \in J,\ \forall i \in J - \{j\},\ S(\omega_i,\ \omega_j) = 0 \tag{6.49}$$

$$\forall j \in J,\ S(\omega_j,\ \omega_j) = 1$$

$$\because \ \text{式}(6.42) \tag{6.50}$$

が成立していることに注意しておく.

ここで，式(6.45)のSを

$$SM(\varphi,\ \omega_j) = \begin{cases} S(\varphi,\ \omega_j)/\sum_{i \in J} S(\varphi,\ \omega_i) \cdots \sum_{i \in J} S(\varphi,\ \omega_i) > 0 \text{のとき} \\ n_j/\sum_{i \in J} n_i \cdots \sum_{i \in J} S(\varphi,\ \omega_i) = 0 \text{のとき} \end{cases} \tag{6.51}$$

と定義される式(A3.5)の関数SMに変換しよう.

このとき，次の定理6.1が成立し，カテゴリ事後出現確率分布によりaxiom 2を満たす類似度関数SMが構成された.

[定理6.1] (Parzen Window法による類似度関数SMの構成定理)

式(6.51)のように定義される式(A3.5)の関数SMはaxiom 2を満たし，類似度関数である.

(証明)　axiom 2, (i)(正規直交性)の成立：

$$SM(\omega_i,\ \omega_j) = 0 \quad \text{if} \quad i \neq j, \ = 1 \quad \text{if} \quad i = j$$

の成立は，2式(6.49), (6.50)から明らか.

axiom 2, (ii)(規格化条件)の成立：SMの定義式(6.51)から明然.

axiom 2, (iii)(T－不変性)の成立：axiom 1, (iii)の後半$T\cdot T=T$を適用すれば,

$$\forall\varphi\in\Phi,\ \forall j\in J,\ p(\mathfrak{C}_j/T(T\varphi))=p(\mathfrak{C}_j/T\varphi)$$

$$\therefore\quad \forall\varphi\in\Phi,\ \forall j\in J,\ S(T\varphi,\ \omega_j)=S(\varphi,\ \omega_j)$$

$$\therefore\quad \forall\varphi\in\Phi,\ \forall j\in J,\ SM(T\varphi,\ \omega_j)=SM(\varphi,\ \omega_j),$$

□

7. 音声理解システムのための類似度関数SMの構成2

これまで，特徴間距離関数Fdisとして，Euclidean distnce, Weighted Euclidean distanceを採用し，axiom 2を満たす式(A3.5)の類似度関数SMを構成したが［B3]，［B4]，本章では，楕円体特徴間距離Fdisによって類似度関数SMを構成する(7.1節)．尚，文献［A20］では楕円体距離関数を用いた問合せに必要な類似情報検索における探索手法として，空間変換法が提案されている．その後，カテゴリ番号 $j\in J$ を助変数に持つ関数g_jを導入し，変形に耐えるように類似度関数SMを適応的に構成できる手法が研究される(7.2節)．

7.1 楕円体特徴間距離Fdisによる類似度関数SMの構成

例えば，行列

$$W=(W_{k\ell})k,\ \ell\in L \tag{7.1}$$

は

$$\exists\,\ell\in L,\ v_\ell>0$$
$$\Rightarrow\sum_{k\in L}\ \sum_{\ell\in L} W_{k\ell}\cdot v_\ell\cdot\overline{v_k}>0 \tag{7.2}$$

を満たすという意味で，正値行列としよう．$\overline{v_k}$はv_kの共役複素数である．

$u(T\varphi,\ \ell)\in Z$(複素数の集合)はパターン$\varphi\in\Phi$のモデル$T\varphi\in\Phi$から抽出された第$\ell\in L$番目の複素数値特徴量$u(T\varphi,\ \ell)$であるとして，その組

$$\underline{u}\,(T\varphi)\equiv\{u(T\varphi,\ \ell)\mid \ell\in L\} \tag{7.3}$$

と，式(A1.8)のモデル構成作用素 T が分離性質

$$Fdis(T\varphi,\ T\eta)=0$$
$$\Rightarrow\forall\ell\in L,\ u(T\varphi,\ \ell)=u(T\eta,\ \ell) \tag{7.4}$$

を満たすとする．式(7.1)の行列Wは正値であるから，式(7.4)の成立は

$$\exists\ell\in L,\ u(T\varphi,\ \ell)\neq u(T\eta,\ \ell) \tag{7.5}$$

を満たす2つのパターン$\varphi,\eta\in\Phi$と写像Tに関しては可能となる．ここに，特徴抽出写像

$$u:\ \Phi\times L\rightarrow Z(\text{複素数全体の集合}) \tag{7.6}$$

が考えられており，2パターン$\varphi,\eta\in\Phi$の特徴間距離関数(distance function between extracted features)

$$Fdis:\ \Phi\times\Phi\rightarrow\{d\mid 0\leqq d\} \tag{7.7}$$

は，楕円体(ellipsoid)距離の形式で

$$Fdis(\varphi,\ \eta)$$
$$=\Big[\sum_{k\in L}\ \sum_{\ell\in L} W_{k\ell}\cdot[u(\varphi,\ \ell)-u(\eta,\ \ell)]\cdot\overline{[u(\varphi,k)-u(\eta,k)]}\Big]^{1/2} \tag{7.8}$$

と与えられる．

次の定理7.1は，パターンモデル $T\varphi\in\Phi$ から抽出される特徴に関した式(7.4)の楕円体距離Fdisによって，類似度関数SMが構成できることを示したものである．

［定理7.1］（類似度関数SMの，特徴間距離Fdisによる構成定理）

式(A3.4)のパターンモデル集合 $T\cdot\Omega$ に関し分離条件

$$\forall j\in J,\ \forall i\in J-\{j\},\quad u(T\omega_i,\ \ell)\neq u(T\omega_j,\ \ell)>0 \tag{7.9}$$

が成立していれば，axiom 2を満たす式(A3.5)の類似度関数SMの1例は，簡単に，

$$SM(\varphi,\ \omega_j) = Fdis(T\varphi,\ T\omega_j)^{-1}/\sum_{i\in J} Fdis(T\varphi,\ T\omega_i)^{-1} \tag{7.10}$$

と与えられる．

（証明）　axiom 2,（i）(正規直交性)の成立については，2性質

$$(イ)\ \forall j\in J,\ Fdis(T\omega_j,\ T\omega_j)=0 \tag{7.11}$$

$$(ロ)\ \forall j\in J,\ \forall i\in J-\{j\},\ Fdis(T\omega_i,\ T\omega_j)>0 \tag{7.12}$$

の下で，示される．性質(イ)の成立は明らかであるが，性質(ロ)の成立は

式(7.9)の成立⇒

$$\forall j\in J,\ \forall i\in J-\{j\},\ Fdis(T\omega_i,\ T\omega_j)>0 \quad \because\ 式(7.4) \tag{7.13}$$

と示される．

axiom 2,（ii）(規格化条件)が成立することは，SMの定義式(7.10)から明らかである．

最後に，

$$\forall\varphi\in\Phi,\ \forall\ell\in L,\ u(T(T\varphi),\ \ell)=u(T\varphi,\ \ell) \quad \because\ axiom\ 1,\ (iii)の後半のT\cdot T=T \tag{7.14}$$

より，

$$\forall\varphi\in\Phi,\ \forall j\in J,\quad Fdis(T(T\varphi),\ T\omega_j)=Fdis(T\varphi,\ T\omega_j) \tag{7.15}$$

が成立し，axiom 3,（iii）(T－不変性)が成立するが判明する．　□

行列 $W=(W_{k\ell})_{k,\ell\in L}$ の各成分 $W_{k\ell}$ は2つの写像 $u(\cdot,k)$, $u(\cdot,\ \ell)$ 間にどの程度の相関があるかを反映したものであり，例えば，

$$W_{k\ell}=v_k>0\ \text{ if }\ k=\ell,\ =0\ \text{ if }\ k\neq\ell \tag{7.16}$$

と与えれば，異なる2写像 $u(\cdot,k)$, $u(\cdot,\ \ell)$ 間が無相関であると設定したことになる．一般的には，サンプルパターン集合(標本集合)

$$\{\varphi_r \mid r=1\sim n\} \tag{7.17}$$

で定まる2写像 $u(\cdot,k)$, $u(\cdot,\ \ell)$ 間の標本共分散(sample covariance)

$$\sigma_{k\ell}^2 = (1/n)\cdot\sum_{r=1}^{n}\left[u(\varphi_r,k)-(1/n)\cdot\sum_{q=1}^{n}u(\varphi_q,k)\right]\cdot\left[u(\varphi_r,\ell)-(1/n)\cdot\sum_{q=1}^{n}u(\varphi_q,\ell)\right] \tag{7.18}$$

を求め，

$$W_{k\ell}=\sigma_{k\ell}^{-2}\ \text{ if }\ \sigma_{k\ell}\geqq a,\ =a^{-2}\ \text{ if }\ \sigma_{k\ell}<a \tag{7.19}$$

と与えればよい．

7.2 カテゴリ番号$j \in J$を助変数に持つ関数g_jによる類似度関数SMの適応的構成

学習の働きを導入できるような適応的構造を備えたaxiom 2を満たす式(A3.5)の類似度関数SMの1例は，次の定理7.2で与えられる．

［定理7.2］**（類似度関数SMのg-max構成）**

関数 SM′(j∈J)がaxiom 2を満たすとしよう．

カテゴリ番号 j∈Jを助変数に持つ関数

$$g_j : T \cdot \Phi \to R \tag{7.20}$$

を用意し，非正条件

$$\forall j \in J,\ \forall i \in J - \{i\},\ g_j(T\omega_i) \leqq 0 \tag{7.21}$$

の下で，

$$\begin{aligned} &SM(\varphi,\ \omega_j) \\ &\equiv [SM'(\varphi,\ \omega_j) + \max\{g_j(T\varphi), 0\}] \\ &\quad / [1 + \sum_{i \in J} \max\{g_i(T\varphi), 0\}] \end{aligned} \tag{7.22}$$

と定義される関数SMは，axiom 2を満たす． □

2次ニューラルネットを用いて，axiom 2, axiom 3を各々満たす類似度関数SM，大分類関数BSCを設計する手法については10章で研究されるが，そこでの式(7.20)のg_iを利用することができる．また，階層型2層ニューラルネットを用いて，axiom 2, axiom 3を各々満たす類似度関数SM, 大分類関数BSCを設計する手法は11章で研究されるが,そこでの式(7.20)のg_iを利用することができる．

10章，11章とは別に，式(7.20)のg_iを設計する手法を以下に，4種類示す．

①設計1

$$\begin{aligned} &(T\varphi, T\eta)/[\|T\varphi\| \cdot \|T\eta\|] \\ &= 0 \quad \text{if } \|T\varphi\| \cdot \|T\eta\| = 0 \end{aligned}$$

と約束すると，関数

$$\begin{aligned} &g_j(T\varphi) \\ &= |(T\varphi, T\omega_j)/[\|T\varphi\| \cdot \|T\omega_j\|]|^2 \\ &- \max_{i \in J - \{j\}} |(T\omega_i, T\omega_j)/[\|T\omega_i\| \cdot \|T\omega_j\|]|^2,\ j \in J \end{aligned}$$

は，非正条件式(7.21)を満たす．

②設計2

正定数 a_j(j∈J)を選定すると，関数

$$\begin{aligned} &g_j(T\varphi) \\ &= \exp(-a_j \cdot \|T\varphi - T\omega_j\|^2) \\ &- \max_{i \in J - \{j\}} \exp(-a_j \cdot \|T\omega_i - T\omega_j\|^2),\ j \in J \end{aligned}$$

は，非正条件式(7.21)を満たす．

③設計3

上述の①の一般化である．

非交差条件

$$\forall j \in J,\ \forall i \in J - \{j\},\ \Psi_i \cap \Psi_j = \phi\ (\text{空集合}) \tag{7.23}$$

と，包含条件

$$\forall j \in J,\ \omega_j \in \Psi_j \tag{7.24}$$

を満たすパターン集合Ψ_iの系

$$\Psi_i,\ i \in J \tag{7.25}$$

を用意する．関数

$$\begin{aligned} & g_j(T\varphi) \\ & = \max_{\psi \in \Psi_j} \left| (T\varphi, T\psi)/[\,\|T\varphi\| \cdot \|T\psi\|\,] \right|^2 \\ & - \max_{i \in J-\{j\}} \max_{\eta \in \Psi i} \max_{\psi \in \Psi j} \\ & \quad \left| (T\eta, T\psi)/[\,\|T\eta\| \cdot \|T\psi\|\,] \right|^2,\ j \in J \end{aligned} \tag{7.26}$$

は，非正条件式(7.21)を満たす．

④設計4

上述の②の一般化である．

正定数$a_j (j \in J)$を選定する．

非交差条件式(7.23)と，包含条件式(7.24)を満たすパターン集合Ψ_iの，式(7.25)の系Ψ_i, $i \in J$を用意する．関数

$$\begin{aligned} & g_j(T\varphi) \\ & = \max_{\psi \in \Psi_j} \exp(-a_j \cdot \|T\varphi - T\psi\|^2) \\ & - \max_{i \in J-\{j\}} \max_{\eta \in \Psi i} \max_{\psi \in \Psi_j} \\ & \quad \exp(-a_j \cdot \|T\eta - T\psi\|^2),\ j \in J \end{aligned} \tag{7.27}$$

は，非正条件式(7.23)を満たす．□

8. 音声理解システムのための類似度関数SMの構成3

本章では，文献［A11］で引用されている重み付きDice係数sim(⟨p_j, p_e⟩)からhintを得，axiom 2を満たす式(A3.5)の類似度関数SMの1構成を示す(8.1節)．また，式(7.6)の特徴抽出写像uを導入し，同様な類似度関数SMを構成できることをも，示す．

8.1 一般化重み付きDice係数としての類似度関数SMの構成

文献［A11］では，2言語間の候補パターンの対応関係の強さを示す尺度として候補パターン間の類似度を定義している．

p_j：日本語の候補パターン (8.1)

p_e：英語の候補パターン (8.2)

間の類似度(北村らで提案された重み付きDice係数)sim(⟨p_j, p_e⟩)として，

$$\begin{aligned} & \mathrm{sim}(\langle p_j, p_e \rangle) \\ & = (\log_2 f_{je}) \cdot 2/[f_j + f_e] \end{aligned} \tag{8.3}$$

を使用している．ここに，

f_j：日本語コーパスのp_jの出現回数 (8.4)

f_e：英語コーパスのp_eの出現回数 (8.5)

f_{je}：p_jとp_eの同時出現回数 (8.6)

である．

この類似度sim$(\langle p_j, p_e\rangle)$がヒントになり，axiom 2を満たす式(A3.5)の類似度関数SMを提案する．axiom 2を満たす式(A3.5)の類似度関数SMの1構成を示す．

$$\begin{aligned}&s(\varphi,\ \omega_j)\\&=【2\cdot|(T\varphi,\ T\omega_j)|/[\|T\varphi\|^2+\|T\omega_j\|^2]】\cdot\\&\quad \log_e【1+|(T\varphi,\ T\omega_j)/[\|T\varphi\|\cdot\|T\omega_j\|]|^2】\\&\quad \geqq 0\end{aligned} \tag{8.7}$$

を導入する．$s(\varphi,\ \omega_j)$は重み付きDice係数に相等する．不等式

$$\begin{aligned}&0<\max_{i\in J-\{j\}} s(\omega_i,\ \omega_j)\leqq h_0(j)\\&<h_1(j)\leqq s(\omega_j,\ \omega_j),\ j\in J\end{aligned} \tag{8.8}$$

を満たす閾値の系

$$h_0(j),\ h_1(j),\ j\in J \tag{8.9}$$

を設ける．

$$\begin{aligned}&sm(\varphi,\ \omega_j)=\\&\begin{cases}1 & \cdots h_1(j)\leqq s(\varphi,\ \omega_j)\text{のとき}\\ g_j([s(\varphi,\ \omega_j)-h_0(j)]/[h_1(j)-h_0(j)]) & \\ \quad\cdots h_0(j)<s(\varphi,\ \omega_j)<h_1(j)\text{のとき}\\ 0 & \cdots s(\varphi,\ \omega_j)\leqq h_0(j)\text{のとき}\end{cases}\end{aligned} \tag{8.10}$$

を定義する．ここに，関数

$$g_j:\{u\mid 0\leqq u\leqq 1\}\rightarrow\{u\mid 0\leqq u\leqq 1\} \tag{8.11}$$

は，2不動点性質

$$g_j(0)=0\wedge g_j(1)=1 \tag{8.12}$$

を満たなければならない．例えば，簡単には，

$$g_j(u)=u \tag{8.13}$$

$$g_j(u)=u^2 \tag{8.14}$$

$$g_j(u)=1-\cos((\pi/2)\cdot u) \tag{8.15}$$

$$g_j(u)=-u\cdot\log_e u+u \tag{8.16}$$

と選ぶことができる．その後，式(A3.5)の関数SMを

$$\begin{aligned}&SM(\varphi,\ \omega_j)=\\&\begin{cases}sm(\varphi,\ \omega_j)/\sum_{k\in J} sm(\varphi,\ \omega_k) & \\ \quad\cdots\sum_{k\in J} sm(\varphi,\ \omega_k)>0\text{のとき}\\ p(\mathfrak{C}_j)\quad\cdots\sum_{k\in J} sm(\varphi,\ \omega_k)=0\text{のとき}\end{cases}\end{aligned} \tag{8.17}$$

と，定義する．

このとき，次の定理8.1が成立し，axiom 2を満たす1つの類似度関数SMが定義されたことがわかる．

［定理8.1］（一般化重み付きDice係数としての類似度関数SMの構成定理）

式(8.17)のように定義された式(A3.5)の関数SMはaxiom 2を満たす．

（証明） axiom 2,（ i ）(正規直交性)の成立：

閾値$h_0(j)$, $h_1(j)$の選定法から，

$$\forall j\in J,\ \ [sm(\omega_j,\ \omega_j)=1] \tag{8.18}$$

$\wedge[\forall i \in J-\{j\},\ sm(\omega_i, \omega_j)=0]$ (8.19)

を得る．よって，

$$SM(\omega_i, \omega_j)=1 \ \text{if} \ i=j, =0 \ \text{if} \ i \neq j \quad (8.20)$$

が成立することがわかる．

axiom 2, (ii)(規格化条件)の成立：

SMの定義式(8.17)から明らか．

axiom 2, (iii)(T－不変性)の成立：

axiom 1, (iii)の後半T·T＝Tを適用して，

$$\forall \varphi \in \Phi, \forall j \in J, s(T\varphi, \omega_j)=s(\varphi, \omega_j) \quad (8.21)$$

を得，

$$\therefore \ sm(T\varphi, \omega_j)=sm(\varphi, \omega_j) \quad (8.22)$$

$$\therefore \ SM(T\varphi, \omega_j)=SM(\varphi, \omega_j).$$

□

8.2 抽出された特徴量に関する一般化重み付きDice係数としての類似度関数SMの構成

先ず，正実数w_ℓの組$\{w_\ell | \ell \in L\}$を用意し，

$$[\varphi, \eta]=\sum_{\ell \in L} w_\ell \cdot u(\varphi, \ell) \cdot \overline{u(\eta, \ell)} \quad (8.23)$$

$$|\varphi|=[\varphi, \varphi]^{1/2} \quad (8.24)$$

とする．ここに，式(7.6)の特徴抽出写像uを導入しており，$u(\varphi, \ell)$はパターンφから抽出される第$\ell \in L$番目の複素数値特徴量であり，$\overline{u(\eta, \ell)}$は$u(\eta, \ell)$の複素共役である．

式(8.7)の$s(\varphi, \omega_j)$の代りに，

$$\begin{aligned} &s(\varphi, \omega_j) \\ &=【2\cdot|[T\varphi, T\omega_j]|/[|T\varphi|^2+|T\omega_j|^2]】\cdot \\ &\quad \log_e【1+|[T\varphi, T\omega_j]/\{|T\varphi|\cdot|T\omega_j|\}|^2】 \\ &\quad \geqq 0 \end{aligned} \quad (8.25)$$

を導入する．

次の定理8.2は，抽出された複素特徴に関し，定理8.1が成り立つことを指摘するものである．

［定理8.2］(抽出された特徴量に関し一般化重み付きDice係数としての類似度関数SMの構成定理)

式(8.7)の$s(\varphi, \omega_j)$の代りに式(8.25)の$s(\varphi, \omega_j)$を採用して，定理8.1と同じ手続きで定義された式(A3.5)の関数SMはaxiom 2を満たす．

(証明) 定理8.1の証明に習って証明できる． □

9. 音声理解システムのための類似度関数SMの構成4

本章では，規格化内積を使いaxiom 2を満たす類似度関数SMを構成し(9.1節)，次に，Jaccard係数からヒントを得たaxiom 2を満たす類似度関数SMを構成する(9.2節)．

9.1 規格化内積を使ったaxiom 2を満たす類似度関数SMの構成

規格化内積(normalized inner product)$nip(\varphi, \eta)$とは，

$nip(\varphi, \eta)=$

$$\begin{cases} (\varphi,\ \eta)/\ [\ \|\ \varphi\ \| \cdot \|\ \eta\ \|\ ] \\ \qquad \cdots \|\ \varphi\ \| \cdot \|\ \eta\ \| > 0 \text{のとき} \\ 0 \qquad \cdots \|\ \varphi\ \| \cdot \|\ \eta\ \| = 0 \text{のとき} \end{cases} \tag{9.1}$$

と定義されるものである．

先ず，次の定理9.1で，axiom 2を満たす式(A3.5)の類似度関数SMの1構成を示す．

［定理9.1］（類似度関数SMの構成定理）

分離条件

$$\forall j \in J,\ \forall i \in J-\{j\},\ |\ \mathrm{nip}(T\omega_i,\ T\omega_j)\ |^2 < 1 \tag{9.2}$$

の下で，

$$s(\varphi,\ \omega_j)$$
$$= g_j(|\ \mathrm{nip}(T\varphi,\ T\omega_j)\ |^2/[1-|\ \mathrm{nip}(T\varphi,\ T\omega_j)\ |^2]\ ) \tag{9.3}$$

として，

$$SM(\varphi,\ \omega_j) = s(\varphi,\ \omega_j)/\sum_{k \in J} s(\varphi,\ \omega_k) \tag{9.4}$$

と定義される式(A3.5)の関数SMはaxiom 2を満たす．

ここに，R^+を非負実数全体の集合として，関数

$$g_j : R^+ \to R^+ \tag{9.5}$$

は，2不動点性質

$$(\text{イ})\ g_j(0) = 0 \tag{9.6}$$

$$(\text{ロ})\ g_j(+\infty) = +\infty \tag{9.7}$$

を満たすものである．例えば，簡単には，2式(8.13)，(8.14)のように，或いは，

$$g_j(u) = \exp(a_j u) - 1,\ a_j > 0 \tag{9.8}$$

$$g_j(u) = a_j \cdot \log_e(u+1),\ a_j > 0 \tag{9.9}$$

のように選ぶことができる．

（証明）　axiom 2，(ｉ)(正規直交性)の成立：

$$\forall j \in J,\ |\ \mathrm{nip}(T\omega_j,\ T\omega_j)\ |^2 = 1 \tag{9.10}$$

であるから，分離条件式(9.2)を考慮すれば，

$$\forall j \in J,\ s(\omega_j,\ \omega_j) = +\infty \tag{9.11}$$

$$\wedge [\forall i \in J-\{j\},\ 0 \leqq s(\omega_i,\ \omega_j) < +\infty] \tag{9.12}$$

であることがわかる．よって，式(9.4)の変形

$$SM(\varphi,\ \omega_j)$$
$$= 1/[1 + \sum_{k \in J-\{j\}} s(\varphi,\ \omega_k)/s(\varphi,\ \omega_j)] \tag{9.13}$$

において，$\varphi = \omega_j$とおけば，

$$SM(\omega_j,\ \omega_j)$$
$$= 1/[1 + \sum_{k \in J-\{j\}} \text{有限}/\infty]$$
$$= 1/[1+0] = 1 \tag{9.14}$$

と示され，また，式(9.4)の変形

$$SM(\varphi,\ \omega_j)$$
$$= s(\varphi,\ \omega_j)/\ [s(\varphi,\ \omega_i) + \sum_{k \in J-\{i\}} s(\varphi,\ \omega_k)] \tag{9.15}$$

において，$\varphi = \omega_i\ (i \neq j)$とおけば，

$$\mathrm{SM}(\omega_i, \omega_j)$$
$$= 有限/[\infty + \sum_{k \in J-\{i\}} 有限]$$
$$= 0 \tag{9.16}$$

と示された. □

先ず, 正実数w_ℓの組 $\{w_\ell \mid \ell \in L\}$ を用意し, 式(8.23)の内積 $[\varphi, \eta]$, 式(8.24)のノルム$|\varphi| = [\varphi, \varphi]^{1/2}$を導入する. ここに, 式(7.6)の特徴抽出写像uの導入下で, $u(\varphi, \ell)$はパターンφから抽出される第$\ell \in L$番目の複素数値特徴量であり, $\overline{u(\eta, \ell)}$は$u(\eta, \ell)$の複素共役である.

規格化内積nip $[\varphi, \eta]$ を

$$\mathrm{nip}\,[\varphi, \eta] = \begin{cases} [\varphi, \eta]/\{|\varphi|\cdot|\eta|\} & \cdots |\varphi|\cdot|\eta| > 0のとき \\ 0 & \cdots |\varphi|\cdot|\eta| = 0のとき \end{cases} \tag{9.17}$$

と導入する. そうすると, 次の定理9.2が成立ち, 抽出された特徴に関し今1つの類似度関数SMが構成されたことがわかる.

[定理9.2] (抽出された特徴に関した類似度関数SMの構成定理)

分離条件

$$\forall j \in J, \forall i \in J-\{j\}, |\mathrm{nip}(T\omega_i, T\omega_j)|^2 < 1 \tag{9.18}$$

の下で,

$$s(\varphi, \omega_j)$$
$$= g_j(|\mathrm{nip}(T\varphi, T\omega_j)|^2/[1-|\mathrm{nip}(T\varphi, T\omega_j)|^2]) \tag{9.19}$$

として,

$$\mathrm{SM}(\varphi, \omega_j) = s(\varphi, \omega_j)/\sum_{k \in J} s(\varphi, \omega_k) \tag{9.20}$$

と定義される式(A3.5)の関数SMはaxiom 2を満たす.

(証明) 定理9.1の証明と全く, 同様である. □

9.2 Jaccard係数からヒントを得たaxiom 2を満たす類似度関数SMの構成

本節では, 自然語処理において用いられる類似度α(x, y)を可分な一般抽象ヒルベルト空間$\mathfrak{H}$での, axiom 2を満たす類似度関数SMに考え直す手法が研究される.

9.2.1 Jaccard係数と類似度関数SM

Jaccard係数からヒントを得て, 次の類似度関数SMを提案する.

文献 [A12] では, 日本語の語xと英語の語yの間の類似度α(x, y)として, Jaccard係数

$$\alpha(x, y) = |c(x) \cap c(y)|/|c(x) \cup c(y)| \tag{9.21}$$

を使用している. ここに,

$$c(x): xの頻度付き共起集合 \tag{9.22}$$
$$c(y): yの頻度付き共起集合 \tag{9.23}$$

である.

式(9.21)の類似度α(x, y)がヒントになり, axiom 2を満たす式(A3.5)の類似度関数SMを提案する.

$$e_\ell(\varphi) = \begin{cases} 1 \cdots 第\ \ell \in L番目の特徴がT\varphiに存在するとき \\ 0 \cdots 第\ \ell \in L番目の特徴がT\varphiに存在しないとき \end{cases} \tag{9.24}$$

を導入して,

$$c_\ell(\varphi,\ \omega_j) \equiv e_\ell(\varphi)\cdot e_\ell(\omega_j)$$
$$= \begin{cases} 1 & \cdots \text{第 } \ell\in L \text{番目の特徴が } T\varphi,\ T\omega_j \text{に共に存在するとき} \\ 0 & \cdots \text{その他のとき} \end{cases} \tag{9.25}$$

と，

$$d_\ell(\varphi,\ \omega_j) \equiv e_\ell(\varphi) + e_\ell(\omega_j) - e_\ell(\varphi)\cdot e_\ell(\omega_j) \tag{9.26}$$
$$= \begin{cases} 1 & \cdots \text{第 } \ell\in L \text{番目の特徴が } T\varphi,\ T\omega_j \text{の少なくとも1つに存在するとき} \\ 0 & \cdots \text{その他のとき} \end{cases} \tag{9.27}$$

とを導入する．その後，

$$s(\varphi,\ \omega_j) = \sum_{\ell\in L} c_\ell(\varphi,\ \omega_j) / \sum_{\ell\in L} d_\ell(\varphi,\ \omega_j) \leqq 1 \tag{9.28}$$

をも導入する．式(9.28)の$s(\varphi,\ \omega_j)$は抽出された特徴に関するJaccard係数である．不等式

$$(0\leqq) s(\varphi,\ \omega_j) \leqq 1 \tag{9.29}$$

が成立することは，

$$0 \leqq [e_\ell(\varphi) - e_\ell(\omega_j)]^2 = e_\ell(\varphi)^2 + e_\ell(\omega_j)^2 - 2\cdot e_\ell(\varphi)\cdot e_\ell(\omega_j) \tag{9.30}$$
$$\therefore\ d_\ell(\varphi,\ \omega_j) \geqq c_\ell(\varphi,\ \omega_j) \tag{9.31}$$
$$\because\ e_\ell(\varphi)^2 = e_\ell(\varphi),\ e_\ell(\omega_j)^2 = e_\ell(\omega_j)$$
$$\therefore\ \sum_{\ell\in L} d_\ell(\varphi,\ \omega_j) \geqq \sum_{\ell\in L} c_\ell(\varphi,\ \omega_j) \tag{9.32}$$

から明らかである．そして，不等式

$$0 < \max_{i\in J-\{j\}} s(\omega_i,\ \omega_j) \leqq h_0(j) < h_1(j) \leqq s(\omega_j,\ \omega_j),\ j\in J \tag{9.33}$$

を満たす閾値の系

$$h_0(j),\ h_1(j),\ j\in J \tag{9.34}$$

を設ける．

$$sm(\varphi,\ \omega_j) = \begin{cases} 1 & \cdots h_1(j) \leqq s(\varphi,\ \omega_j) \text{のとき} \\ g_j([s(\varphi,\ \omega_j) - h_0(j)] / [h_1(j) - h_0(j)]) & \cdots h_0(j) < s(\varphi,\ \omega_j) < h_1(j) \text{のとき} \\ 0 & \cdots s(\varphi,\ \omega_j) \leqq h_0(j) \text{のとき} \end{cases} \tag{9.35}$$

を定義する．ここに，関数

$$g_j : \{u \mid 0\leqq u\leqq 1\} \to \{u \mid 0\leqq u\leqq 1\} \tag{9.36}$$

は，2不動点性質

$$g_j(0) = 0 \wedge g_j(1) = 1 \tag{9.37}$$

を満たなければならない．例えば，簡単には，4式(8.13)～(8.16)のように選ぶことができる．その後，

$$\mathrm{SM}(\varphi,\ \omega_j)=$$
$$\begin{cases} \mathrm{sm}(\varphi,\ \omega_j)/\sum_{k\in J}\mathrm{sm}(\varphi,\ \omega_k) & \cdots \sum_{k\in J}\mathrm{sm}(\varphi,\ \omega_k)>0\text{のとき} \\ p(\mathfrak{C}_j) & \cdots \sum_{k\in J}\mathrm{sm}(\varphi,\ \omega_k)=0\text{のとき} \end{cases} \tag{9.38}$$

と，定義する．

このとき，次の定理9.2が成立し，axiom 2を満たす1つの類似度関数SMが定義されたことがわかる．

[定理9.2]（抽出された特徴に関するJaccard係数としての類似度関数SMの構成定理）

式(9.38)のように定義された式(A3.5)の関数SMはaxiom 2を満たす．

（証明） axiom 2,（i）(正規直交性)の成立：

閾値 $h_0(j)$, $h_1(j)$の選定法から，

$$\forall j\in J,\ \ [\mathrm{sm}(\omega_j,\ \omega_j)=1] \tag{9.39}$$
$$\wedge[\forall i\in J-\{j\},\ \mathrm{sm}(\omega_i,\ \omega_j)=0] \tag{9.40}$$

を得る．よって，

$$\mathrm{SM}(\omega_i,\ \omega_j)=1\ \ \text{if}\ \ i=j,\ =0\ \ \text{if}\ \ i\neq j \tag{9.41}$$

が成立することがわかる．

axiom 2,（ii）(規格化条件)の成立：

SMの定義式(9.38)から明らか．

axiom 2,（iii）(T－不変性)の成立：

axiom 1,（iii）の後半$T\cdot T=T$を適用して，

$$\forall\varphi\in\Phi,\ \forall j\in J,\ s(T\varphi,\ \omega_j)=s(\varphi,\ \omega_j) \tag{9.42}$$

を得，

$$\therefore\ \ \mathrm{sm}(T\varphi,\ \omega_j)=\mathrm{sm}(\varphi,\ \omega_j) \tag{9.43}$$
$$\therefore\ \ \mathrm{SM}(T\varphi,\ \omega_j)=\mathrm{SM}(\varphi,\ \omega_j).$$

□

9.2.2 Jaccard係数の一般化と類似度関数SM

Jaccard係数を一般化し，定理9.2を一般化しよう．

先ず，Re…は…の実部の意とする．また，正実数w_ℓの組$\{w_\ell\mid \ell\in L\}$を用意し，式(8.23)の内積$[\varphi,\ \eta]$，ノルム$|\varphi|=[\varphi,\ \varphi]^{1/2}$を定義する．ここに，式(7.6)の特徴抽出写像 uを導入しており，$u(\varphi,\ \ell)$はパターンφから抽出される第$\ell\in L$番目の複素数値特徴量であり，$\overline{u(\eta,\ell)}$は$u(\eta,\ell)$の複素共役である．

式(9.28)の$s(\varphi,\ \omega_j)$の代りに，

$$\begin{aligned} & s'(\varphi,\ \omega_j) \\ & =\mathrm{Re}(T\varphi,\ T\omega_j)/[\,\|T\varphi\|^2+\|T\omega_j\|^2 \\ & -\mathrm{Re}(T\varphi,\ T\omega_j)]\leqq 1 \end{aligned} \tag{9.44}$$

として，

$$s(\varphi,\ \omega_j)=$$
$$\begin{cases} s'(\varphi,\ \omega_j) & \text{if}\ \ s'(\varphi,\ \omega_j)\geqq 0 \\ 0 & \text{if}\ \ s'(\varphi,\ \omega_j)<0 \end{cases} \tag{9.45}$$

と，

$$s'(\varphi,\ \omega_j)$$
$$=\mathrm{Re}[T\varphi,\ T\omega_j]/[\,|T\varphi|^2+|T\omega_j|^2-\mathrm{Re}[T\varphi,\ T\omega_j]] \leqq 1 \tag{9.46}$$

として，

$$s(\varphi,\ \omega_j)=$$
$$\begin{cases} s'(\varphi,\ \omega_j) & \text{if } s'(\varphi,\ \omega_j)\geqq 0 \\ 0 & \text{if } s'(\varphi,\ \omega_j)<0 \end{cases} \tag{9.47}$$

との2種類を用意する．

2式(9.45)，(9.47)の$s(\varphi,\ \omega_j)$の分子は各特徴が$T\varphi$，$T\omega_j$に共に存在する程度を表し，分母は各特徴が$T\varphi$, $T\omega_j$の少なくとも1つに存在する程度を表していると解釈できる．

このとき，次の定理9.3が成立し，Jaccard係数を一般化した2種類の，axiom 2を満たす類似度関数SMが構成されたことがわかる．

［定理9.3］（Jaccard係数を一般化した類似度関数SMの構成定理）

式(9.28)の$s(\varphi,\ \omega_j)$の代りに2式(9.45)，(9.47)のいずれかを採用しても，定理9.2での手続きで定義された式(A3.5)の関数SMはaxiom 2を満たす．

（証明）　$\forall\varphi\in\mathfrak{H}$, $\forall\eta\in\mathfrak{H}$,

$$0\leqq\|\varphi-\eta\|^2$$
$$=(\varphi-\omega_j,\ \varphi-\omega_j)$$
$$=\|\varphi\|^2+\|\eta\|^2-2\cdot\mathrm{Re}(\varphi,\ \eta) \tag{9.48}$$

より，不等式

$$\|T\varphi\|^2+\|T\omega_j\|^2-\mathrm{Re}(T\varphi,\ T\omega_j)$$
$$\geqq\mathrm{Re}(T\varphi,\ T\omega_j) \tag{9.49}$$

を得る．同様にして，不等式

$$|T\varphi|^2+|T\omega_j|^2-\mathrm{Re}(T\varphi,\ T\omega_j)$$
$$\geqq\mathrm{Re}(T\varphi,\ T\omega_j) \tag{9.50}$$

も得られ，以後，定理9.2を証明と同じように証明できる．　□

10. 音声理解システムのための類似度関数SM, 大分類関数BSCの構成1

本章では，2次ニューラルネットを用いて，axiom 2, axiom 3を各々満たす類似度関数SM，大分類関数BSCを設計する．文献［B29］の付録A，A3節を利用して，SM, BSCを構成する．

10.1　2次ニューラルネットg_jによる類似度関数SM, 大分類関数BSCの設定

特徴抽出写像

$$u:\Phi\times L\rightarrow R\text{（実数全体の集合）} \tag{10.1}$$

を導入する．ここに，パターンモデル$T\varphi\in\Phi$から抽出された第$\ell\in L$番目の特徴量は$u(T\varphi,\ \ell)\in R$である．1実変数uの2値関数

$$\mathrm{psn}(u)=0 \ \text{ if } u<0,\ =1 \ \text{ if } u\geqq 0 \tag{10.2}$$

をも導入しておく．

本章では，パターンモデル$T\varphi$から抽出された各特徴量$u(T\varphi,\ \ell)$を入力するような，実数重み

$V_2(j, k, \ell)$の，実数重み$V_1(j, \ell)$の組，実数閾値$V_0(j)$の組

$$V_2(j, k, \ell), k, \ell \in L \tag{10.3}$$

$$V_1(j, \ell), \ell \in L \tag{10.4}$$

$$V_0(j) \tag{10.5}$$

$, j \in J$

を持つ2次ニューラルネットからの，出力$g_j(T\varphi)$を，

$$\begin{aligned} &g_j(T\varphi) \\ &= \sum_{k \in L} \sum_{\ell \in L} V_2(j, k, \ell) \cdot u(T\varphi, k) \cdot u(T\varphi, \ell) \\ &\quad + \sum_{\ell \in L} V_1(j, \ell) \cdot u(T\varphi, \ell) + V_0(j) \end{aligned} \tag{10.6}$$

と，選定してみよう．

その後，$SM(\varphi, \omega_j)$, $BSC(\varphi, j)$を次のように構成できる：

①$SM(\varphi, \omega_j) =$

$$\begin{cases} \max\{g_j(T\varphi), 0\} / \sum_{i \in J} \max\{g_i(T\varphi), 0\} \cdots \sum_{i \in J} \max\{g_i(T\varphi), 0\} > 0 \text{の場合} \\ p(\mathfrak{C}_j) \cdots \sum_{i \in J} \max\{g_i(T\varphi), 0\} = 0 \text{の場合} \end{cases} \tag{10.7}$$

②$BSC(\varphi, j) =$

$$\begin{aligned} &\begin{cases} 1 \cdots g_j(T\varphi) \geqq 0 \text{のとき} \\ 0 \cdots g_j(T\varphi) < 0 \text{のとき} \end{cases} \\ &= psn(g_j(T\varphi)) \end{aligned} \tag{10.8}$$

□

10.2 SM, BSCが各々axiom 2, axiom 3を満たすために，g_jに要求される諸条件

本節では，SM, BSCが各々axiom 2, axiom 3を満たすために，g_jに要求される諸条件について検討する．

10.2.1 SMについて，g_jに要求される諸条件

2条件

条件10.1 $\forall j \in J, g_j(T\omega_j) > 0$ (10.9)

条件10.2 $\forall j \in J, \forall i \in J - \{j\}, g_j(T\omega_i) \leqq 0$ (10.10)

を要求しよう．

2条件10.1, 10.2により，axiom 2, (ⅰ)(正規直交性)が満たされる．

SMの定義式により，axiom 2, (ⅱ)(規格化条件)が満たされている．

axiom 2(ⅲ)(T－不変性)は，axiom 1, (ⅲ)の後半$T \cdot T = T$から満たされている．

10.2.2 BSCについて，g_jに要求される諸条件

2条件

条件10.3 $\forall j \in J, g_j(T\omega_j) \geqq 0$ (10.11)

条件10.4 $\forall j \in J, \forall i \in J - \{j\}, g_j(T\omega_i) < 0$ (10.12)

を要求しよう．

条件10.3により，axiom 3, (ⅰ)が満たされる．

axiom 3, (ⅱ)(T－不変性)は，axiom 1, (ⅲ)の後半$T \cdot T = T$から満たされている．

条件10.4により，カテゴリ間の相互排除性が満たされる．

10.3 重みV2，V1，閾値−V0の最急降下学習

4条件1～4を満たすように，訓練パターンのカテゴリ帰属知識系列

$$\langle \eta_0,\ [j_0] \rangle, \langle \eta_1,\ [j_1] \rangle, \cdots, \langle \eta_t,\ [j_t] \rangle, \cdots \tag{10.13}$$

を用いて，各V_2, V_1, V_0を学習の働きで決定する手法を以下で説明しよう。. ここに，訓練パターンη_tは第j_t番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_{j_t}$に帰属していることが判明しているとしている．各カテゴリ$\mathfrak{C}_{j_t}$に帰属する訓練パターンη_tはその生起確率$p(\mathfrak{C}_{j_t})$に比例する割合で生起しているものとし，各代表パターン$\omega_j(j \in J)$は，

$$\forall j \in J,\ \exists t,\ \eta_t = \omega_j \tag{10.14}$$

というように，式(10.13)の系列に含まれているとしておかねばならない．

ある正定数$c_j > 0(j \in J)$をあらかじめ，選定しておいて，

$$g_j(T\eta_t) = \begin{cases} c_j & \text{if } j = j_t \\ -c_j & \text{if } j \in J - \{j_t\} \end{cases} \tag{10.15}$$

を満たすように，各V_2, V_1, V_0を逐次的に決定していけば，4条件10.1～10.4が満たされることになる．

式(10.13)の訓練系列は連続時刻$t(\geqq 0)$で与えられていると考えて，最急降下法を適用することを考えよう．

式(10.6)の$g_j(T\varphi)$において，$V_2(j, k, \ell)$, $V_1(j, \ell)$, $V_0(j)$の代りに，各々学習時刻tでの$V_2(j, k, \ell ; t)$, $V_1(j, \ell ; t)$, $V_0(j ; t)$を採用して得られる2次ニューラルネットからの，学習時刻tでの出力

$$\begin{aligned} & g_j(T\varphi ; t) \\ & = \sum_{k \in L} \sum_{\ell \in L} V_2(j, k, \ell ; t) \cdot u(T\varphi, k) \cdot u(T\varphi, \ell) \\ & \quad + \sum_{\ell \in L} V_1(j, \ell ; t) \cdot u(T\varphi, \ell) \\ & \quad + V_0(j ; t) \end{aligned} \tag{10.16}$$

を導入しておく．

$$s(j, j_t) = -1 \ \text{ if } \ j \neq j_t, \ = +1 \ \text{ if } \ j = j_t \tag{10.17}$$

と定義される符号関数$s(j, j_t)$を導入し，汎関数

$$\begin{aligned} & F(\langle \eta_t, [j_t] \rangle ; t) \\ & \equiv \sum_{i \in J} 2^{-1} \cdot [g_i(T\eta_t ; t) - s(i, j_t) \cdot c_i]^2 \end{aligned} \tag{10.18}$$

を定義し，3初期条件

$$V_2(j, k, \ell ; t)\,|_{t=0} = [\,|J| + 2 \cdot |L| + 1]^{-1} \tag{10.19}$$

$$V_1(j, \ell ; t)\,|_{t=0} = [\,|J| + |L| + 1]^{-1} \tag{10.20}$$

$$V_0(j ; t)\,|_{t=0} = [\,|J| + 1]^{-1} \tag{10.21}$$

$$, j \in J,\ k \in L,\ \ell \in L$$

の下で，3学習方程式(3最急降下方程式)

$$\begin{aligned} & ①dV_2(j, k, \ell ; t)/dt \\ & = -\varepsilon_2(j, k, \ell ; t) \cdot \\ & \quad \partial F(\langle \eta_t, [j_t] \rangle ; t) / \partial V_2(j, k, \ell ; t) \end{aligned} \tag{10.22}$$

$$\begin{aligned} & ②dV_1(j, \ell ; t)/dt = -\varepsilon_1(j, \ell ; t) \cdot \\ & \quad \partial F(\langle \eta_t, [j_t] \rangle ; t) / \partial V_1(j, \ell ; t) \end{aligned} \tag{10.23}$$

③$dV_0(j;t)/dt = -\varepsilon_0(j;t)\cdot$
$\partial F(\langle \eta_t, [j_t]\rangle;t)/\partial V_0(j;t)$ (10.24)

の解として，各V_2, V_1, V_0を

$$V_2(j,k,\ell) = \lim_{t\to\infty} V_2(j,k,\ell;t) \tag{10.25}$$
$$V_1(j,\ell) = \lim_{t\to\infty} V_1(j,\ell;t) \tag{10.26}$$
$$V_0(j) = \lim_{t\to\infty} V_0(j;t) \tag{10.27}$$

と求めればよい．ここに，$\varepsilon_2(j,k,\ell;t)$, $\varepsilon_1(j,\ell;t)$, $\varepsilon_0(j;t)$は

$$\lim_{t\to\infty} \varepsilon_2(j,k,\ell;t) = \lim_{t\to\infty} \varepsilon_1(j,\ell;t) = \lim_{t\to\infty} \varepsilon_0(j;t) = 0 \tag{10.28}$$

を満たす正値関数である．何故ならば，$V_2(j,k,\ell)$については，汎関数$F(\langle \eta_t, [j_t]\rangle)$の訓練時刻変数 t についての単調非増加性

$dF(\langle \eta_t, [j_t]\rangle;t)/d_t$
$= \sum_{j\in J} \sum_{k\in L} \sum_{\ell\in L}$
$\partial F(\langle \eta_t, [j_t]\rangle;t)/\partial V_2(j,k,\ell;t)\cdot$
$dV_2(j,k,\ell;t)/dt$
$= -\sum_{j\in J} \sum_{k\in L} \sum_{\ell\in L} \varepsilon_2(j,k,\ell;t)\cdot$
$[\partial F(\langle \eta_t, [j_t]\rangle;t)/\partial V_2(j,k,\ell;t)]^2$
$\because$ 式(10.22)
$\leqq 0$ $\because$ $\varepsilon_2(j,k,\ell;t)$ は正値関数 (10.29)

が成立しているからである．$V_1(j,\ell)$, $V_0(j)$についても同様である．

実際には，式(10.13)の訓練系列は離散時刻 t=0, 1, 2, …で与えられているから，3式(10.22)～(10.24)の，離散時刻表現を求めておかねばならない．

$$\varepsilon_2'(j,k,\ell;t),\ \varepsilon_1'(j,\ell;t),\ \varepsilon_0'(j;t) \tag{10.30}$$

を正値関数として，例えば，

$$\varepsilon_2'(j,k,\ell;t) = [j+k+\ell+t]^{-1} \tag{10.31}$$
$$\varepsilon_1'(j,\ell;t) = [j+\ell+t]^{-1} \tag{10.32}$$
$$\varepsilon_0'(j;t) = [j+t]^{-1} \tag{10.33}$$

と与えると，

④$V_2(j,k,\ell;t+1)$
$= V_2(j,k,\ell;t) + \Delta V_2(j,k,\ell;t)$ (10.34)
, where
$\Delta V_2(j,k,\ell;t)$
$= -\varepsilon_2'(j,k,\ell;t)\cdot$
$\partial F(\langle \eta_t, [j_t]\rangle;t)/\partial V_2(j,k,\ell;t)$ (10.35)

⑤$V_1(j,\ell;t+1)$
$= V_1(j,\ell;t) + \Delta V_1(j,\ell;t)$ (10.36)
, where
$\Delta V_1(j,\ell;t)$
$= -\varepsilon_1'(j,k,\ell;t)\cdot$
$\partial F(\langle \eta_t, [j_t]\rangle;t)/\partial V_1(j,\ell;t)$ (10.37)

⑥$V_0(j\,;\,t+1)$

$$=V_0(j\,;\,t)+\Delta V_0(j\,;\,t) \tag{10.38}$$

, where

$\Delta V_0(j\,;\,t)$

$$=-\varepsilon_0{}'(j\,;\,t)\cdot\partial F(\langle\eta_t,\ [j_t]\rangle\,;\,t)/\partial V_0(j\,;\,t) \tag{10.39}$$

$t=0,\ 1,\ 2,\ \cdots$

が求める離散時刻表現である．3式(10.35)，(10.37)，(10.39)に登場している偏微分係数$\partial F(\langle\eta_t,\ [j_t]\rangle\,;\,t)/\partial V_2(j,\ k,\ \ell\,;\,t)$，$\partial F(\langle\eta_t,\ [j_t]\rangle\,;\,t)/\partial V_1(j,\ \ell;\,t)$，$\partial F(\langle\eta_t,\ [j_t]\rangle\,;\,t)/\partial V_0(j\,;\,t)$は，$g_j(T\varphi\,;\,t)$と，式(10.18)の$F(\langle\eta_t,\ [j_t]\rangle\,;\,t)$とから，次のように求まる：

⑦$\partial F(\langle\eta_t,\ [j_t]\rangle\,;\,t)/\partial V_2(j,\ k,\ \ell\,;\,t)$

$$\begin{aligned}&=\sum_{i\in J}[g_i(T\eta_t\,;\,t)-s(i,\ j_t)\cdot c_i]\cdot\\&\quad\ \partial g_i(T\eta_t\,;\,t)/\partial V_2(j,\ k,\ \ell\,;\,t)\\&=[g_j(T\eta_t\,;\,t)-s(j,\ j_t)\cdot c_j]\cdot\\&\quad\ \partial g_j(T\eta_t\,;\,t)/\partial V_2(j,\ k,\ \ell\,;\,t)\\&=[g_j(T\eta_t\,;\,t)-s(j,\ j_t)\cdot c_j]\cdot\\&\quad\ u(T\eta_t,\ k)\cdot u(T\eta_t,\ \ell)\end{aligned} \tag{10.40}$$

⑧$\partial F(\langle\eta_t,\ [j_t]\rangle\,;\,t)/\partial V_1(j,\ \ell\,;\,t)$

$$\begin{aligned}&=\sum_{i\in J}[g_i(T\eta_t\,;\,t)-s(i,\ j_t)\cdot c_i]\cdot\partial g_i(T\eta_t\,;\,t)/\partial V_1(j,\ \ell\,;\,t)\\&=[g_j(T\eta_t\,;\,t)-s(j,\ j_t)\cdot c_j]\cdot\partial g_j(T\eta_t\,;\,t)/\partial V_1(j,\ \ell\,;\,t)\\&=[g_j(T\eta_t\,;\,t)-s(j,\ j_t)\cdot c_j]\cdot u(T\eta_t,\ \ell)\end{aligned} \tag{10.41}$$

⑨$\partial F(\langle\eta_t,\ [j_t]\rangle\,;\,t)/\partial V_0(j\,;\,t)$

$$\begin{aligned}&=\sum_{i\in J}[g_i(T\eta_t\,;\,t)-s(i,\ j_t)\cdot c_i]\cdot\partial g_i(T\eta_t\,;\,t)/\partial V_0(j\,;\,t)\\&=[g_j(T\eta_t\,;\,t)-s(j,\ j_t)\cdot c_j]\cdot\partial g_j(T\eta_t\,;\,t)/\partial V_0(j\,;\,t)\\&=[g_j(T\eta_t\,;\,t)-s(j,\ j_t)\cdot c_j]\end{aligned} \tag{10.42}$$

□

11. 音声理解システムのための類似度関数SMと大分類関数BSCの構成2

文献［A13］では，入力に変動が加わった場合の2層前進型ニューラルネットでの適応誤差をTaylor展開で近似し，近似の誤差をできるだけ小さくすることで精度を高める学習法が提案されている．本章では，階層型2層ニューラルネットを用いて，axiom 2, axiom 3を各々満たす類似度関数SM, 大分類関数BSCを設計する．

11.1 SM, BSCの, 2層前進型ニューラルネットによる設定

式(10.1)の特徴抽出写像uを導入する．

パターンモデル$T\varphi\in\Phi$から抽出された第$\ell\in L$番目の特徴量$u(T\varphi,\ \ell)$は実数値である．式(10.2)の1変数uの2値関数psn(u)を導入しておく．

パターンモデル$T\varphi\in\Phi$から抽出された第$\ell\in L$番目の各特徴量$u(T\varphi,\ \ell)$が入力された場合，2層前進ニューラルネット(階層型ニューラルネット)からの，出力

$$g_j(T\varphi)$$
$$\equiv \sum_{n\in N(j)} W(j,1;n)\cdot f_n\Big(\sum_{k\in L(j,n)} W(j,0,n;k)\cdot u(T\varphi,k)$$
$$+W(j,0,n;0)\Big) \qquad (11.1)$$

ここに,

$$N(j)=\{1,2,\cdots,n(j)\} \qquad (11.2)$$
$$L(j,n)=\{1,2,\cdots,\ell(j,n)\} \qquad (11.3)$$

の系

$$g_j(T\varphi),\ j\in J=\{1,2,\cdots,m\} \qquad (11.4)$$

を想定し，$SM(\varphi,\ \omega_j)$, $BSC(\varphi, j)$を次のようにおく：

①$SM(\varphi,\ \omega_j)=$

$$\begin{cases} \max\{g_j(T\varphi),0\}/\sum_{i\in J}\max\{g_i(T\varphi),0\} \\ \quad \cdots \sum_{i\in J}\max\{g_i(T\varphi),0\}>0\text{の場合} \\ p(\mathfrak{C}_j) \\ \quad \cdots \sum_{i\in J}\max\{g_i(T\varphi),0\}=0\text{の場合} \end{cases} \qquad (11.5)$$

②$BSC(\varphi, j)=psn(g_j(T\varphi))$ (11.6)

□

11.2 axiom 2, axiom 3を満たすために要求される諸条件

前節では，パターンモデル$T\varphi$から抽出された各特徴量$u(T\varphi,\ \ell)$を入力するような，実数重み$W(j,1;n)$の組，実数重み$W(j,0,n;k)$の組，実数閾値$W(j,0,n;0)$の組

$$W(j,1;n),\ n\in N(j) \qquad (11.7)$$
$$W(j,0,n;k),\ n\in N(j),\ k\in L(j,n) \qquad (11.8)$$
$$W(j,0,n;0),\ n\in N(j) \qquad (11.9)$$
$$,\ j\in J$$

を持つ2層前進形ニューラルネットの出力が各$g_j(T\varphi)$と導入された．本章では，各$g_j(T\varphi)$を用いて定義された類似度関数SM, 大分類関数BSCが各々，axiom 2, axiom 3を満たすために要求される諸条件を検討する．

11.2.1 SMについて，g_jに要求される諸条件

2条件

条件11.1 $\forall j\in J,\ g_j(T\omega_j)>0$ (11.10)

条件11.2 $\forall j\in J,\ \forall i\in J-\{j\},\ g_j(T\omega_i)\leqq 0$ (11.11)

を要求しよう．

2条件11.1, 11.2により，axiom 2, (i)(正規直交性)が満たされる．

SMの定義式により，axiom 2, (ii)(規格化条件)が満たされている．

axiom 2(iii)(T－不変性)は，axiom 1, (iii)の後半$T\cdot T=T$から満たされている．

11.2.2 BSCについて，g_jに要求される諸条件

2条件

条件11.3 $\forall j\in J,\ g_j(T\omega_j)\geqq 0$ (11.12)

条件11.4 $\forall j\in J,\ \forall i\in J-\{j\},\ g_j(T\omega_i)<0$ (11.13)

を要求しよう．

条件11.3により，axiom 3, (i)が満たされる．

axiom 3, (ii)(T－不変性)は，axiom 1, (iii)の後半T·T＝Tから満たされている．

条件11.4により，カテゴリ間の相互排除性が満たされる．

11.3 最急降下学習による重み・閾値Wの決定

以後，多層前進型ニューラルネット(multi-layer feedforward network)における誤差逆伝播学習法を2層の場合に適用しよう．

11.3.1 誤差逆伝播学習による$W(j,1;n)$, $W(j,0,n;k)$, $W(j,0,n;0)$の決定

4条件11.1～11.4を満たすように，訓練パターンのカテゴリ帰属知識系列

$$\langle \eta_0, [j_0]\rangle, \langle \eta_1, [j_1]\rangle, \cdots, \langle \eta_t, [j_t]\rangle, \cdots \tag{11.14}$$

を用いて，各$W(j,1;n)$, $W(j,0,n;k)$, $W(j,0,n;0)$を学習の働きで決定する手法を以下で説明しよう．ここに，訓練パターンη_tは第j_t番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_{j_t}$に帰属していることが判明しているとしている．各カテゴリ$\mathfrak{C}_{j_t}$に帰属する訓練パターンη_tはその生起確率$p(\mathfrak{C}_{j_t})$に比例する割合で生起しているものとし，各代表パターン$\omega_j(j\in J)$は，

$$\forall j\in J,\ \exists t,\ \eta_t=\omega_j \tag{11.15}$$

というように，式(11.14)の系列に含まれているとしておかねばならない．

ある正定数$c_j>0(j\in J)$をあらかじめ，選定しておいて，

$$g_j(T\eta_t)= \begin{cases} c_j & \text{if } j=j_t \\ -c_j & \text{if } j\in J-\{j_t\} \end{cases} \tag{11.16}$$

を満たすように，各$W(j,1;n)$, $W(j,0,n;k)$, $W(j,0,n;0)$を逐次的に決定していけば，4条件11.1～11.4が満たされることになる．

式(11.14)の訓練系列は連続時刻$t(\geqq 0)$で与えられていると考えて，最急降下法を適用することを考えよう．

先ず，式(11.1)の$g_j(T\varphi)$において，$W(j,1;n)$, $W(j,0,n;k)$, $W(j,0,n;0)$の代りに，各々，学習時刻tの時の$W(j,1;n;t)$, $W(j,0,n;k;t)$, $W(j,0,n;0;t)$を採用して得られる2層前進型ニューラルネットからの，学習時刻tでの出力

$$\begin{aligned} &g_j(T\varphi;t)\\ &\equiv \sum_{n\in N(j)} W(j,1;n;t)\cdot f_n\Big(\sum_{k\in L(j,n)} W(j,0,n;k;t)\cdot u(T\varphi,k)\\ &\qquad +W(j,0,n;0;t)\Big) \end{aligned} \tag{11.17}$$

を導入しておく．

$$s(j,j_t)=-1 \ \text{ if } j\neq j_t,\ =+1 \ \text{ if } j=j_t \tag{11.18}$$

と定義される符号関数$s(j,j_t)$を導入し，汎関数

$$\begin{aligned} &F(\langle \eta_t, [j_t]\rangle;t)\\ &\equiv \sum_{i\in J} 2^{-1}\cdot[g_i(T\eta_t;t)-s(i,j_t)\cdot c_i]^2 \end{aligned} \tag{11.19}$$

を定義し，3初期条件

$$W(j,1;n;t)|_{t=0}=[\,|j|+n_j+1]^{-1} \tag{11.20}$$

$$\begin{aligned} &W(j,0,n;k;t)\,|_{t=0}\\ &=[\,|j|+n_j+\ell(j,n)+1]^{-1} \end{aligned} \tag{11.21}$$

$$W(j,0,n;0;t)\,|_{t=0}=[\,|j|+n_j+1]^{-1} \tag{11.22}$$
$$,\ n\in N(j),\ k\in L(j,n),\ j\in J$$

の下で，3学習方程式(3最急降下方程式)

①$dW(j,1;n;t)/dt$
$$=-\varepsilon_2(j,1;n;t)\cdot\partial F(\langle\eta_t,[j_t]\rangle;t)/\partial W(j,1;n;t) \tag{11.23}$$

②$dW(j,0,n;k;t)/dt=-\varepsilon_1(j,0,n;k;t)\cdot$
$$\partial F(\langle\eta_t,[j_t]\rangle;t)/\partial W(j,0,n;k;t) \tag{11.24}$$

③$dW(j,0,n;0;t)/dt=-\varepsilon_0(j,0,n;0;t)\cdot$
$$\partial F(\langle\eta_t,[j_t]\rangle;t)/\partial W(j,0,n;0;t) \tag{11.25}$$

の解として，各$W(j,1;n)$, $W(j,0,n;k)$, $W(j,0,n;0)$を
$$W(j,1;n)=\lim_{t\to\infty}W(j,1;n;t) \tag{11.26}$$
$$W(j,0,n;k)=\lim_{t\to\infty}W(j,0,n;k;t) \tag{11.27}$$
$$W(j,0,n;0)=\lim_{t\to\infty}W(j,0,n;0;t) \tag{11.28}$$

と求めればよい．ここに，$\varepsilon_2(j,1;n;t)$，$\varepsilon_1(j,0,n;k;t)$，$\varepsilon_0(j,0,n;0;t)$は
$$\lim_{t\to\infty}\varepsilon_2(j,1;n;t)$$
$$=\lim_{t\to\infty}\varepsilon_1(j,0,n;k;t)$$
$$=\lim_{t\to\infty}\varepsilon_0(j,0,n;0;t)=0 \tag{11.29}$$

を満たす正値関数である．何故ならば，$W(j,1;n;t)$については，汎関数$F(\langle\eta_t,[j_t]\rangle)$の訓練時刻変数tについての単調非増加性
$$dF(\langle\eta_t,[j_t]\rangle;t)/dt$$
$$=\sum_{n\in N(j)}\partial F(\langle\eta_t,[j_t]\rangle;t)/\partial W(j,1;n;t)\cdot dW(j,1;n;t)/dt$$
$$=-\sum_{n\in N(j)}\varepsilon_2(j,1;n;t)\cdot$$
$$[\partial F(\langle\eta_t,[j_t]\rangle;t)/\partial W(j,1;n;t)]^2 \qquad \because\ 式(11.23)$$
$$\leqq 0 \quad \because\ \varepsilon_2(j,1;n;t)は正値関数 \tag{11.30}$$

が成立しているからである．$W(j,0,n;k;t)$, $W(j,0,n;0;t)$についても同様である．

11.3.2 離散近似

実際には，式(11.14)の訓練系列は離散時刻 $t=0, 1, 2, \cdots$で与えられているから，3式(11.23)～(11.25)の，離散時刻表現を求めておかねばならない．
$$\varepsilon_2'(j,1;n;t),\ \varepsilon_1'(j,0,n;k;t),\ \varepsilon_0'(j,0,n;0;t) \tag{11.31}$$

を正値関数として，例えば，
$$\varepsilon_2'(j,1;n;t)=[\,|j|+n+t]^{-1} \tag{11.32}$$
$$\varepsilon_1'(j,0,n;k;t)=[\,|j|+n+k+t]^{-1} \tag{11.33}$$
$$\varepsilon_0'(j,0,n;0;t)=[\,|j|+n+t]^{-1} \tag{11.34}$$

と与えると，

④$W(j,1;n;t+1)$
$$=W(j,1;n;t)+\Delta W(j,1;n;t) \tag{11.35}$$
, where
$$\Delta W(j,1;n;t)$$
$$=-\varepsilon_2'(j,1;n;t)\cdot$$

$\partial F(\langle \eta_t, [j_t]\rangle ; t)/\partial W(j, 1 ; n ; t)$ (11.36)

⑤$W(j, 0, n ; k ; t+1)$

$= W(j, 0, n ; k ; t) + \Delta W(j, 0, n ; k ; t)$ (11.37)

, where

$\Delta W(j, 0, n ; k ; t)$

$= -\varepsilon_1'(j, 0, n ; k ; t) \cdot \partial F(\langle \eta_t, [j_t]\rangle ; t)/\partial W(j, 0, n ; k ; t)$ (11.38)

⑥$W(j, 0, n ; t+1)$

$= W(j, 0, n ; t) + \Delta W(j, 0, n ; t)$ (11.39)

, where

$\Delta W(j, 0, n ; t)$

$= -\varepsilon_0'(j, 0, n ; t) \cdot \partial F(\langle \eta_t, [j_t]\rangle ; t)/\partial W(j, 0, n ; t)$ (11.40)

, $t = 0, 1, 2, \cdots$

が求める離散時刻表現である。3式(11.36), (11.38), (11.40)に登場している偏微分係数$\partial F(\langle \eta_t, [j_t]\rangle ; t)/\partial V_2(j, k, \ell ; t)$, $\partial F(\langle \eta_t, [j_t]\rangle ; t)/\partial V_1(j, \ell ; t)$, $\partial F(\langle \eta_t, [j_t]\rangle ; t)/\partial V_0(j ; t)$は, $g_j(T\varphi ; t)$, 式(11.19)の$F(\langle \eta_t, [j_t]\rangle ; t)$から, 次のように求まる：

先ず,

$u(n ; t)$

$= \sum_{k \in L(j, n)} W(j, 0, n ; k ; t) \cdot u(T\eta_t, k) + W(j, 0, n ; 0 ; t)$ (11.41)

をも導入しておく.

⑦$\partial F(\langle \eta_t, [j_t]\rangle ; t)/\partial W(j, 1 ; n ; t)$

$= \sum_{i \in J} [g_i(T\eta_t ; t) - s(i, j_t) \cdot c_i] \cdot \partial g_i(T\eta_t ; t)/\partial W(j, 1 ; n ; t)$

$= [g_j(T\eta_t ; t) - s(j, j_t) \cdot c_j] \cdot \partial g_j(T\eta_t ; t)/\partial W(j, 1 ; n ; t)$

$= [g_j(T\eta_t ; t) - s(j, j_t) \cdot c_j] \cdot f_n(\sum_{k \in L(j, n)} W(j, 0, n ; k ; t) \cdot u(T\eta_t, k)$

$+ W(j, 0, n ; 0 ; t))$. (11.42)

⑧$\partial F(\langle \eta_t, [j_t]\rangle ; t)/\partial W(j, 0, n ; k ; t)$

$= \sum_{i \in J} [g_i(T\eta_t ; t) - s(i, j_t) \cdot c_i] \cdot \sum_{n \in N(j)} \partial g_i(T\eta_t ; t)/\partial W(j, 0, n ; k)$

$= [g_j(T\eta_t ; t) - s(j, j_t) \cdot c_j] \cdot \sum_{n \in N(j)} \partial g_j(T\eta_t ; t)/\partial f_n(u) \mid_{u=u(n ; t)} \cdot$

$df_n(u)/du \mid_{u=u(n ; t)} \cdot \partial u(n ; t)/\partial W(j, 0, n ; k ; t)$

$= [g_j(T\eta_t ; t) - s(j, j_t) \cdot c_j] \cdot \sum_{n \in N(j)} W(j, 1 ; n ; t) \cdot df_n(u)/du \mid_{u=u(n ; t)} \cdot$

$\partial u(n ; t)/\partial W(j, 0, n ; k ; t)$

$= [g_j(T\eta_t ; t) - s(j, j_t) \cdot c_j] \cdot \sum_{n \in N(j)} W(j, 1 ; n ; t) \cdot df_n(u)/du \mid_{u=u(n)} \cdot$

$u(T\eta_t, k)$. (11.43)

⑨$\partial F(\langle \eta_t, [j_t]\rangle ; t)/\partial W(j, 0, n ; 0 ; t)$

$= \sum_{i \in J} [g_i(T\eta_t ; t) - s(i, jt) \cdot c_i] \cdot \sum_{n \in N(j)} \partial g_i(T\eta_t ; t)/\partial W(j, 0, n ; 0 ; t)$

$= [g_j(T\eta_t ; t) - s(j, j_t) \cdot c_j] \cdot \sum_{n \in N(j)} \partial g_j(T\eta_t ; t)/\partial W(j, 0, n ; 0 ; t) \cdot$

$= [g_j(T\eta_t ; t) - s(j, j_t) \cdot c_j] \cdot \sum_{n \in N(j)} \partial g_j(T\eta_t ; t)/\partial f_n(u) \mid_{u=u(n ; t)} \cdot$

$df_n(u)/du \mid_{u=u(n ; t)} \cdot \partial u(n ; t)/\partial W(j, 0, n ; k ; t)$

$= [g_j(T\eta_t ; t) - s(j, j_t) \cdot c_j] \cdot \sum_{n \in N(j)}$

$W(j, 1 ; n ; t) \cdot df_n(u)/du \mid_{u=u(n ; t)}$. (11.44)

11.3.3　式(11.1)の2層前進型ニューラルネット$g_j(T\varphi)$内の発火関数f_nの4設定

1実数値変数$(-\infty<)u(<+\infty)$の関数

$$f_n : R \to R \tag{11.45}$$

は式(11.1)の2層前進型ニューラルネット$g_j(T\varphi)$内の発火関数と呼ばれる．f_nの2設定法(イ), (ロ), (ハ), (ニ)を以下に示す．

(イ)シグモイド関数

$$f_n(u) = 1/[1+\exp[-u/a_n]]$$
$$, a_n > 0 \tag{11.46}$$

と設定すれば，

(イ_1)$df_n(u)/du$

$$= (1/a_n)\cdot[f_n(u)]\cdot[1-f_n(u)] \tag{11.47}$$

(イ_2) $\displaystyle\lim_{u\to-\infty} f_n(u) = 0$ (11.48)

(イ_3) $\displaystyle\lim_{u\to-\infty} f_n(u) = 2^{-1}$ (11.49)

(イ_4) $\displaystyle\lim_{u\to-\infty} f_n(u) = 1$ (11.50)

(イ_5)$f_n(-2^{-1}) = 1/[1+\exp(1/(2a_n))] =$

$$\begin{cases} \to 0\,(a_n \to 0) \\ \to 2^{-1}(a_n \to \infty) \end{cases} \tag{11.51}$$

(イ_6)$f_n(+2^{-1}) = 1/[1+\exp(-1/(2a_n))] =$

$$\begin{cases} \to 1\,(a_n \to 0) \\ \to 2^{-1}(a_n \to \infty) \end{cases} \tag{11.52}$$

(ロ)$f_n(u) = 2/[1+\exp[-u/a_n]]-1$

$$, a_n > 0 \tag{11.53}$$

(ハ)区分的1次関数

$f_n(u) =$

$$\begin{cases} 0 \quad \text{if} \quad u \leqq -a_n \\ u/(2a_n) + 2^{-1} \quad \text{if} \quad -a_n < u < +a_n \\ 1 \quad \text{if} \quad u \geqq a_n \end{cases}$$
$$, a_n > 0 \tag{11.54}$$

と設定すれば，

(ハ_1)$df_n(u)/du =$

$$\begin{cases} 0 \quad \text{if} \quad u < -a_n \\ 1/(2a_n) \quad \text{if} \quad -a_n < u < +a_n \\ 0 \quad \text{if} \quad u > a_n \end{cases} \tag{11.55}$$

が成り立つ．a_nを

$$a_n = 1/2,\ 1,\ 3/2 \tag{11.56}$$

などと選ぶのがよい．

(ニ)$f_n(u) =$

$$\begin{cases} -1 \quad \text{if} \quad u \leqq -a_n \\ u/a_n \quad \text{if} \quad -a_n < u < +a_n \\ +1 \quad \text{if} \quad u \geqq a_n \end{cases}$$

$, a_n > 0$ (11.57)

12. むすび

マルチメディア時代になり，パターン認識技術がcontent-based access to images from media, つまり，類似度情報検索に使われるようになって来た［A21］. 使われるその理由は，知識として貯蔵されるdataが各カテゴリ$\mathfrak{C}_j$の代表パターンω_jのモデル$T\omega_j$の，式(A3.4)の集合$T\cdot\Omega$であると考えると，連想型認識(想起型認識)の働きはcontent-based retrievalであるからである.

連想形認識では，入力パターンの意味はその入力パターンから連想されるパターンによって規定される. そして，2つのパターンφ，η間の距離(相違度)は

(イ)$1-\mathrm{GSM}(\varphi, \eta)$,

ここに，GSMはSS一般化類似度関数［B31］ (11.1)

(ロ)［$T\varphi$から(連想されるであろう)パターンモデル$T\omega_j$に変形するために必要な基本操作数］

＋［$T\omega_j$, $T\omega_i$間の距離］

＋［$T\eta$から(連想されるであろう)パターンモデル$T\omega_i$に変形するために必要な基本操作数］

(11.2)

と規定されてよい.

にもかかわらず，「日本人が米国で人命救助をした」と聞いて，「山本太郎が燃えているスミス家の中からジョン・スミスを連れ出した」というテキストを検索できるといった“意味を考慮した検索(semantic retrieval)能力”をコンピュータに付与するのは現在でに至っても，不可能である. 抽象的な内容に関する“意味を考慮した特殊化能力”が必要であるからである(intelligent image retrievalについては，文献［A23］を参照).

知能の働きは予見能力，一般化能力，特殊化能力，学習能力，誤訂正能力，推理能力，発見能力，記憶能力などで顕在化され特徴付けられるが，一見，知能があると思われる働きを実行順序の付いた単純な操作の系列に分解し，知能がないと思われる働きの総合に還元することで，コンピュータに知能が付与できると見て，S.Suzukiはこれまでマルチメディア知能情報論を展開してきた［B1］～［B4］.

音声・音楽の処理技術を確保するのに，隠れマルコフモデルの理論(確率的有限オートマトンの理論)が基本的に重要な役割を果たすようになって，久しい. こうも隠れマルコフモデルの理論の全盛時代が長期にわたって続くと，これを上回り打ち破る技術が登場することが望まれることになる.

パターンを多段階にわたって変換しながら認識する手法は魅力的である. 何故ならば，perceptual similarity metricを各変換段階で取り入れることができ，単一段階では不能なパターン変形に耐える知能処理が確保されるからである.

多段階にわたってパターンモデル変換を行い，構造受精変換の不動点(あるカテゴリの代表パターンのモデル)を探索する形で想起し，認識する手法，つまり，不動点探索型・多段階パターンモデル帰納推理変換・想起認識法(SS多段階想起認識法)では，simplex探索法に似た手法で原パターンφを認識しようとする［B3］，［B4］.

$\varphi\in\Phi$を処理の対象とする問題のパターン(入力パターン)とするSS多段階想起認識法では，φ

のモデル$T\varphi$をある終了規準(termination criterion)を満たす第t段階のパターンφ_tへと

$$\varphi_t \mid_{t=0} = T\varphi \rightarrow \varphi_1 \rightarrow \cdots \rightarrow \varphi_t \tag{11.3}$$

という様に変換し，第t＝0段階の初期類似度分布

$$SM(\varphi_t,\ \omega_j) \mid t=0,\ j \in J,\ \text{ここに，}\ \varphi_t \mid_{t=0} = T\varphi \tag{11.4}$$

が最終的に，

$$[\exists j \in J,\ SM(\varphi_t,\ \omega_j) = 1] \tag{11.5}$$

$$\wedge \forall k \in J - \{j\},\ SM(\varphi_t,\ \omega_k) = 0] \tag{11.6}$$

を満たす第t(＝0, 1, 2, …)段階の1－0最終類似度分布へと変換され，認識システムrecognizerは，

Recognizer can assign pattern φ to the jth category with the maximum similarity 1 (11.7)

and looks as if φ were $T\omega_j$ (11.8)

という“SMの不動点を求め，認識する動作”を遂行できる．式(11.8)がφからの想起結果であり，式(11.7)が認識結果である．

本論文では，隠れマルコフモデル［A5］を適用して得られる在来の技術に対抗するため，文脈(音素近傍)を考慮し，音素を認識する技術をSS理論［B3］，［B4］を適用して，構築したが，その効果を，計算機シミュレーションで検証する必要がある．

文　献　A

［A 1］青木利夫, 高橋渉：“集合･位相空間要論”，培風館, Sept.1979

［A 2］吉田耕作：“近代解析（共立数学講座20)”，共立出版, Dec.1963

［A 3］梅垣壽春：“情報数理の基礎-関数解析的展開-（Information&Computing=72)”，サイエンス社, Jul.1993

［A 4］長谷川修, 坂上勝彦, 速水悟：“実世界視覚情報を対話的に学習･管理する人間型ソフトウェアロボット”，電子情報通信学会論文誌D－Ⅱ, vol.J82-D-Ⅱ, no.10, pp.1666-1674, Oct.1999

［A 5］鹿野清宏, 伊藤克, 河原達也, 野田一, 山本幹雄：“IT Text 音声認識システム”，オーム社, May 2001

［A 6］古谷博史：“遺伝的アルゴリズムにおける交叉のWalsh解析”，情報処理学会論文誌, vol.42, no.9, pp.2270-2283, Sep.2001

［A 7］樋口隆英, 筒井茂義, 山村雅幸：“実数値GAにおけるシンプレクス交叉の提案”，人工知能論文誌, vol.16, no.1, pp.147-155, 2001

［A 8］高浜徹行, 阪井節子：“多目的非線形最適化手法Vector Simplex法による多目的ファジィ制御ルールの対話的学習”，情報処理学会論文誌, vol.42, no.11, pp.2607-2617, Nov.2001

［A 9］赤穂昭太郎, 速水悟, 長谷川修, 吉村隆, 麻生英樹：“EM法を用いた複数情報源からの概念獲得”，電子情報通信学会論文誌A, vol.J80-A, no.9, pp.1546-1553, Sept.1997

［A10］安永守利, 高見知親, 吉原郁夫：“FPGAを用いたナノ秒オーダ画像認識ハードウェア”，電子情報通信学会論文誌D－Ⅱ, vol.J84-D-Ⅱ, no.10, pp.2280-2292, Oct.2000

［A11］山本薫, 松本祐治：“統計的係り受け結果を用いた対訳表現抽出”，情報処理学会論文誌, vol.42, no.9, pp.2239-2247, Sept.2001

[A12] 梶博行, 相園敏子："共起語集合の類似度に基づく対訳コーパスからの対訳語抽出", 情報処理学会論文誌, vol.42, no.9, pp.2248-2258, Sept.2001
[A13] 石井真樹, 熊沢逸夫："パターンの変動を考慮した階層型ニューラルネットの汎化学習法における精度の改善", 電子情報通信学会論文誌D-Ⅱ, vol.J85-D-Ⅱ, no.1, pp.153-156, Jan.2002
[A14] 大槻知史, 齋藤直樹, 中井満, 下平博, 嵯峨山茂樹："隠れマルコフモデルによる音楽リズムの認識", 情報処理学会論文誌, vol.43, no.2, pp.245-255, Feb.2002
[A15] 小杉尚子, 小島明, 片岡良治, 串間和彦："大規模音楽データベースのハミング検索システム", , 情報処理学会論文誌, vol.43, no.2, pp.287-298, Feb.2002
[A16] Hun-Woo Yoo, Dong-Sik Jang, Seh-Hwan Jung, Jin-Hyung Park, Kwang-Seop Song："Visual information retrieval system via content-based approach", Pattern Recognition, vol.35, pp.749-769, 2002
[A17] Ming-Hsuan Yang, David J.Kriegman, Narendra Ahuja："Detecting faces in images：A survey", IEEE Trans.on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.24, no.1, pp.34-58, Jan.2002
[A18] 坂上勝彦, 速水悟："マルチモーダル機能", 人工知能学会誌, vol.17, no.2, pp.130-137, Mar.2002
[A19] 岡隆一, 橋田浩一："自己組織化情報ベース機能領域", 人工知能学会誌, vol.17, no.2, pp.153-162, Mar.2002
[A20] 櫻井保志, 吉川正俊, 植村俊亮, 片岡良治："楕円体問合せのための空間距離を用いた類似探索アルゴリズム", 電子情報通信学会論文誌D-Ⅰ, vol.J85-D-Ⅰ, no.3, pp.303-312, Mar.2002
[A21] Sameer Antani, Rangachar Kasturi, Ramesh Jain："A survey on the use of pattern recognition methods for abstraction, indexing and retrieval of images and video", Pattern Recognition, vol.35, pp.945-965, 2002
[A22] 広瀬啓吉："道しるべ：音声合成研究への招待－自由な合成の実現に向けて－", 情報処理（情報処理学会誌）, vol.43, no.3, pp.321-324, Mar.2002
[A23] John P.Eakins："Towards intelligent image retrieval", Pattern Recognition, vol.35, pp.3-14, 2002
[A24] 鈴木基之, 阿部俊朗, 森大毅, 牧野正三, 阿曽弘具："音素ごとの木構造話者クラスタリングによる話者適応", 電子情報通信学会論文誌D-Ⅱ, vol.J82-D-Ⅱ, no.6, pp.981-989, June.1999
[A25] 今井聖："情報･電子入門ｼﾘｰｽﾞ⑯音声認識", 共立出版, Nov.1995
[A26] 酒井幸市："ディジタル画像処理入門", コロナ社, Aug.1998
[A27] 小原永："解説表現力の豊かさを目指した音声合成技術", 情報処理（情報処理学会誌）, vol.40, no.1, pp.89-95, Jan.1999
[A28] Tuan.D.Pham, Michael Wagner："A geostatistical model for linear prediction analysis of speech", Pattern Recgnition, vol.31, no.12, pp.1981-1991, 1998
[A29] 匂坂芳典："特集「音声処理技術とその応用」4．音声認識技術", 情報処理（情報処理学会誌）, vol.38, no.11, pp.992-997, Nov.1997

文　献　B

[B 1] 鈴木昇一："認識工学"，柏書房, Feb.1975
[B 2] 鈴木昇一："ニューラルネットの新数理"，近代文芸社, Sept.1996
[B 3] 鈴木昇一："パターン認識問題の数理的一般解決"，近代文芸社, June 1997
[B 4] 鈴木昇一："認識知能情報論の新展開"，近代文芸社, Aug.1998
[B 5] 鈴木昇一："パターンのエントロピーモデル"，電子情報通信学会論文誌（D-Ⅱ），vol.J77-D-Ⅱ, no.10, pp.2220-2238, Nov.1994
[B 6] 鈴木昇一："パターン認識の数学的理論"，電子情報通信学会技術研究報告［パターン認識と学習，パターン認識と理解］, PRL84-6（第1部），PRL84-30，PRL84-38，PRL85-27，PRU86-8，PRU86-35，PRU86-69, PRU87-1, PRU87-28，PRU88-30，PRU89-1，PRU89-27，PRU89-40, PRU89-66，PRU89-77，PRU89-136，PRU90-5, PRU90-15, PRU90-29，PRU90-125, PRU91-1, PRU91-29, PRU91-42, PRU92-1，PRU92-18, PRU92-25, PRU92-89, PRU92-102（第28部），May 1984～Jan.1993
[B 7] 鈴木昇一："手書き漢字の側抑制効果的分解とその計算機シミュレーション"，情報処理学会誌, vol.15, no.12, pp.927-934, Dec.1974
[B 8] 鈴木昇一："画像情報量とその手書き漢字への応用"，画像電子学会誌, vol.4, no.1, pp.4-12, Apr.1975
[B 9] 鈴木昇一："抽出された特徴による手書き漢字構造の再生"，情報処理学会誌, vol.18, no.11, pp.1115-1122, Nov.1977
[B10] 鈴木昇一："回転群と画像の分解･強調･構造化再構成に関する計算機シミュレーション"，情報研究（文教大学･情報学部），no.4, pp.36-56, Dec.1983
[B11] 鈴木昇一："連想形記憶N器MEMOTRONと日本語単独母音系列の再生に関する計算機シミュレーション"，情報研究（文教大学･情報学部），no.7, pp.14-29, Dec.1986
[B12] 鈴木昇一, 中村三郎："知識情報処理における帰納的推論"，情報研究（文教大学･情報学部），no.9, pp.173-196, Dec.1988
[B13] 鈴木昇一, 中村三郎："最汎アトムを用いない精密化方法によるPrologプログラムの帰納的自動合成システムの，C言語による実現"，情報研究（文教大学･情報学部），no.10, pp.151-167, Dec.1989
[B14] 中村三郎, 田代達也, 鈴木昇一："ソフトウェアをコンピュータに作らせる夢－１つの提案「MIS」について－"，コンピュータアクセス, pp.54-62, Jan.1990
[B15] 鈴木昇一："多変量解析に基づく大分類関数の決定とその計算機シミュレーション"，情報研究（文教大学･情報学部），no.10, pp.35-49, Dec.1989
[B16] 鈴木昇一："帰属係数法に基づく類似度，帰属関係あいまい度，認識情報量の計算機シミュレーション"，情報研究（文教大学･情報学部），no.11, pp.51-68, Dec.1990
[B17] 鈴木昇一："構造受精法と日本語単独母音の認識"，情報研究（文教大学･情報学部），no.18, pp.17-51, Dec.1998
[B18] 鈴木昇一, 前田英明："有声破裂音の代表パターンの学習的決定と，その計算機シミュレーション"，情報研究（文教大学･情報学部），no.20, pp.77-95, Dec.1998
[B19] 鈴木昇一, 前田英明："変動エントロピーによる有声破裂音の順序付けと，その計算機シミ

ュレーション”，情報研究（文教大学・情報学部），no.21, pp.51-78, Mar.1999
[B20] 鈴木昇一：“平均顔を用いた顔画像の２値化、並びに，目・鼻・口の抽出と，その計算機シミュレーション”，情報研究（文教大学・情報学部），no.22, pp.65-150, Dec.1999
[B21] 鈴木昇一：“直交系によるパターンモデルの構成”，情報研究（文教大学・情報学部），no.21, pp.23-49, Mar.1999
[B22] 鈴木昇一：“認識行為に向けての，効用最大化原理”，情報研究（文教大学・情報学部），no.22, pp.151-210, Dec.1999
[B23] 鈴木昇一：“界面エネルギーの減少に伴うモデル構成作用素の，顔画像処理に関する計算機シミュレーション”，情報研究（文教大学・情報学部），no.23, pp.109-182, Mar.2000
[B24] 鈴木昇一：“風景画から知識を抽出し，解釈するシステムの，ファジィ推論ニューラルネットによる構成”，情報研究（文教大学・情報学部），no.23, pp.183-265, Mar.2000
[B25] 鈴木昇一：“各個人の感性を反映した認識システムRECOGNITRON”，情報研究（文教大学・情報学部），no.24, pp.185-257, Dec.2000
[B26] 鈴木昇一：“プロダクション・システムとしてのファジィ・マルチメディア・コンピュータと、空間多重パターンファジィ推論系”，情報研究（文教大学・情報学部），no.24, pp.105-183, Dec.2000
[B27] 鈴木昇一：“SS大分類関数BSCの適応的構成への，計算論的学習理論の適用”，情報研究（文教大学・情報学部），no.25, pp.187-238, Mar.2001
[B28] 鈴木昇一：“量子力学の諸原理，多段階量子認識系と，心理状態を取り入れた想起に基づく部分空間認識法”，情報研究（文教大学・情報学部），no.25, pp.239-284, Mar.2001
[B29] 鈴木昇一：“support vector machine を利用した大分類関数の構成”，情報研究（文教大学・情報学部），no.26, pp.1-62, Dec.2001
[B30] 鈴木昇一：“２カテゴリ分類困難度の情報理論”，情報研究（文教大学・情報学部），no.26, pp.63－160, Dec.2001
[B31] 鈴木昇一：“一般化類似度関数を用いた“導出原理による第１階述語推論””，情報研究（文教大学・情報学部），no.27, pp.27-71, Mar.2002
[B32] 鈴木昇一，川俣博司，大槻善樹：“風景画の理解に関するJAVA言語によるRECOGNITRONの計算機シミュレーション”，情報研究（文教大学・情報学部），no.27, pp.73-109, Mar.2002

付録A. axiom 1～4を各々，満たさなければならないパターン集合Φ，モデル構成作用素Tの対【Φ，T】，類似度関数SM，大分類関数BSC，カテゴリ選択関数CSF

本付録Aでは，処理の対象となる問題のパターンφの集合Φ，モデル構成作用素T, 類似度関数SM, カテゴリ選択関数CSFについて説明される．対【Φ, T】の満たさなければならないaxiom 1と，類似度関数SMの満たさなければならないaxiom 2も説明され，Φの表示が明らかにされ，Φが構成的集合であることが指摘される．更に，大分類関数BSCの満たさなければならないaxiom 3も説明される．カテゴリ選択関数CSFが満たさなければならないaxiom 4も説明され，CSFの構造がSM, BSCを用いて決定される．

A1. axiom 1とパターン集合Φ，モデル構成作用素T

一般に，処理の対象とする問題のパターンφの集合Φは或る可分［A1］な(separable)一般抽象ヒルベルト空間$\mathfrak{H}$の，零元0を含む或る部分集合である．例えば，$\overline{\eta}$をηの複素共役として，

M：q次元ユークリッド空間R^qの可測部分集合 (A1.1)

dm(x)：正値ルベーグ・スティルチェス式測度 (A1.2)

$x=\langle x_1, x_2, \cdots, x_q\rangle \in M(\subseteq R^q)$：実数値q変数直交座標系 (A1.3)

を導入し，その内積(φ, η)，ノルム$\|\varphi\|$を

$$(\varphi, \eta)=\int_M dm(x)\ \varphi(x)\cdot\overline{\eta}(x) \tag{A1.4}$$

$$\|\varphi\|\equiv\sqrt{(\varphi, \varphi)} \tag{A1.5}$$

とする線形空間(ベクトル空間)としての可分なヒルベルト空間［B1］$\mathfrak{H}=L_2(M\,;\,dm)$の特別な場合として，

$M=R^2$(2次元全平面) (A1.6)

$$dm(x)=[x_1^2+x_2^2]^{-1}dx_1dx_2 \tag{A1.7}$$

を選ぶことができる［B7］,［B9］.

このようなΦ，並びに，写像

$$T : \Phi\rightarrow\Phi \tag{A1.8}$$

は次のaxiom 1を満たさなければならない．このとき，写像Tは**モデル構成作用素**(model-construction operator)と呼ばれ，$T\varphi\in\Phi$は$\varphi\in\Phi$の代りとなり得るという意味で，パターン$\varphi\in\Phi$の**モデル**(model)と呼ばれる．

下記のaxiom 1からわかるように，パターン集合Φは，埋込性

$$T\cdot\Phi\equiv\{T\varphi\mid\varphi\in\Phi\}\ \subset\Phi \tag{A1.9}$$

を満たし，原点(＝0)を始点とし，Φの任意の点を通る半直線を含むような集合，つまり，**錐**であらねばならない．下記の式(A1.14)によるΦの表示が正にΦが錐であることを明らかにしている．

axiom 1を満たすパターン集合Φは実は，構成的集合(constructible set)である．S.Suzukiはパターンというものが満たされなければならない帰納的定義から，Φの集合論的再帰領域方程式(axiom 1を満たす最小のΦの表現式；set-theoretic reflective domain equation)を提案し，この方程式を解き，Φの構造を明らかにしている(文献［B3］の2.4節)．その結果は次のとおりである：

パターンと判明している元の集合(基本領域；basic domain)$\Phi_B(\ni 0 \because$ axiom 1の(i)の前半)を導入して，集合論的再帰領域方程式

$$\Phi=\Phi_B\cup T\cdot\Phi\cup R^{++}\cdot\Phi \tag{A1.10}$$

ここに，

$$T\cdot\Phi\equiv\{T\varphi\mid\varphi\in\Phi\} \tag{A1.11}$$

R^{++}は正実数全体の集合 (A1.12)

$$R^{++}\cdot\Phi\equiv\{r^{++}\cdot\varphi\mid r^{++}\in R^{++},\ \varphi\in\Phi\} \tag{A1.13}$$

の解Φは

$$\Phi=R^{++}\cdot[\Phi_B\cup T\cdot\Phi_B] \tag{A1.14}$$

と表示される(文献［B3］の式(2.56)を参照)．Φの表示式(A1.14)から，明らかに，2つの等式

(a)$T\cdot\Phi=T\cdot\Phi_B\subset\Phi$　$\because$ axiom 1の(ii),(iii)の2後半 (A1.15)

(b)$R^{++}\cdot\Phi=\Phi(=R^{++}\cdot\Phi_B\cup R^{++}\cdot T\cdot\Phi_B)$

$\because$ axiom 1の(ii)の後半 (A1.16)

が成り立つ． □

<u>Axiom 1</u> **(パターン集合Φとモデル構成作用素Tとの対【Φ, T】の満たすべき公理)**

(ⅰ)(零元のΦ－包含性と，零元の**T-不動点性**；fixed-point property of zero element under mapping T)) $0 \in \Phi \wedge T0 = 0$.

(ⅱ)(Φの**錐性**, Tの正定数倍吸収性；cone property)

$\forall \varphi \in \Phi, a \cdot \varphi \in \Phi \wedge T(a \cdot \varphi) = T\varphi$.

for any positive real number a.

(ⅲ)(Φの埋込性(embeddedness)と，Tの**ベキ等性**(idempotency))

$\forall \varphi \in \Phi, T\varphi \in \Phi \wedge T(T\varphi) = T\varphi$.

(ⅳ)(写像Tの**非零写像性**；non-zero mapping property of T) $\exists \varphi \in \Phi, T\varphi \neq 0$.

□

A2. 処理の対象となる問題のパターンφの集合 Φとモデル構成作用素Tとの対【Φ, T】の基本構成と，モデルTφとφとの間の同一知覚原理

原パターン$\varphi \in \Phi$が如何なる意味を備えているか，つまり，φが如何なる類概念(category)を表しているかを決定する働きを持つのが，認識システムRECOGNITRONである．RECOGNITRONがモデル$T\varphi \in \Phi$を見たり聞いたりしたならば，原パターン$\varphi \in \Phi$と同じに見えたり聞こえたりすること(同一知覚原理)だと，解釈可能な対【Φ, T】について説明しよう．

パターンモデルTφを出力する式(A1.8)の写像Tに要求されるのは，次の4性質①～④である［B3]，［B4]，［B6］：

①(零元不動点性；axiom 1の(ⅰ))

$\varphi = 0 \in \Phi$については，$T\varphi = 0$.

②(正定数倍不変性；axiom 1の(ⅱ)の後半)

任意の正実定数aに対し，

$\forall \varphi \in \Phi, T(a \cdot \varphi) = T\varphi$.

③(ベキ等性；axiom 1の(ⅲ)の後半)

$\forall \varphi \in \Phi, T(T\varphi) = T\varphi$.

④(非零写像性；axiom 1の(ⅳ))

$\exists \varphi \in \Phi, T\varphi \neq 0$. □

上述の①～④は各々，A1章のaxiom 1の(ⅰ), (ⅱ)の後半, (ⅲ)の後半，(ⅳ)である．零元$\varphi = 0 \in \Phi$は背景も何も無いパターンである．

Φは処理の対象とする問題のパターンφの集合

であり，$T\varphi \in \Phi$は$\varphi \in \Phi$に対応するパターンモデルであって，原パターン$\varphi \in \Phi$と同じ空間Φに埋め込まれている．モデルTφは，$T\varphi \in \Phi$を見たり聞いたりしたならばあたかも原パターン$\varphi \in \Phi$かのように見えたり聞こえたりするようなものである**(同一知覚原理)**．この同一知覚原理を達成するために，SS理論［B1]～[B6］では，式(A1.8)の写像であるモデル構成作用素Tが導入され，対【Φ, T】はA1章のaxiom 1を満たしていなければならないことになる．このとき，写像Tはモデル構成作用素と呼ばれ，$T\varphi \in \Phi$は$\varphi \in \Phi$の代りとなり得るという意味で，パターン$\varphi \in \Phi$のモデルと呼ばれる．

処理の対象とするパターンφの集合Φはある可分なヒルベルト空間$\mathfrak{H}$の，零元0を含むある部

分集合であり，このΦ，並びに式(A1.8)の写像Tの対【Φ, T】は上記の4性質①〜④((ⅱ),(ⅲ)の2後半，並びに(ⅰ),(ⅳ))を含む形で，A1章のaxiom 1を満たさなければならない．

次の定理A2.1は，axiom 1を満たす対【Φ, T】を決定している．

[定理A2.1] **(パターン集合Φとモデル構成作用素Tとの対【Φ, T】の基本構成定理)**

パターンと判明しているφの集合(基本領域)$\Phi_B(\ni 0)$と，すべての正実定数の集合R^{++}とを用意する．

式(A1.8)の写像Tがaxiom 1の(ⅰ),(ⅱ),(ⅲ)の3後半，並びに，(ⅳ)を満たすとしよう．このとき，次の(イ),(ロ)が成り立つ：

(イ)処理の対象とする問題のパターンの集合Φを式(A1.14)の如く設定すれば，2式(A1.15),(A1.16)が成立し，axiom 1の(ⅰ),(ⅱ),(ⅲ)の3前半をΦは満たし，結局，対【Φ, T】はaxiom 1を満たす．

(ロ)逆に、$(0\in)\Phi B$を部分集合に持つΦがaxiom 1の(ⅰ),(ⅱ),(ⅲ)の3前半を満たすとすれば，

$$\Phi \supseteq \Phi_B \cup R^{++}\cdot\Phi \cup T\cdot\Phi \tag{A2.1}$$

と表されるが，ここで，特に，包含式(A2.1)において等号が成立するような最小のΦを採用すれば，つまり，領域方程式(A1.10)の成立を仮定すれば，axiom 1を満たす対【Φ, T】のΦは式(A2.14)のように表され，2式(A1.15),(A1.16)も成立する．

(証明)(イ)は文献［B4］，付録1の定理A1.1である．(ロ)は文献［B3］，pp.64-66(2.4節)で証明されている． □

A3. axiom 2と類似度関数SM

任意のパターン$\varphi\in\Phi$が記憶されている代表的なパターンからなる有限個の元から成る集合内の任意の代表パターンとどの程度似ているか，違っているかを計量する手段を設定することが，認識の働きを確保するために必要とされる．類似性計量のための手段が類似度関数SMである．

“正常なパターン”(well-formed pattern)は，ある1つの**カテゴリ**$\mathfrak{C}_j$(第$j\in J$番目の類概念)のみに帰属しているものとし，このような$\mathfrak{C}_j$の集まり(有限集合)

$$\underline{\mathfrak{C}} \equiv \{\mathfrak{C}_j \mid j\in J\} \tag{A3.1}$$

を想定する．$\mathfrak{C}_j$の備えている性質を典型的に持つ**代表パターン**(prototypical pattern)$\omega_j(\neq 0)$を1つ選定する．$\mathfrak{C}_j$は、典型(prototype)としての代表パターンω_jを中心とした緩やかなカテゴリであることを仮定したことに注意しておく．ここに，

$$\Omega \equiv \{\omega_j \mid j\in J\} \subset \Phi \tag{A3.2}$$

が式(A3.1)の全カテゴリ集合$\underline{\mathfrak{C}}$に対応する代表パターンの集合である．式(A3.2)の系Ωは，複素定数a_jの組$\{a_j \mid j\in J\}$について

$$\sum_{j\in J} a_j\cdot\omega_j = 0 \Rightarrow \forall j\in J,\ a_j = 0 \tag{A3.3}$$

が成立しているという意味で，**1次独立**(linearly independent)でなければならない．Ωを視察で決定できる場合もあるが，訓練パターン系列からΩを適応的に決定する方法については，文献［B3］の付録Ⅰで説明されている．

axiom 1を満たす式(A1.1)のモデル構成作用素Tによって，式(A3.2)の代表パターン集合Ωが変換されて得られる系

$$T\cdot\Omega \equiv \{T\omega \mid \omega\in\Omega\} = \{T\omega_j \mid j\in J\} \tag{A3.4}$$

も1次独立であると要請する．このとき，**類似度関数**(similarity-measure function)

$$\mathrm{SM}: \Phi \times \Omega \rightarrow \{s \mid 0 \leqq s \leqq 1\} \tag{A3.5}$$

を導入し,

SM(φ, ω_j)=1, 0に従って，パターン$\varphi \in \Phi$は各々,

ω_jと**確定的な類似関係，相違関係**にあり，また,

$0 < \mathrm{SM}(\varphi, \omega_j) < 1$の場合は，**曖昧な類似・相違関係**にある (A3.6)

と，SMを解釈しよう．

式(A3.5)の関数SMは次のaxiom 2を満たすように構成されねばならない．axiom 2の(i)では、クロネッカー(kronecker)のδ記号

$$\delta_{ij} = 1 \ \text{ if } \ i = j, \ = 0 \ \text{ if } \ i \neq j \tag{A3.7}$$

が導入されているが，特に，axiom 2の(i)なるこの正規直交性は，候補カテゴリの分離・抽出が効果的に行われ,

候補カテゴリの**鋭利な削減**(a sharp reduction) (A3.8)

をもたらすために要請されている．

<u>Axiom 2</u> **(類似度関数SMの満たすべき公理)**

(i)(正規**直交性**；orthonormality)

$\forall i, \forall j \in J, \mathrm{SM}(\omega_i, \omega_j) = \delta_{ij}$.

(ii)(規格化条件, 確率性, 正規性；probability condition, normalization)

$\forall \varphi \in \Phi, \sum_{j \in J} \mathrm{SM}(\varphi, \omega_j) = 1$.

(iii)(写像Tの下での**不変性**；invariance under mapping T)

$\forall \varphi \in \Phi, \forall j \in J, \mathrm{SM}(T\varphi, \omega_j) = \mathrm{SM}(\varphi, \omega_j)$. □

上述のaxiom 2の(i)~(iii)について簡単に説明しておこう．

SMの解釈式(A3.6)の下で，(i)は、相異なるカテゴリの代表パターン同士は確定的な相違関係にあり，同一カテゴリの代表パターン同士は確定的な類似関係にあることを要請している．(ii)は，任意のパターンφについて，すべてのカテゴリについての類似度の総和は1であることを要請している．(iii)は、パターンモデル$T\varphi$は原パターンφと任意のカテゴリについて同一類似度を持つことを要請している．ということは，パターンモデル$T\varphi$を見たり，聞いたりするならば，原パターンφと同じように見えたり，聞こえたりすること(**同一知覚原理**；A2章を参照)を要請していることになる．

尚，第$j \in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$の生起確率である非負実数$p(\mathfrak{C}_j)$を，2条件

$$[\forall j \in J, 0 < p(\mathfrak{C}_j) < 1] \wedge [\sum_{j \in J} p(\mathfrak{C}_j) = 1] \tag{A3.9}$$

を満たすものとして導入しておく．

A4. axiom 3と大分類関数BSC

本章では，ある1つのカテゴリに帰属するどうかを決定する2カテゴリ分類器としての大分類関数BSCは，axiom 3を満たすように構成されなければならないことが説明される．

式(A3.5)の類似度関数SMが式(A3.8)でいう“候補カテゴリの鋭利な削減”を持つためには，axiom 2, (i)の正規直交性を満たす必要があることがA3章で指摘されたが，SM(φ, ω_j)の代りにSM(φ, ω_j)・BSC(φ, j)を用いれば，パターンφが帰属するかも知れない候補カテゴリを益々，鋭利に削減できると期待される．

大分類関数(rough classifier, binary-state classifier)と呼ばれる**2値関数**

$$\mathrm{BSC}: \Phi \times \mathrm{J} \rightarrow \{0, 1\} \tag{A4.1}$$

を，次のaxiom 3を満たすものとして導入し，解釈

パターン$\varphi \in \Phi$の帰属する候補カテゴリの1つが第$\mathrm{j} \in \mathrm{J}$番目の
カテゴリ$\mathfrak{C}_{\mathrm{j}}$であるならば，$\mathrm{BSC}(\varphi, \mathrm{j})=1$であることが望ましい　(A4.2)

を採用しよう．この際，注意すべきは,

$\mathrm{BSC}(\varphi, \mathrm{j})=0$であっても，パターン$\varphi \in \Phi$の帰属する候補カテゴリの1つは,
第$\mathrm{j} \in \mathrm{J}$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_{\mathrm{j}}$でないとは限らない　(A4.3)

としていることである．また，axiom 3 の(i)からわかるように，**カテゴリ間の相互排除性**(the mutual exclusion of the one category from the other categories)

$$\forall \mathrm{j} \in \mathrm{J},\ \forall \mathrm{i} \in \mathrm{J}-\{\mathrm{j}\},\ \mathrm{BSC}(\omega_{\mathrm{i}}, \mathrm{j})=0 \tag{A4.4}$$

を公理として要請していない事実に注意しておこう．この事実を補うのが実は，式(A3.5)の類似度関数SMが満たさなければならないとしているaxiom 2の(i)(正規直交性)である．

Axiom 3 **(大分類関数BSCの満たすべき公理)**

(i)(カテゴリ抽出能力；category separability)

$\forall \mathrm{j} \in \mathrm{J},\ \mathrm{BSC}(\omega_{\mathrm{j}}, \mathrm{j})=1.$

(ii)(写像Tの下での**不変性**；invariance under mappingT)

$\forall \varphi \in \Phi,\ \forall \mathrm{j} \in \mathrm{J},\ \mathrm{BSC}(\mathrm{T}\varphi, \mathrm{j})=\mathrm{BSC}(\varphi, \mathrm{j}).$ □

A5. axiom 4と，カテゴリ選択関数 CSF の構造形式

認識システムRECOGNITRONがパターン$\varphi \in \Phi$に対し,

「パターン$\varphi \in \Phi$が，式(A3.1)の全カテゴリ集合$\underline{\mathfrak{C}}$の部分集合

$$\mathfrak{C}(\gamma) \equiv \{\mathfrak{C}_{\mathrm{j}} \mid \mathrm{j} \in \gamma\} \tag{A5.1}$$

内の何れか1つのカテゴリ$\mathfrak{C}_{\mathrm{j}}$に帰属する可能性がある」　(A5.2)

という“パターン$\varphi \in \Phi$の**カテゴリ帰属知識**(categorical membership-knowledge)”を，持っているとする．この知識を,

$$\langle \varphi, \gamma \rangle \in \langle \Phi, 2^{\mathrm{J}} \rangle \tag{A5.3}$$

と表す.

$$\langle \Phi, 2^{\mathrm{J}} \rangle \equiv \{\langle \varphi, \gamma \rangle \mid \varphi \in \Phi,\ \gamma \in 2^{\mathrm{J}}\} \tag{A5.4}$$

は、**カテゴリ帰属知識空間**(categorical membership-knowledge space)と呼ばれ，すべてのパターン$\varphi \in \Phi$と，すべてのカテゴリ番号リスト$\gamma \in 2^{\mathrm{J}}$との成す順序のついた対リスト(an ordered pair list) $\langle \varphi, \gamma \rangle$の集合である.

カテゴリ選択関数(category-selection function)と呼ばれる写像

$$\mathrm{CSF}: \Phi \times 2^{\mathrm{J}} \rightarrow 2^{\mathrm{J}} \tag{A5.5}$$

は，**包含関係**(inclusion relation)

$$\forall \varphi \in \Phi,\ \forall \gamma \in 2^{\mathrm{J}},\ \mathrm{CSF}(\varphi, \gamma) \subseteq \gamma \subseteq \mathrm{J} \in 2^{\mathrm{J}} \tag{A5.6}$$

を満たし，然も，次のaxiom 4を満たすものとして，設定されるとしよう.

Axiom 4 **(カテゴリ選択関数CSFの満たすべき公理)**

(i) $\varphi=0 \vee \gamma=\phi$の場合

如何なるカテゴリ番号$\mathrm{k} \in \gamma$も$\langle \varphi, \gamma \rangle$の有効な候補カテゴリの番号ではない.

(ii) $SM(\varphi, \omega_k)=0 \wedge BSC(\varphi, k)=0$の場合

カテゴリ番号$k \in \gamma$は$\langle \varphi, \gamma \rangle$の有効な候補カテゴリの番号ではない.

(iii) $\sum_{k \in \gamma} BSC(\varphi, k)=0$の場合

$BSC(\varphi, k)=0$であっても, $SM(\varphi, \omega_k)>0$であるような

カテゴリ番号$k \in \gamma$は$\langle \varphi, \gamma \rangle$の有効な候補カテゴリの番号である.

(iv) $\sum_{k \in \gamma} BSC(\varphi, k)>0$の場合

(iv−1) $BSC(\varphi, k)=0$なるカテゴリ番号$k \in \gamma$は, $SM(\varphi, \omega_k)>0$であっても,
$\langle \varphi, \gamma \rangle$の有効な候補カテゴリの番号ではない.

(iv−2) $SM(\varphi, \omega_k)=0$なるカテゴリ番号$k \in \gamma$は, $BSC(\varphi, k)=1$であっても,
$\langle \varphi, \gamma \rangle$の有効な候補カテゴリの番号ではない. □

次の定理A4.1では, 式(A5.1)の写像CSFは, 式(A2.5)の類似度関数SM, 式(A3.1)の大分類関数BSCを使用する形式で,

その定義域が$\Phi \times 2^J$であり, その値域が, パターン$\varphi \in \Phi$のカテゴリ帰属知識
$\langle \varphi, \gamma \rangle \in \langle \Phi, 2^J \rangle$の"有効な"候補カテゴリの**番号リスト**(a list of significant category-numbers) $CSF(\varphi, \gamma) \in 2^J$の集合である (A5.7)

の如く, 構成されている.

次の定理A4.1は, axiom 4を満たすように, 式(A5.5)のカテゴリ選択関数CSFの構造形式を決定したものである.

[定理A4.1] **(カテゴリ選択関数CSFの構成定理)**

次のように定義される式(A5.1)の1つの写像CSFは式(A5.2)と上述のaxiom 4とを満たす:

(i) $\varphi=0 \vee \gamma=\phi$の場合

$$CSF(\varphi, \gamma)=\phi. \tag{A5.8}$$

(ii) $\varphi \neq 0 \wedge \gamma \neq \phi$の場合

$$CSF(\varphi, \gamma)=$$
$$\begin{cases} \{k \in \gamma \mid SM(\varphi, \omega_k)>0\} \text{ if } \sum_{k \in \gamma} BSC(\varphi, k)=0 & \text{(A5.9)} \\ \{k \in \gamma \mid SM(\varphi, \omega_k)>0 \wedge BSC(\varphi, k)=1\} \text{ if } \sum_{k \in \gamma} BSC(\varphi, k)>0. & \text{(A5.10)} \end{cases}$$

(証明)文献[B3]の定理E1である. □

定理A4.1の写像CSFについて, 次のように解釈できる:

処理の対象とするパターン$\varphi \in \Phi$がカテゴリ$\mathfrak{C}_j$, $j \in \gamma$のいずれか1つに帰属する可能性があると想定した場合, その内のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$, $j \in CSF(\varphi, \gamma) \subseteq \gamma$のいずれか1つに帰属する可能性があると推論できる機能を備え, その出力$CSF(\varphi, \gamma)$はパターン$\varphi \in \Phi$の**有効な候補カテゴリ**の**番号**の**リスト**を与えている. (A5.11)

□

付録B. 特徴抽出写像uを利用したaxiom 2を満たす類似度関数SMの2構成

文献[A20]では, pattern recognition methodsにおけるthe perceptual similarity metricの重要性がが強調され, 特徴間距離として the Minkowski distance, the Canberra distance, the Czekanowski coefficientなどが説明されている．この説明などを勘案･一般化し，本付録Bでは，パターンφから特徴抽出さえ出来れば，axiom 2を満たす類似度関数SMが構成可能なことが2定理B.1，B.2で示される．

B1. 特徴間距離関数Fdisを用いたSMの構成

B1.1 3種類の特徴間距離関数Fdisを用いた構成

先ず，次の定理B.1は，式(7.7)の特徴間距離関数Fdisを用いて，axiom 2を満たす式(A3.5)の類似度関数SMが構成可能なことを明らかにしている．

［定理B.1］(特徴間距離関数Fdisを利用した類似度関数SMの構成定理)

(イ)(0-不動点条件)

$$g_j(0)=0 \tag{B.1}$$

(ロ)(正条件)

$$\forall u \in R^{++}(\text{正実数の集合}),\ g_j(u)>0 \tag{B.2}$$

を満たす1実変数uの非負実数値関数g_jの系

$$g_j : R^{+}(\text{非負実数の集合}) \to R^{+} \tag{B.3}$$

を導入する．式(A3.4)の代表パターンモデル集合T･Ωの各元$T\omega_j$間の分離条件

$$\forall i \in J,\ \forall i \in J-\{j\},$$
$$\exists \ell \in L,\ u(T\omega_i,\ \ell) \neq u(T\omega_j,\ \ell) \tag{B.4}$$

の下で，

①式(7.6)の特徴抽出写像uを使用して，

$$\mathrm{Fdis}(\varphi,\ \eta)$$
$$=[\sum_{\ell \in L} | u(\varphi,\ \ell)-u(\eta,\ \ell) |^{m}]^{1/m} \quad \text{(the Minkowski distance)} \tag{B.5}$$

②式(7.6)の特徴抽出写像uを使用して，

$$\mathrm{Fdis}(\varphi,\ \eta)$$
$$=[\sum_{\ell \in L} | u(\varphi,\ \ell)-u(\eta,\ \ell) |$$
$$/ | u(\varphi,\ \ell)+u(\eta,\ \ell) |]$$
$$\text{(the Canberra distance)} \tag{B.6}$$

③非負実数値の特徴量を抽出する写像

$$u : \Phi \times L \to R^{+}(\text{非負実数の集合})$$

を使用して，

$$\mathrm{Fdis}(\varphi,\ \eta)$$
$$=1-[\sum_{\ell \in L} 2\cdot\min\{u(\varphi,\ \ell),\ u(\eta,\ \ell)\}$$
$$/\sum_{k \in L}\{u(\varphi,\ k)+u(\eta,\ k)\}]$$
$$\text{(the Czekanowski coefficient)} \tag{B.7}$$

と設定される特徴間距離

$$\mathrm{Fdis} : \Phi \times \Phi \to \{d \mid 0 \leq d\} \tag{B.8}$$

を適用し，

$$\mathrm{SM}(\varphi,\ \omega_j)$$
$$=g_j(\mathrm{Fdis}(T\varphi,\ T\omega_j))^{-1}/\sum_{i \in J} g_i(\mathrm{Fdis}(T\varphi,\ T\omega_i))^{-1} \tag{B.9}$$

と定義された式(A3.5)の写像SMはaxiom 2を満たす．

(証明) $\forall j \in J$, $Fdis(T\omega_j, T\omega_j)=0$ (B.10)

$\forall i \in J-\{j\}$, $Fdis(T\omega_i, T\omega_j)>0$ (B.11)

であるから，axiom 2の(i)(正規直交性)を満たすことが容易に示される．axiom2の(ii)(規格化条件)の成立は，SMの定義式(B.9)から明らかである．axiom2の(iii)(T-不変性)の成立も，axiom 1, (iii)の後半T·T＝Tを適用し，容易に示される． □

B1.2 1実変数uの各関数gjの正条件(ロ)を非負条件にし，2つの零点を持つ場合

定理B.1において，0-不動点条件(イ)，正条件(ロ)を満たす1実変数uの，式(B.3)の各非負実数値関数g_jは，

(ハ) $u_1 \leqq u_2 \Rightarrow g_j(u_1) \leqq g_j(u_2)$ (B.12)

という様に単調増大である必要はない．この不必要性に注目する．0-不動点条件(イ)を採用し，正条件(ロ)の代りに，

(ニ)(非負条件)

$\forall u \in R^{++}$(正実数の集合), $g_j(u) \geqq 0$ (B.13)

を満たす1実変数uの，式(B.3)の各関数g_jについて，

$g_j(a_{j(i)})=0$ (B.14)

を満たす点$a_{j(i)}>0$ $(i=1, 2, \cdots, m_j)$が，2条件

(＊1) $\forall j \in J$, $\forall p \in \{1, 2, \cdots, m_j\}$,

$\forall q \in \{1, 2, \cdots, m_j\}-\{p\}$, $a_{j(p)} \neq a_{j(q)}$ (B.15)

(＊2) $\forall j \in J$, $\forall k \in J-\{j\}$, $\forall p \in \{1, 2, \cdots, m_j\}$,

$\forall q \in \{1, 2, \cdots, m_k\}$, $a_j(p) \neq a_{k(q)}$ (B.16)

を満たし存在したとすれば，

$Fdis(T\varphi, T\omega_j)=a_{j(i)}$ (B.17)

を満たすパターン$\varphi \in \Phi$とカテゴリ番号$j \in J$について，

$SM(\varphi, \omega_j)=1$ (B.18)

$\therefore$ $\forall i \in J-\{j\}$, $SM(\varphi, \omega_i)=0$ (B.19)

となり，然も，axiom 2の(i), (ii), (iii)を満たすことである．

B1.3 1実変数uの各関数g_jの正条件(ロ)を非負条件にし，(m(j)＋1)の零点を持つ場合

前節での，axiom 2を満たす類似度関数SMの構成は，

$g_j(Fdis(T\varphi, T\omega_j))=0$ (B.20)

となるカテゴリ番号$j \in J$が唯1つ存在する場合である．0-不動点条件条件(イ)を満たし，正条件(ロ)を満たさなくて，正条件(ロ)の代りに非負条件(ニ)を採用した場合を再び，考えよう．上述の(イ), (ニ)を満たす1実変数uの，式(B.3)の各関数g_jについて，もし，

$g_j(Fdis(T\varphi, T\omega_j))=0$ (B.21)

を満たすカテゴリ番号$j \in J$が

$j_1, j_2, \cdots, j_{m(j)}$ $(m(j) \geqq 1)$ (B.22)

とm(j)個存在し，

$\forall i \in J-\{j_1, j_2, \cdots, j_{m(j)}\}$, $g_j(Fdis(T\varphi, T\omega_j))>0$ (B.23)

であれば,

$$SM(\varphi, \omega_j) = 1/m(j) \tag{B.24}$$

$$\wedge [\forall i \in J - \{j_1, j_2, \cdots, j_{m(j)}\}, \ SM(T\varphi, T\omega_j)) = 0] \tag{B.25}$$

となり，然も，axiom 2の(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)を満たすことである．

B2. 特徴抽出写像uを利用した類似度関数SMの構成

本節では，2つの複素多変数$\underline{v}$，$\underline{w}$の非負実数値関数f_jの系と，特徴抽出写像uを用い，SMを構成する．

定理B.1において，0-不動点条件(イ)，正条件(ロ)を満たす1実変数uの，式(B.3)の各非負実数値関数g_jは単調増大である必要はない．この不必要性に注目すれば，パターンモデル$T\varphi \in \Phi$から抽出される式(7.3)の複素特徴量の組$u(T\varphi)$にも注意すると，次の定理B.2も容易に証明される．

定理B.1の一般化である次の定理B.2は，式(7.6)の複素特徴抽出写像uを導入すると，2つの複素多変数$\underline{v}$，$\underline{w}$の非負実数値関数f_jの，式(B.15)の系を用いて，axiom 2を満たす式(A3.5)の類似度関数SMが構成可能なことを明らかにしている．

[定理B.2]（特徴抽出写像uを利用した類似度関数SMの構成定理）

式(7.6)の複素特徴抽出写像uを導入し，かつ，

(イ)(0-不動点条件)

$$\forall \varphi \in \Phi, f_j(\underline{u}(T\varphi), \ \underline{u}(T\varphi)) = 0 \tag{B.26}$$

(ロ)(正条件)

$$\forall \varphi \in \Phi, \forall \eta \in \Phi, \underline{u}(T\varphi) \neq \underline{u}(T\eta) \Rightarrow f_j(\underline{u}(T\varphi), \ \underline{u}(T\eta)) > 0 \tag{B.27}$$

を満たす2つの複素多変数$\underline{v}$，$\underline{w}$の非負実数値関数 f_jの系

$$f_j : Z^{|L|} \times Z^{|L|} \rightarrow R^+ \tag{B.28}$$

を導入する．式(A3.4)の代表パターンモデル集合$T \cdot \Omega$の各元$T\omega_j$間の分離条件式(B.4)の下で，

$$SM(\varphi, \omega_j) = f_j(\underline{u}(T\varphi), \ \underline{u}(T\omega_j))^{-1} / \sum_{i \in J} f_i(\underline{u}(T\varphi), \ \underline{u}(T\omega_i))^{-1} \tag{B.29}$$

と定義された式(A3.5)の写像SMはaxiom 2を満たす． □

正実数w_ℓの組 $\{w_\ell \mid \ell \in L\}$ を用意し，式(8.23)の内積 $[\varphi, \eta]$，式(8.24)のノルム$|\varphi| = [\varphi, \varphi]^{1/2}$と，式(9.17)の規格化内積$nip[\varphi, \eta]$とを導入して，例えば，2条件(イ)，(ロ)を満たす非負実数値関数f_jの簡単な5例については，

(1#) $f_j(u(T\varphi), \ \underline{u}(T\eta))$

$$= a_j \cdot \{1 - |nip[\varphi, \eta]|^2\}, \ a_j > 0 \tag{B.30}$$

(2#) $f_j(\underline{u}(T\varphi), \ \underline{u}(T\eta))$

$$= 1 - \exp[-a_j \cdot |\underline{u}(T\varphi) - \underline{u}(T\eta)|^2], \ a_j > 0 \tag{B.31}$$

(3#) $f_j(\underline{u}(T\varphi), \ \underline{u}(T\eta))$

$$= 1 - \cos\ [a_j \cdot (\pi/2) \cdot \{1 - |nip[\varphi, \eta]|^2\}], \ a_j > 0 \tag{B.32}$$

(4#) $f_j(\underline{u}(T\varphi), \ \underline{u}(T\eta))$

$$= -a_j \cdot \mathrm{loge}\ |nip[\varphi, \eta]\ | 2, \ a_j > 0 \tag{B.33}$$

(5#) $f_j(\underline{u}(T\varphi), \ \underline{u}(T\eta))$

$$= a_j \cdot \log_e \{1 + a_j \cdot |\underline{u}(T\varphi) - \underline{u}(T\eta)|^2\} \tag{B.34}$$

が挙げられる．

付録C. パターン列間の，dynamic time warpingを適用しての類似度関数SMの構成

音声を処理する技術として，音声の符号化技術，音声の合成技術，言語音声の認識技術，音声から話者を特定する話者識別技術，会話を理解する技術などがある．特に，3文献［A24］～［A26］では，長さの異なる2つの記号列をできるだけ一致(matching)させる座標変換(時間変換関数)を導入して，記号列間の距離関数を動的計画法を適用し求める手法(DPマッチング法；DTW(dynamic time warping)による方法)が解説されている．

本付録Cでは，長さm, nの2つの相異なるパターン列

$\varphi' \equiv \varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdot \cdots \cdot \varphi_m (m \geqq 1)$ (C.1)

$\omega'_j \equiv \omega_1(j_1) \cdot \omega_2(j_2) \cdot \cdots \cdot \omega_n(j_n)\ (n \geqq 0)$ (C.2)

ここに，

$j' = \langle j_1, j_2, \cdots, j_n \rangle$ (C.3)

がどの程度似ているかを決定できるaxiom 2を満たす類似度関数

$SM' : \Phi' \times \Omega' \to \{s \mid 0 \leqq s \leqq 1\}$ (C.4)

を構成しよう．関数SM′の解釈として，

$SM'(\varphi', \omega'_j)$が最大値1であれば，φ'，ω'_jは完全に似ており，最小値0であれば，全く似ていなくて，1より小さい正数であれば中間の類似性を表す (C.5)

を採用していることになる．音声言語の最小単位を音素(phoneme)というが，式(C.1)のφ'は各音素$\varphi_t(1 \leqq t \leqq m)$の連なりとしての単語を表していると考えてよい．

C1. パターン列に関する類似度関数SM′の構成

先ず，一般化して，長さの異なる2つのパターン列

$\varphi' \equiv \varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdot \cdots \cdot \varphi_m (m \geqq 1)$ (C.6)

$\eta' \equiv \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \cdots \cdot \eta_n (n \geqq 0)$ (C.7)

を考えよう．m, nが各々，φ'，η'の長さである．データ数m, nが異なる場合に，φ'がη'とどの程度似ているかを定義するか，この問題を解決するのが本付録Cである．

2式(C.1(, (C.2)のパターン列φ'，ω'_j間の距離関数

$dis' : \Phi' \times \Omega' \to \{s \mid 0 \leqq s\}$ (C.8)

を導入する．但し，2条件

(イ)(同一代表パターン列の集合Ω′に関する零距離条件)

$\forall j \in J,\ dis'(T\omega'_j, T\omega'_j) = 0$ (C.9)

(ロ)(相異なる代表パターン列の集合Ω′に関する正距離条件)

$\forall j \in J,\ \forall i \in J - \{j\},\ dis'(T\omega'_i, T\omega'_j) > 0$ (C.10)

が満たされているとする．また，非負実数値をとる1変数の非負実数値関数

$g_j : R^+ \to R^+$，ここに，R^+は非負実数全体の集合 (C.11)

は，2条件

(ハ)(零不動点性)$g_j(0) = 0$ (C.12)

(ニ)(正性)$\forall u > 0,\ g_j(u) > 0$ (C.13)

を満たすとしよう．このとき，axiom 2を満たすパターン列に関する式(C.4)の類似度関数SMを構成する次の定理C.1が成立する．axiom 1を満たす式(A1.8)のモデル構成作用素Tが使用されており，

式(C.6)のパターン列φ'について,

$$T\varphi' \equiv T\varphi_1 \cdot T\varphi_2 \cdot \cdots \cdot T\varphi_m \ (m \geqq 1) \tag{C.14}$$

と定義されることに注意する.

[定理C.1] (パターン列間の類似度関数SMの構成定理)

2条件式(C.9), (C.10)を満たす式(C.8)の距離関数dis$'$を導入する. 更に, 2条件式(C.12), (C.13)を満たす式(C.11)の非負実数値関数g_jの系も導入する. このとき,

$$SM'(\varphi', \omega'_j) = g_j(dis'(T\varphi', T\omega'_j))^{-1} / \sum_{i \in J} g_i(dis'(T\varphi', T\omega'_i))^{-1} \tag{C.15}$$

と定義される式(C.4)の関数SM$'$は, axiom 2を満たす.

(証明) 2条件

$$\forall j \in J,\ g_j(dis'(T\omega'_j, T\omega'_j))^{-1} = \infty \quad \because\ 2式(C.9), (C.12) \tag{C.16}$$

$$\forall j \in J,\ \forall i \in J - \{j\},$$

$$0 < g_j(dis'(T\omega'_i, T\omega'_j))^{-1} < \infty \quad \because\ 2式(C.10), (C.13) \tag{C.17}$$

を満たせば, axiom 2の(i)(正規直交性)を満たすことは,

$$\begin{aligned}
&\forall j \in J,\ SM'(\omega'_j, \omega'_j) = \\
&g_j(dis'(T\omega'_j, T\omega'_j))^{-1} \\
&/ \sum_{i \in J} g_i(dis'(T\omega'_j, T\omega'_i))^{-1} \quad \because\ 式(C.15) \\
&= 1/[1 + \sum_{i \in J} g_i(dis'(T\omega'_j, T\omega'_i))^{-1} / g_j(dis'(T\omega'_j, T\omega'_j))^{-1}] \\
&= 1/[1 + 有限/\infty] \\
&= 1
\end{aligned} \tag{C.18}$$

と,

$$\begin{aligned}
&\forall j \in J,\ \forall i \in J - \{j\},\ SM'(\omega'_i, \omega'_j) = \\
&g_j(dis'(T\omega'_i\ T\omega'_j))^{-1} \\
&/[g_i(dis'(T\omega'_i, T\omega'_i))^{-1} + \sum_{k \in J - \{i\}} g_k(dis'(T\omega'_i, T\omega'_k))^{-1} \\
&\qquad \because\ 式(C.15) \\
&= 有限/\ [\infty + 有限] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{C.19}$$

とからわかる.

axiom2の(ii)(規格化条件)の成立は, SMの定義式(B.9)から明らかである. axiom2の(iii)(T-不変性)の成立も, axiom 1, (iii)の後半T·T＝Tを適用し, 容易に示される. □

C2. 2条件(イ), (ロ)を満たす距離関数dis$'$の構成

本章では, 前章の2条件(イ), (ロ)を満たす式(C.8)の距離関数dis$'$を構成しよう.

C2.1 伸縮を考慮しない構成例

距離関数

$$f: \Phi \times \Phi \to R^+ \tag{C.20}$$

を導入し, 簡単に構成すれば, 2式(C.6), (C.7)のパターン列φ', η'について, 時刻番号$(1 \leqq) t (\leqq \min\{m, n\})$を持つ各パターン$\varphi_t$, η_tについての一致の度合いとして,

$$dis'(\varphi', \eta') = \sum_{t=1}^{\min\{m, n\}} f(\varphi_t, \eta_t) \tag{C.21}$$

と定義できる．明らかに，2条件

$$f(\varphi,\ \eta)=0 \quad \text{if} \ \|\varphi-\eta\|=0 \tag{C.22}$$

$$f(\varphi,\ \eta)>0 \quad \text{if} \ \|\varphi-\eta\|>0 \tag{C.23}$$

の下で，2条件式(C.9)，(C.10)を満たす式(A3.5)の代表パターン集合Ωと，axiom 1を満たす式(A1.8)のモデル構成作用素Tを選ぶことができる．

式(C.20)の距離関数fについては，axiom 2を満たす式(A3.5)の類似度関数SMを導入し，

$$f(\varphi,\ \eta)=1-GSM(\varphi,\ \eta) \tag{C.24}$$

と，導入できる．ここに，SS一般化類似度関数(generalized similarity-measure function)と呼ばれる関数

$$GSM: \Phi\times\Phi\rightarrow\{s \mid 0\leqq s\leqq 1\} \tag{C.25}$$

が導入されており，具体的に

$$GSM(\varphi,\ \eta)\equiv\max_{j\in J}\ \min\{SM(\varphi,\ \omega_j),\ SM(\eta,\ \omega_j)\} \tag{C.26}$$

と定義されるものを採用する．

C2.2　伸縮を考慮した構成例

パターンが出現した時刻番号tが不等式$1\leqq t\leqq m$を満たすとして，表記法

$$\varphi'_t\equiv\varphi_1\cdot\varphi_2\cdot\cdots\cdot\varphi_t \tag{C.27}$$

$$\eta'_t\equiv\eta_1\cdot\eta_2\cdot\cdots\cdot\eta_t \tag{C.28}$$

を採用する．因みに，2式(C.6)，(C.7)のφ'，$\eta'\in\Phi'$について，

$$\varphi'=\varphi'_m \tag{C.29}$$

$$\eta'=\eta'_m \tag{C.30}$$

が成立する．

次の①，②に従い，$dis'(\varphi',\ \eta')$を再帰的に計算してゆこう．右肩上がりに一致させてゆく方式を採用していることに注意する(DTWに関する以下の方法は，文献［A26］での解説を適用したものである)：

①－1(初期条件)

$$dis(\varphi_1,\ \eta_1)=f(\varphi_1,\ \eta_1). \tag{C.31}$$

①－2(再帰計算式)

$$\begin{aligned} &dis(\varphi^t,\ \eta^s)\\ &=\min\{dis(\varphi^{t-1},\ \eta^s)+f(\varphi_t,\ \eta_s),\ dis(\varphi^t,\ \eta^{s-1})+f(\varphi_t,\ \eta_s),\\ &\quad dis(\varphi^{t-1},\ \eta^{s-1})+2\cdot f(\varphi_t,\ \eta_s)\} \end{aligned} \tag{C.32}$$

②(終了)$dis'(\varphi',\ \eta')=dis(\varphi'^m,\ \eta'^n)/[m+n]$　(C.33)

□

明らかに，2条件式(C.22)，(C.23)の下で，2条件式(C.9)，(C.10)を満たす式(A3.5)の代表パターン集合Ωと，axiom 1を満たす式(A1.8)のモデル構成作用素Tを選ぶことができる．

C3.　2条件(ハ)，(ニ)を満たす関数g_jの構成

2条件(ハ)，(ニ)を満たす関数g_jを構成してみよう．構成結果は次の通りである．

(1#)$g_j(u)=a_j\cdot u$，$a_j>0$

(2#)$g_j(u)=a_j\cdot u2$，$a_j>0$

$(3\#)\, g_j(u) = 1 - \exp\ [-a_j \cdot u]$, $a_j > 0$

$(4\#)\, g_j(u) = a_j \cdot \mathrm{loge}(1 + u)$, $a_j > 0$

$(5\#)\, g_j(u) = [1/\ \{1 + \exp(-a_j \cdot u)\}\ - 1/2]$ □

2条件式(C.12), (C.13)を満たす式(C.11)の非負実数値関数g_jの系として，例えば，周期関数を選んだ場合も式(C.4)の関数SM´を構成できることは，次の定理C.2からわかる．各非負実数dis´$(T\varphi', T\omega'_j)$の代りに，例えば，値が1より小さい非負実数

$$\mathrm{dis}'(T\varphi', T\omega'_j) \;/ \max_{k \in J}\ \mathrm{dis}'(T\varphi', T\omega'_j) \qquad \text{(C.34)}$$

を採用しなければならないのである．

［定理C.2］（周期関数g_jの系による類似度関数SMの構成定理）

2条件式(C.9), (C.10)を満たす式(C.8)の距離関数dis´を導入する．周期関数

$$(6\#)\, g_j(u) = 1 - \cos\{a_j \cdot (\pi/2) \cdot u\} \qquad \text{(C.35)}$$

ここに，

$$0 < a_j < 1 \qquad \text{(C.36)}$$

を考えれば，2条件式(C.12), (C.13)を満たす式(C.11)の非負実数値関数g_jの系が得られ，このとき，

$$\mathrm{SM}'(\varphi', \omega'_j) = g_j(\mathrm{dis}'(T\varphi', T\omega'_j) / \max_{k \in J}\ \mathrm{dis}'(T\varphi', T\omega'_k))^{-1} \;/ \sum_{i \in J} g_i(\mathrm{dis}'(T\varphi', T\omega'_i) / \max_{k \in J}\ \mathrm{dis}'(T\varphi', T\omega'_k))^{-1} \qquad \text{(C.37)}$$

と定義される式(C.4)の関数SM´は，axiom 2を満たす． □

C4. 関数g_jの構成条件を一般的に変えても，axiom 2を満たす類似度関数SMが構成できるか？

2不等式

$$0 < a_j,\ 0 \leqq b_j < c_j \qquad \text{(C.38)}$$

を満たす3実定数a_j, b_j, c_jを導入し，次のように定義される式(C.11)の区分的1次関数g_jを考えよう：

$$(7\#)\, g_j(u) = \begin{cases} 0 & \text{if}\ \ 0 \leqq u \leqq b_j \\ [a_j \cdot c_j / (c_j - b_j)] \cdot (u - b_j) & \text{if}\ \ b_j < u < c_j \\ a_j \cdot c_j & \text{if}\ \ c_j \leqq u \end{cases} \qquad \text{(C.39)}$$

□

このとき，次の定理C.3が成立し，やはり，axiom 2を満たす式(A3.5)の類似度関数SM´が構成されることがわかる．

［定理C.3］（区分的1次関数g_jの系による類似度関数SMの構成定理）

2条件式(C.9), (C.10)を満たす式(C.8)の距離関数dis´を導入する．不等式

$$b_j < \min_{i \in J - \{j\}}\ \mathrm{dis}'(\omega'_i, \omega'_j) \qquad \text{(C.40)}$$

を満たす実定数b_jを考えることのできる代表パターン列の集合Ω´に対しては，式(C.15)のように定義される式(C.4)の関数SM´は，axiom 2を満たす．

［定理C.3の系1］（最大類似度値1をとるパターン集合の存在定理）

2不等式

$$\mathrm{dis}'(T\varphi', T\omega'_j) \leqq b_j \tag{C.41}$$

$$\forall i \in J-\{j\},\ b_i < \mathrm{dis}'(T\varphi', T\omega'_i) \tag{C.42}$$

を満たす$\varphi' \in \Phi'$については，1－0性質

$$SM'(\varphi', \omega'_j) = 1 \tag{C.43}$$

$$\forall i \in J-\{j\},\ SM'(\varphi', \omega'_i) = 0 \tag{C.44}$$

が成り立つ．

（定理C.3の証明）axiom 2の（ii）（規格化条件），（iii）（T-不変性）の証明は定理C.1と同様になされる．

$$0 = \mathrm{dis}'(T\omega'_j, T\omega'_j) \leqq b_j$$

$$\because\ \text{2式(C.41), (C.38)}$$

から，式(C.16)が式(C.39)を考慮すれば成り立つ．更に，

$i \in J-\{j\}$ について，

$$0 \leqq b_j < \min_{i \in J-\{j\}} \mathrm{dis}'(T\omega'_i, T\omega'_j)$$

$$\because\ \text{式(C.38), (C.40)}$$

$$\leqq \mathrm{dis}'(T\omega'_i, T\omega'_j)$$

から，式(C.17)が式(C.39)を考慮すれば成り立つ．

得られた2式(C.16)，(C.17)からaxiom 2の（i）（正規直交性）が容易に証明される．

（定理C.3の系1の証明）

$$0 \leqq \mathrm{dis}'(T\varphi', T\omega'_j) \leqq b_j \quad \because\ \text{式(C.41)}$$

$$< \min_{i \in J-\{j\}} \mathrm{dis}'(T\omega'_i, T\omega'_j) \quad \because\ \text{式(C.40)}$$

から，

$$g_j(\mathrm{dis}'(T\varphi', T\omega'_j))^{-1} = \infty$$

$$\because\ \text{式(C.39)} \tag{C.45}$$

を得る．更に，

$$\forall i \in J-\{j\},\ b_i < \mathrm{dis}'(T\varphi', T\omega'_i) \quad \because\ \text{式(C.42)}$$

から，

$$0 < g_i(\mathrm{dis}'(T\varphi', T\omega'_i))^{-1} < \infty \tag{C.46}$$

も得，得られた2式(C.45)，(C.46)から容易に，2式(C.43)，(C.44)が証明される． □

式(C.39)の区分的1次関数g_jにおいて，2条件

$$h_j(b_j) = 0 \tag{C.47}$$

$$h_j(c_j) > 0 \tag{C.48}$$

の下で，$b_j < u < c_j$のときの定義を

$$h_j(u) > 0 \ \text{ if } \ b_j < u < c_j \tag{C.49}$$

を満たす任意の関数

$$h_j : R^+ \to R^+ \tag{C.50}$$

に置き換えても，つまり，関数gjを

$$g_j(u) = \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \leqq u \leqq b_j \\ h_j(u) & \text{if } b_j < u < c_j \\ h_j(c_j) & \text{if } c_j \leqq u \end{cases} \tag{C.51}$$

と定義しても，定理C.3，並びに，その系1が成り立つことがわかる．これを，定理C.4として，次に整理しておく．

［定理C.3］（任意関数h_jの系による類似度関数SMの構成定理）

2条件式(C.9)，(C.10)を満たす式(C.8)の距離関数

dis´を導入する．3条件式(C.47)～(C.49)を満たす式(C.50)の関数h_jを用いて定義される式(C.51)の関数g_jを使って，式(C.15)のように定義される関数SM´はaxiom 2を満たし，並びに，定理C.4の系1が成り立つ． □

（完了）

（著者　鈴木昇一，題目　近傍を利用した音素認識のためのモデル構成作用素T，類似度関数SM，大分類関数BSCの構成とSS不動点探索型多段階想起認識，情報研究（文教大学・情報学部）no.28投稿論文，投稿年月日　2002年9月2日）