連想形記憶器内荷重関数の最小自乗法，自己組織化法による決定

鈴　木　昇　一

Determination of Weighting Functions in Associator by Means of Two Methods of Least Sequares and Self-Organization.

Shoichi SUZUKI

A system of equations about weighting functions determined in such a way as to minimize an expected square of an association error during a period of an input pattern sequence is not derived thus far. The paper provides a linear associator and the system of such equations which corresponds to the Yule-Walker equation or the Wiener-Hopf equation. We also shall present a non-linear associator which linearly in parts extracts features from the input pattern by the application of a theory of structural model suggested by S.Suzuki, and discuss a method of self-organizing weighting funtions in the non-linear associator.

要　　約

パターンの系列を記憶し，この系列の一部の系列が入力されると，その全系列を，記憶した順序に従い連想するシステムとしての連想形記憶器については，中野，甘利，福島などによって研究されている．しかしながら，彼らの研究では，パターン系列の一周期にわたる連想誤差の自乗平均値を最小にするような連想形記憶器内荷重関数が満たす方程式系は導かれていない．本論文では，線形自己回帰モデルとしてのある連想形記憶器を提案し，心理学的鎖状仮説に基づいて，ユール・ウォーカ，ウィーナ・ホップの両方程式に対応するこのような荷重関数の方程式を最小自乗的変分法により決定している．また，この解析結果から，その性能を損わないようにある非線形連想形記憶器を，情報の量子論を背景として構築された構造モデルの理論を適用して，特徴抽出に関し部分的に線形化し構成化し，その荷重関数を自己組織化的に決定する手法も説明されている．本非線形連想形記憶器は入力パターンをその変形から固定できるなど，多くの諸点を克服しており，貯わえられた情

報をその内容によって経験的に引き出してくるような新しい形のコンピュータを考案する上において，参考となることが期待される．

1．まえがき

項目をいくつかその順序に従い記憶するという系列学習（serial learning）は心理学的に「古くて，しかも最も新しいテーマ」である[1]，系列学習後，どれ位正確にその順序と共に各項目を覚えているかをみるため，自由再生（free recall）させることは，脳に似た記憶の働きを計算機情報処理技術として確保しようという立場からも興味深い．

情報を貯蔵できる一つ一つの場所に各々相異なる番地（address）をつけ，番地を指定することによって情報の書込み・読出しが可能になるのが現在のプログラム内蔵形コンピュータの主記憶装置である．脳内の記憶機構はこの種の原理とは異なり，その内容の一部分の指定によりその内容全部を順序づけて読み出す形式，いわる内容番地づけ（content addressable）であるという[1]．

内容番地づけ記憶としての連想形記憶（associative memory）に基づく想起過程，いわゆる連想性想起過程（associative recall process）は次のように描写されてよいであろう：離散パラメータとして時間変数 t を持つ連想性想起過程の，時点 t での出力パターン ψ_t は，過去の ψ_{t-N}，ψ_{t-N+1}，……，ψ_{t-1} に従属すると同時に，過去とは独立な新しい現在の時点 t でのパターン（入力パターン）η_t が加わって定まり，出力 ψ_t は

$$\psi_t = F(\psi_{t-N},\ \psi_{t-N+1},\ \cdots\cdots,\ \psi_{t-1},\ \eta_t) \tag{1}$$

と表わされる．写像Fの構造が連想性連起過程の諸性質を決定しており，無視できないほど大なる入力はそのまま，出力に反映されねばならないとして，

$$\eta_t \text{が十分大きい} \rightarrow \psi_t \text{はほぼ} \eta_t \text{に等しい} \tag{2}$$

という条件を，写像Fが満足している必要があろう．

このような連想形記憶，系列学習のメカニズムを

（a）各項目間の連合

（b）項目とその位置（系列内でその項目の占める位置）との連合

なる二つの連合の内，どちらの連合が再生の場面において優勢に働くかによって検討しようとする心理学的研究[7]もあり，（a），（b）に帰する場合，各々，鎖状仮説（chaining hypothesis），位置仮説（position hypothesis）と呼ばれている．

本論文では，ψ，η を各々，入力，出力とする従来の線形な自己回帰過程*（autoregressive process）[10, 11]

$$\psi(t) = \sum_{R=1}^{N} a_k \cdot \psi(t-k) + G \cdot \eta(t) \tag{3}$$

に対し，写像Fとして，十分大なる正数 σ^2 を選び，

$$\psi_t(x) = \mathrm{sgn}(\sigma^2 - \|\eta_t\|^2) \cdot \int_0^u d\tau \int_M dm(y)\ a_\tau(x, y) \cdot \psi_{t-\tau}(y) + \mathrm{sgn}(\|\eta_t\|^2 - \sigma^2) \cdot \eta_t(x) \tag{4}$$

ここに，**

$$\mathrm{sgn}(u) = \begin{cases} 0 & \text{if } u < 0 \\ 1 & \text{if } u \geqq 0 \end{cases} \tag{5}$$

という形式のものを選び，項目の代りにパターン η_t が入力される場合の系列パターン学習を“鎖状仮説”に従って行ない，全系列パターン内の一部分の系列に似た系列が入力された場合，自由再生を行なう線形連想形記憶器（linear associator）を提案し，一周期にわたる連想誤差の自乗平均値を最小にするような荷重関数（weighting function）の組

$$\{a_\tau(x, y) \mid u \leqq \tau < 0\} \tag{6}$$

を，最小自乗法（method of least squares）

脚注　*　付録1，付録2を参照．

　　　**　$\|\eta_t\|$ は η_t のノルム（式(14)を参照）．

で決定しようとすれば，この荷重関数の組は入力パターン間の相関関数に関するある積分方程式を満たすことを示す.

従来の代表的な中野，甘利，福島の連想形記憶システムを見てみよう.

(Ⅰ) 中野のアソシアトロン (associatron)[4]

$$\psi_t(\ell)=\mathrm{sign}(\Sigma_{m\epsilon L}\,\alpha(l,\ m)\cdot\psi_{t-1}(m)) \tag{7}$$

ここに,

$$\mathrm{sign}(u)=\begin{cases}-1 & \text{if } u<0\\ \ \ 0 & \text{if } u=0\\ +1 & \text{if } u>0\end{cases} \tag{8}$$

という形式のシステムであり，たとえば，±1，0の3値をとるパターン

$\varphi=\{\varphi(m)\mid m\epsilon L\}$

を，ψ_0として入力し，得られた出力を再び入力すれば，

$\psi_1,\ \psi_2,\ \psi_3,\ \cdots\cdots,$

と連想することができる．記憶行列と呼ばれる自己相関形のマトリクス(correlation matrix)の第l行第m列の要素は，η_jを記憶すべき第j番目の記憶パターンとして,

$$\alpha(\ell,\ m)=\mathrm{sign}(\Sigma_j\ \eta_j(\ell)\cdot\eta_j(m)) \tag{9}$$

と，天下り的に与える.

(Ⅱ)甘利のしきい素子系 (threshold elements)[8),(2]

$$\psi_t(\ell)=\mathrm{sign}(\Sigma_{m\epsilon L}\ \alpha_{t-1}(\ell,\ m)\cdot\psi_{t-1}(m)) \tag{10}$$

という形式のシステムであり，たとえば，パターン系列

$\omega_1,\ \omega_2,\ \cdots\cdots,\ \omega_p$

をこの順序で記憶させるのには，荷重α_{t-1}を

$$\alpha(\ell\ \ m)=p^{-1}\cdot[\Sigma_{j=1}^{p}\ \omega_{j+1}(\ell)\cdot\omega_j(m)],$$
$$\text{ただし}\quad \omega_{p+j}=\omega_j \tag{11}$$

と決定すればよいことを，自己組織化過程

$$\alpha_t(\ell,\ m)-\alpha_{t-1}(\ell,m)=-\alpha\cdot\alpha_{t-1}(\ell,\ m)+\alpha\cdot\psi_t(\ell)\cdot\psi_{t-1}(m),$$
$$\text{ここに，}\ \alpha\text{は小さな正数} \tag{12}$$

の導入の下で，示している.

(Ⅲ) 福島・三宅のコグニトロン (cognitron)[9),(3]

興奮性入力φ^+，抑制性入力φ^-を導入し，前段から後段への出力ψが

$$\psi(\ell)=\mathrm{MAX}(\psi'(\ell)-1,\ 0),$$

ここに,

$$\mathrm{MAX}(x,\ 0)=0\ \text{if}\ x\leqq 0,\ =x\ \text{if}\ x>0,$$

$$\psi'(\ell)=[1+\Sigma_{m\epsilon L^+}\alpha^+(\ell,m)\cdot\psi^+(m)]/[1+\Sigma_{m\epsilon L^-}\ \alpha^-(\ell,m)\cdot\varphi^-(m)] \tag{13}$$

と表わされるアナグロ形の細胞層を多数考え，しかも最終層から初段の層へフィードバック的結合をもたせながら，連想形記憶能力のある回路を，細胞相互間のシナプス結合に関する興味ある自己組織化過程を導入し実現している.

上述の説明からもわかるように，これ迄の連想形記憶に関する諸研究では，鎖状仮説の下で，荷重を直観で決定するか（中野)，自己組織化過程の導入の下で決定するか（甘利，福島・三宅）のいずれかの方法がとられており，本論文のように，実際の想起出力と期待されている想起出力との差〔連想的想起誤差）の自乗平均値を最小にするような荷重の決定方法が採用されていない．これは無論，式(4)で示される連想形記憶器が線形であるからして可能になったともいえるが，しかしながら，本連想形記憶器が，内積，ノルムを各々,

$$(\varphi,\ \eta)=\int_M dm(x)\ \varphi(x)\cdot\overline{\eta(x)}$$
$$\|\varphi\|=\sqrt{(\varphi,\ \varphi)}$$
$$\text{ここに，}\overline{\eta}\text{は}\eta\text{の複素共役} \tag{14}$$

とする可分なHilbert空間

$\mathfrak{H}=L_2(M\,;dm)$[6]上で導入されており，シミュレーション済の非線形連想形記憶器[13]の線形化（linearization）に相当することからして，無用の存在というわけではない.

2章においては，心理学でいう鎖状仮説に基づいて，ユール・ウォーカ，ウィーナ・ホップの両方程式[5]（付録1，2を参照）に対応

する荷重関数の方程式を，最小自乗的変分法により決定する[2] 3章においては，情報の量子論[6]を背景として構築された構造モデルの理論[15, 16]を適用して，2章の解析結果から考案されたシミュレーション済の非線形な連想形記憶器[13]を説明し，その荷重関数を自己組織化的に決定する手法を説明する．本非線連想形記憶器は入力パターンをその変形から同定しながら動作を行なうなど，多くの諸点を克服しており，貯わえられた情報をアドレスではなくして，その内容によって経験的に引き出してくるような新しい形のコンピュータを考案する上において，参考となることが期待される．

2．線形連想形記憶器内の荷重関数の決定

記憶されるべきパターン $\eta_t \in \mathfrak{H}$ の系列が周期 p（＞0）を持っており，

$$\eta_{t+p} = \eta_t \tag{15}$$

が成立しているとしよう．今，時刻 t を p で割って得られる余りを γ として，

$$\mathrm{r}(\mathrm{t}) = \begin{cases} \mathrm{r} & \text{if} \quad \mathrm{r} \neq 0 \\ \mathrm{p} & \text{if} \quad \mathrm{r} = 0 \end{cases} \tag{16}$$

という一種の変形剰余関数 r（t）を導入する．このとき，時刻 t での連想形記憶出力を $\psi_t \in \mathfrak{H}$ として

$$\text{t が十分大ならば，} \psi_t = \eta_{r(t)} \tag{17}$$

が得られるような線形システムである線形連想形記憶器（linear associator）を考えよう．この連想形記憶器のシステム方程式としては，ある正数 σ^2 を導入して，

$$\psi_t(x) = \mathrm{sgn}(\sigma^2 - \| \eta_t \|^2) \cdot \psi_t'(x) + \mathrm{sgn}(\| \eta_t \|^2 - \sigma^2) \cdot \eta_t(x),$$
$$x \in \mathrm{M}, \quad -\infty < t < +\infty \tag{18}$$

ここに，

$$\psi_t'(x) \equiv \int_0^u d\tau \int_M dm(y) \cdot a_\tau(x, y) \cdot \psi_{t-\tau}(y) \tag{19}$$

を採用しよう．1変数関数 sgn（u）は式(5)で定義されている．2式(18)，(19)は式(4)を書き直したものである．

$a_\tau(x, y)$，$x, y \in \mathrm{M}$，$0 \leqq \tau < u$

を荷重関数（weighting function）といい，正数 u を自己回帰モデル（autoregressive model）としての連想形記憶器の次数（order）という．

システム方程式(18)から，次の I，II，III がいえる：

(I) $\| \eta_t \|^2 > \sigma^2$ なる入力 η_t に対しては，この場合の出力 $\psi_t(x)$ を $\psi_t^{(1)}(x)$ と書くと，
$\psi_t^{(1)}(x) = \eta_t(x)$.

(II) $\| \eta_t \|^2 < \sigma^2$ なる入力 η_t に対しては，この場合の出力 $\psi_t(x)$ を $\psi_t^{(2)}(x)$ と書くと，
$\psi_t^{(2)}(x) = \psi_t'(x)$.

(III) $\| \eta_t \|^2 = \sigma^2$ なる入力 η_t に対する出力 $\psi_t(x)$ を $\psi_t^{(3)}(x)$ と書くと，
$\psi_t^{(3)}(x) = \psi_t'(x) + \eta_t(x)$.

従って，そのノルム $\| \eta_t \|^2$ が σ^2 より大なる入力 η_t があった場合は，出力 ψ_t はその入力 η_t そのものとなり，小さい入力 η_t があった場合は出力として，過去の出力 $\psi_{t-\tau}$ の，荷重関数 $a_\tau(x, y)$ による時空荷重出力 ψ_t' が得られている．この意味で，式(2)が成立しており，式(19)の ψ_t' は，

$\| \eta_t \|^2 < \sigma^2$ なる η_t を雑音入力と考えると，η_t なる雑音が存在してよい場合の想起出力であるという解釈が，II から得られる．

上述の I，II から，1周期にわたる（平均自乗）連想誤差 ERROR，相関関数（correlation function）$\rho(\tau, y : \tau', y')$ は各々，

$$\mathrm{ERROR} \equiv p^{-1} \cdot \int_u^{u+p} dt \cdot \| \psi_t^{(2)} - \psi_{r(t)}^{(1)} \|^2$$
$$= p^{-1} \cdot \int_u^{u+p} dt \cdot \| \psi_t' - \eta_{r(t)} \|^2 \tag{20}$$

$$\rho(\tau, y ; \tau', y')$$
$$\equiv p^{-1} \cdot \int_u^{u+p} dt \cdot \overline{\eta_{r(t-\tau)}(y)} \cdot \eta_{r(t-\tau')}(y')$$

ここに，—は複素共役の意 (21)

と定義されてよい．

このとき，荷重関数 $a_\tau(x, y)$ を決定する方程式系が，次の定理1のように導かれる．

〔定理1〕（最小自乗法による，時間連続・空間連続形式の線形連想形記憶器内の荷重関数決定定理）

システム方程式(18)の下で，荷重関数

$$a_\tau(x, y), \quad 0 \leq \tau < u, \quad x, \quad y \in M \tag{22}$$

が連想誤差ERRORを最小にするとすれば，この $a_\tau(x, y)$ は，

任意の $x \in M$ について，積分方程式系

$$\int_0^u d\tau' \int_M dm(y') \cdot a_{\tau'}(x, y') \cdot \rho(\tau, y; \tau', y') = \rho(\tau, y; 0, x) \quad 0 \leq \tau < u, \quad y \in M \tag{23}$$

を満たし，この解 $a_\tau(x, y)$ を用いて得られるERRORの最小値MIN.ERRORは次の式で与えられる：

$$\text{MIN.ERROR} = \int_M dm(x) \cdot \rho(0, x; 0, x) - \int_M dm(x) \cdot \int_0^u d\tau \int_M dm(y) \cdot a_\tau(x, y) \cdot \rho(0, x; \tau, y). \tag{24}$$

（証明） 変分法を適用し，ERRORを最小にする $a_\tau(x, y)$ の満たすべき方程式系を導こう．

ERRORが a_τ で極値をとるものとする．

十分小さい実パラメータ α，任意関数 $C_\tau(x, y)$ を導入し，a_τ の代りに

$a_\tau + \alpha \cdot C_\tau$

を代入して得られるERRORを α の関数とみなし，ERROR (α) と表わす：

$$\begin{aligned}\text{ERROR}(\alpha) &= p^{-1} \cdot \int_u^{u+p} dt \cdot \| \psi_t'(x, \alpha) - \eta_{r(t)}(x) \|^2 \\ &= p^{-1} \cdot \int_u^{u+p} dt \int_M dm(x) \cdot \{\psi'_t(x, \alpha) - \eta_{r(t)}(x)\} \cdot \{\overline{\psi'_t(x, \alpha)} - \overline{\eta_{r(t)}(x)}\}\end{aligned} \tag{25}$$

ここに，

$$\psi'_t(x, \alpha) \equiv \int_0^u d\tau \int_M dm(y) \cdot \{a_\tau(x, y) + \alpha \cdot C_\tau(x, y)\} \cdot \psi_{t-\tau}(y) \tag{26}$$

$$\overline{\psi'_t(x, \alpha)} = \int_0^u d\tau \int_M dm(y) \cdot \{\overline{a_\tau(x, y)} + \alpha \cdot \overline{C_\tau(x, y)}\} \cdot \overline{\psi_{t-\tau}(y)}. \tag{27}$$

ERRORは a_τ において極値をとるという仮定により，ERROR (α) は $\alpha = 0$ において極値をとることになり，次式が成立する：

$$F(\alpha) \equiv (\partial / \partial \alpha)\, \text{ERROR}(\alpha)\, |_{\alpha=0} = 0. \tag{28}$$

さて，$(\partial / \partial \alpha)$ ERROR (α) の計算であるが，

$$(\partial / \partial \alpha)\, \psi'_t(x, \alpha) = \int_0^u d\tau \int_M dm(y) \cdot C_\tau(x, y) \cdot \psi_{t-\tau}(y),$$

$$(\partial / \partial \alpha)\, \overline{\psi'_t(x, \alpha)} = \int_0^u d\tau \int_M dm(y) \cdot \overline{C_\tau(x, y)} \cdot \overline{\psi_{t-\tau}(y)}$$

を考慮すれば，3式(25)〜(27)から，

$$\begin{aligned}(\partial / \partial \alpha)\, \text{ERROR}(\alpha) &= p^{-1} \cdot \int_u^{u+p} dt \int_M dm(x) \cdot \left\{\int_0^u d\tau \int_M dm(y) \cdot C_\tau(x, y) \cdot \psi_{t-\tau}(y)\right\} \cdot \{\overline{\psi'_t(x, \alpha)} - \overline{\eta_{r(t)}(x)}\} \\ &+ p^{-1} \cdot \int_u^{u+p} dt \int_M dm(x) \cdot \{\psi'_t(x, \alpha) - \eta_{r(t)}(x)\} \cdot \left\{\int_0^u d\tau \int_M dm(y) \cdot \overline{C_\tau(x, y)} \cdot \overline{\psi_{t-\tau}(y)}\right\}\end{aligned} \tag{29}$$

を得る．ここで，2式(19)，(26)から得られる関係

$$\psi'_t(x, \alpha)\, |_{\alpha=0} = \psi'_t(x)$$

と，式(29)とを，式(28)に代入すれば，積分順序を交換して，

$$\begin{aligned}0 = F(\alpha) &= p^{-1} \cdot \int_u^{u+p} dt \int_M dm(x) \int_0^u d\tau \int_M dm(y) \cdot [C_\tau(x, y) \cdot \psi_{t-\tau}(y) \cdot \{\overline{\psi'_t(x)} - \overline{\eta_{r(t)}(x)}\} \\ &\quad + \overline{C_\tau(x, y)} \cdot \overline{\psi_{t-\tau}(y)} \cdot \{\psi'_t(x) - \eta_{r(t)}(x)\}] \\ &= \int_M dm(x) \int_0^u d\tau \int_M dm(y) \cdot [C_\tau(x, y) \cdot p^{-1} \int_u^{u+p} dt\, \psi_{t-\tau}(y) \cdot \{\overline{\psi'_t(x)} - \overline{\eta_{r(t)}(x)}\} \\ &\quad + \overline{C_\tau(x, y)} \cdot p^{-1} \cdot \int_u^{u+p} dt\, \overline{\psi_{t-\tau}(y)} \cdot \{\psi'_t(x) - \eta_{r(t)}(x)\}]\end{aligned}$$

が得られる．よって，$C_\tau(x, y)$ は任意であるから，

$p^{-1} \cdot \int_u^{u+p} dt \cdot \overline{\psi_{t-\tau}(y)} \cdot \psi'_t(x) -$

$\eta_{r(t)}(x)\}$

$= 0,\ \forall\tau(0 \leqq \tau < u), \forall y,\ \forall x \in M$ (30)

が成り立たねばならない．この式(30)は

$p^{-1} \cdot \int_u^{u+p} dt\ \overline{\psi_{t-\tau}(y)} \cdot \psi'_t(x)$

$= p^{-1} \cdot \int_u^{u+p} dt\ \overline{\psi_{t-\tau}(y)} \cdot \eta_{r(t)}(x)$

と変形され，これに，式(19)を代入すれば，積分順序を交換して，

任意の $x \in M$ について

$\int_0^u d\tau' \int_M dm(y') \cdot a\tau'(x,\ y') \cdot$

$\cdot p^{-1} \int_u^{u+p} dt \cdot \overline{\psi_{t-\tau}(y)} \cdot \psi_{t-\tau'}(y')$

$= p^{-1} \cdot \int_u^{u+p} dt \cdot \overline{\psi_{t-\tau}(y)} \cdot \eta_{r(t)}(x),$

$\forall\tau\ (0 \leqq \tau < u),\ \forall y \in M$ (31)

が成立することになる．

ここで，荷重関数 $a\tau(x,\ y)$ が決定される段階では，

$\|\eta_t\|^2 > \sigma^2$ なる入力 η_t のみを考えてよいから，I と式(15)とにより，

$\psi_{t-v} = \eta_{t-v} = \eta_{r(t-v)}$ (32)

が成立しているとみてよい．それゆえ，式(21)でいう相関関数 ρ の定義を式(31)に代入すると，所要の式(23)が得られる．

残りの式(24)，すなわちMIN. ERROR を計算しよう．

ERROR の定義式(20)から，MIN. ERROR は MIN. ERROR

$= p^{-1} \cdot \int_u^{u+p} dt\ \|\psi'_t - \eta_{r(t)}\|^2$

$= p^{-1} \cdot \int_u^{u+p} dt \int_M dm(x) \cdot \overline{\psi'_t(x)} \cdot$

$\{\psi'_t(x) - \eta_{r(t)}(x)\}$

$+ p^{-1} \cdot \int_u^{u+p} dt \int_M dm(x) \cdot$

$\{\eta_{r(t)}(x) \cdot \overline{\eta_{r(t)}(x)}$

$- \psi'_t(x) \cdot \eta_{r(t)}(x)\}$

$= A + B$ （同順） (33)

と変形されることに注意する．

まず，$\psi'_t(x)$ の定義式(19)の複素共役表現

$\overline{\psi'_t(x)} = \int_0^u d\tau \int_M dm(y) \cdot$

$\overline{a\tau(x,\ y)} \cdot \overline{\psi_{t-\tau}(y)}$

をAに代入し，積分順序を交換し，式(30)を考慮すれば，

A

$= p^{-1} \cdot \int_u^{u+p} dt \int_M dm(x) \int_0^u d\tau \int_M dm(y)$

$\cdot \overline{a\tau(x,\ y)} \cdot \psi_{t-\tau}(y) \cdot$

$\{\psi'_t(x) - \eta_{r(t)}(x)\}$

$= \int_M dm(x) \int_0^u d\tau \int_M dm(y) \cdot \overline{a\tau(x,\ y)}$

$\cdot p^{-1} \int_u^{u+p} dt\ \overline{\psi_{t-\tau}(y)} \cdot \{\psi'_t(x) - \eta_{r(t)}(x)\}$

$= 0$ (34)

を得る．また，式(19)の $\psi'_t(x)$ を代入し，式(32)を考慮すれば，積分順序を交換して，Bは，

B

$= \int_M dm(x) \cdot p^{-1} \int_u^{u+p} dt\ \overline{\eta_{r(t)}(x)}$

$\cdot \eta_{r(t)}(x)$

$- p^{-1} \cdot \int_u^{u+p} dt \int_M dm(x) \cdot$

$\int_0^u d\tau \int_M dm(y)\ a\tau(x,\ y)$

$\overline{\eta_{r(t)}(x)} \cdot \psi_{t-\tau}(y)$

$= \int_M dm(x) \cdot \rho(0,\ x;\ 0,\ x)$

$- \int_M dm(x) \int_0^u d\tau \int_M dm(y) \cdot a\tau(x,\ y)$

$\cdot p^{-1} \int_u^{u+p} dt\ \overline{\eta_{r(t)}(x)} \cdot \psi_{t-\tau}(y)$

$= \int_M dm(x) \cdot \rho(0,\ x; 0,\ x)$

$- \int_M dm(x) \int_0^u d\tau \int_M dm(y) \cdot a\tau(x,\ y) \cdot$

$\rho(0,\ x;\ \tau,\ y)$ (35)

と計算される．よって，3式(33)～(35)から，次の等式を得，式(24)の成立が示された：

MIN. ERROR＝B. （証明終り）

なお，上の定理1における積分方程式系(23)の解は，

$\delta(u)$ を Dirac δ 超関数として，

相関関数 ρ が

$\rho(\tau,\ y;\ \tau',\ y')$

$= \delta(\tau - \tau') \cdot \delta(y - y')$ (36)

なる直交形で，然も

式(14)の正値測度 $dm(x)$ が

$dm(x) = dx$

の場合，等式

$\int_0^u d\tau' \int_M dy'\ \delta(\tau') \cdot \delta(y' - x) \cdot$

$\delta(\tau - \tau') \cdot \delta(y - y')$

$= \delta(\tau) \cdot \delta(y - x)$

の成立に留意すれば，中野や甘利の荷重（式(9)，式(11)）と同じタイプであり，次のようになる：

$a\tau(x,\ y) = \rho(\tau,\ y; 0,\ x).$ (37)

3．非線形連想形記憶器の構成と自己組織化

本章では，情報の量子論[6]における構造モデルの理論を適用して，特徴抽出動作を前章の線形連想形記憶の構成手法で記述すれば，意味のあるシミュレーション済[13]の非線形な連想形記憶器が得られることを示す．

処理対象なるパターン $\varphi\in\mathfrak{H}$ の（簡易化）構造モデル $\mathfrak{Y}(\varphi)\in\mathfrak{H}$とは$\varphi$の正規化パターンあるいは内部表現に相当し[6, 15, 16]，次のように定義される：

$$\mathfrak{Y}(\varphi)\equiv\Sigma_{\ell\in L}\ \mathrm{sgn}\ (\mathfrak{F}\ell(\varphi)-e_\ell)\cdot\theta_\ell(H)\xi\|\xi\|^{-1},$$

ここに，

(I) $\theta_\ell(H)$はある自己共役作用素Hの関数としての，第ℓ番目の射影作用素であり，3条件

$\theta_\ell(H)\cdot\theta_k(H)=0\ (k\neq\ell)$

$\Sigma_{\ell\in L}\ \theta_\ell(H)=I$（恒等作用素）

$\|\theta_\ell(H)\xi\|\xi\|^{-1}\neq0,\quad\forall\ell\in L$

を満たすもの．

(II) パターン $\xi\in\mathfrak{H}$ は相互排反的な各カテゴリ$\mathfrak{C}_j$（第$j\in J$番目のカテゴリ）のノルム規格代代表パターン $\omega j\|\omega j\|^{-1}$ に$\mathfrak{C}_j$の生起確率$p(\mathfrak{C}_j)$をかけ，すべての$j\in J$につき総和したもので，

$\xi\equiv\Sigma_{j\in J}\ P(\mathfrak{C}_j)\cdot\omega j\|\omega j\|^{-1}$

(III) 非負量 $\mathfrak{F}_l(\varphi)$ は，パターンφ から抽出される第$l\in L$番目の特徴量（測度的不変量[6, 15, 16]）であり，

Hの関数としての正値自己共役作用素

$f(H)$

射影作用素 $\theta_l(H)$

の二つから定義される正値自己共役作用素

$f_\ell(H)\equiv f(H)\cdot\theta_l(H)$

を導入して，次のように定義される．

$\mathfrak{F}_\ell(\varphi)\equiv(f_\ell(H)\varphi,\ \varphi)/(\varphi,\ \varphi).$

(IV) 2値量 $X_\ell(\varphi)$ は，不等式

$0<e_\ell\leqq\mathfrak{F}_\ell(\xi\|\xi\|^{-1})$

を満たすしきい値e_ℓの下で，式(5)のsgn を用い，

$X_\ell(\varphi)\equiv\mathrm{sgn}\ (\mathfrak{F}_\ell(\varphi)-e_\ell)$

と定義され，パターンφから抽出された第$l\in L$番目の2値特徴量と呼ばれている．

上述のごとく定義された構造モデル$\mathfrak{Y}(\varphi)$に関しては，次の3性質a，b，cが知られている[6, 15, 16]：

(a) $\|\mathfrak{Y}(\varphi)\|^2$

$=\Sigma_{\ell\in L}\ X_\ell(\varphi)\cdot\|\theta_\ell(H)\xi\|\xi\|^{-1}\|^2$

(b) 各b_kが $b_k=0$ or 1 であるならば

$X_\ell(\Sigma_{k\in L}\ b_k(H)\xi\|\xi\|^{-1})$

$=b_\ell,\quad\forall l\in L,$

特に，

$X_\ell(\mathfrak{Y}_l(\psi))=X_\ell(\varphi),\quad\ell\in L.$

(c) $\mathfrak{Y}(\mathfrak{Y}(\varphi))=\mathfrak{Y}(\varphi).$

まず，後のために，補助定理1を証明しておこう．

〔補助定理1〕

ある正数σ^2を導入する．条件

$$\sigma^2<\inf_{\ell\in L}\|\theta_\ell(H)\xi\|\xi\|^{-1}\|^2 \tag{38}$$

の下で，

$\|\mathfrak{Y}(\varphi)\|^2\leqq\sigma^2$

$\Rightarrow\ \mathfrak{Y}(\varphi)=0.$

（証明）

$\|\mathfrak{Y}(\varphi)\|>0$

であれば，I，aより

$\|\mathfrak{Y}(\varphi)\|^2\geqq\inf_{\ell\in L}\|\theta_\ell(H)\xi\|\xi\|^{-1}\|^2$

$>\sigma^2$

を得て，次の命題が成り立つ：

$\|\mathfrak{Y}(\varphi)\|>0\ \rightarrow\ \|\mathfrak{Y}(\varphi)\|^2>\sigma^2$

この対偶が求めるものである．

（証明終）

さて，時刻tでの実数値荷重を

$\alpha_{\ell k}(n;t),\quad\ell,\ k\in L,$

$n=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ N$

として，実数値量

$\mathfrak{G}_\ell(t,\ \tau)$

$$\equiv\Sigma_{n=1}^{N}\ \Sigma_{k\in L}\ \alpha_{\ell k}(n;t)\cdot X_k(\psi_{\tau-n}) \tag{39}$$

を考える．これは，2章の線形連想形記憶器を，過去（時刻 $\tau-n$）の各想起出力パターン $\psi_{\tau-n}\in\mathfrak{H}$（$1\leqq n\leqq N$）の2値特徴量 $X_k(\psi_{\tau-n})$，$k\in L$ に関し，離散形式（付録1を参照）で表わしたものに相当する．

$a_{\ell k}(n;t)$ は，$X_k(\psi_{\tau-n})$ を $X_l(\psi_{t-n})$ に結びつける荷重である．

$$\psi_{t',\tau}\equiv\Sigma_{l\in L}\ \mathrm{sgn}(\mathfrak{G}_\ell(t,\ \tau))\cdot\theta_l(H)\ \xi\|\xi\|^{-1}$$

という $\mathfrak{H}$ の元を導入すれば，上述のbを適用して，

$$X_l(\psi_{t'},\tau)=\mathrm{sgn}(\mathfrak{G}_\ell(t,\ \tau)),\ \forall\ell\in L \tag{40}$$

が成立し，パターン $\psi_{t'\tau}$ の第 $l\in L$ 番目の2値特徴量は

$\mathrm{sgn}(\mathfrak{G}_\ell(t,\ \tau))$

であることがわかり，式(39)はパターン $\psi_{t',\tau}$ に対する特徴抽出の働きに関する連想形記憶器を構成する重要な要素である．

そこで，非線形連想形記憶器のシステム方程式として，ある正数 σ^2 を導入し，

$$\psi_{t,\tau}=\mathfrak{Y}(\mathrm{sgn}(\sigma^2-\|\mathfrak{Y}(\eta_\tau)\|^2)\cdot\ \mathfrak{Y}(\psi_{t',\tau})+\mathfrak{Y}(\eta_\tau)) \tag{41}$$

を考えれば，次の解釈が可能であることがわかる：

〔システム方程式(41)に関する解釈〕

$\psi_{t,\tau}$ は，時刻 τ で入力パターン η_τ を受け入れ，時刻tに得られている荷重 $a_{\ell k}(n;t)$，ℓ，$k\in L$，$n=1\sim N$ の下での，時刻 τ での連想出力パターンである．そして，$t=\tau$ として，$\psi_{t,t}$ を考えれば，これが通常の意味での，時刻tでの連想出力パターンである．ここに，

（イ）不等式

$$\|\mathfrak{Y}(\eta_\tau)\|^2>\sigma^2$$

を満たすという意味で，有意味な入力パターン η_τ に対しては，システム方程式(41)にcを適用して，

$$\psi_{t,\tau}=\mathfrak{Y}(\mathfrak{Y}(\eta_\tau))=\mathfrak{Y}(\eta_\tau).$$

（ロ）不等式(38)を満たすように，正数 σ^2 を決めていれば，不等式

$$\|\mathfrak{Y}(\eta_\tau)\|^2\leqq\sigma^2$$

を満たすという意味で，無意味な入力パターン η_τ に対しては，補助定理1を適用して，

$$\mathfrak{Y}(\eta_\tau)=0$$

を得，よって，システム方程式(41)にcを適用して，

$$\psi_{t,\tau}=\mathfrak{Y}(\mathrm{sgn}(\sigma^2-\|\mathfrak{Y}(\eta_\tau)\|^2)\cdot\mathfrak{Y}(\psi_{t'},\tau))$$
$$=\mathfrak{Y}(\mathfrak{Y}(\psi_{t'},\tau))$$
$$=\mathfrak{Y}(\psi_{t'},\tau).$$

（解釈・終り）

このようにして，構造モデルの理論(15),(16)を適用すれば，非線形な連想形記憶器を式(41)のごとく，定式化しても不都合は生じないことがわかった．*

かくのごとき非線形なものに対しては，2章および付録1，2でいう連想誤差を最小にするような荷重 $a_{\ell k}(n,\ t)$ の満たすべき方程式はあまり，意味があるとは思われない．訓練的適応ないしは学習する能力をもたらす自己組織化過程を導入すべきである．

ちなみに，荷重 $a_{\ell k}(n;t)$ を決めるのに，2式(39)，(40)およびイ，ロを勘案し，

$$a_{\ell k}(n;t+1)-a_{\ell k}(n;t)=〔X_\ell(\psi_{t,t})-\mathrm{sgn}(\mathfrak{G}_\ell(t,t))〕\cdot X_k(\psi_{t-n})\cdot\Delta_{\ell k}(n) \tag{42}$$

ここに，$\Delta_{\ell k}(n)>0$ は $|n|$，$|\ell-k|$ の単調減少関数

という自己組織化過程を導入すればよいことが，計算機シミュレーションで示されている(13)．

少し，その理由を説明してみよう．

脚注＊パターン φ の構造モデル $\mathfrak{Y}(\varphi)$ には，一意性・再現性（これはbのこと）・不変性・共変性などの興味ある四性質(15)，(16)があり，この四性質が式(41)のシステム方程式に受け継がれることが示される．この事実が，本非線形連想形記憶器が入力パターンをその変形から同定しつつ，記憶と想起の両動作を行なう理由となる．

実は，常に，a_{lk}^{ℓ} $(n;t)$ に

$a_{\ell k}(n;t) \geqq 0$

という条件を課している．それ故，式(39)で定義されている$\mathfrak{G}_\ell(t,\tau)$は，$X_R(\psi_{\tau-n})$ は0あるいは1であるから，$a_{\ell k}(n;t)$ の単調増加関数である．

よって，式(40)の成立を考え合わせると，$a_{lf}(n;t)$の自己組織化的決定式(42)に関し，次の3事柄(1)～(3)がいえる．

(1) $X_\ell(\psi_{t,t}) - \mathrm{sgn}(\mathfrak{G}_\ell(t,t))$
$= 0 - 0 = 1 - 1 = 0$

のときは，$a_{\ell k}(n;t)$ は増加も減少もしなくてよい．実際，式(42)はこのことを示している．

(2) $X_\ell(\psi_{t,t}) - \mathrm{sgn}(\mathfrak{G}_\ell(t,t))$
$= 1 - 0 = +1$

のときは，$a_{\ell k}(n;t)$ は増加すれば，

$X_\ell(\psi_{t,t}) - \mathrm{sgn}(\mathfrak{G}_\ell(t,t)) = 0$

となる可能性が強まることがわかる．実際，$\Delta_{\ell k}(n) > 0$ だけ増加することを，式(42)は示している．

(3) $X_\ell(\psi_{t,t}) - \mathrm{sgn}(\mathfrak{G}_\ell(t,t))$
$= 0 - 1 = -1$

のときは，$a_{\ell k}(n;t)$ は減少すればよい．実際，$\Delta_{\ell k}(n)$だけ減少することを，式(42)は示している．

4．むすび

ヒトに記憶があるといわれるのは，ヒトは，現在の情況 η_t のみから行動 ψ_t を決定するのではなくして，現在の時点 t までに発生した一連の情況 $\{\cdots\cdots, \psi_{t-N}, \cdots\cdots, \psi_{t-2}, \psi_{t-1}\}$をも考慮に入れて，行動 ψ_t を決定するからである．本論文では，貯わえられた情報をアドレスではなくして，その一部の内容によって経験的に引き出してくるような新しい形のコンピュータを考案する上において参考となることなどを目的として，このような連想形記憶出力 ψ_t を生成するシステムを考案し，その構造要素としての荷重を最小自乗法，自己組織化手法に基づいて決定することが研究された．前者，後者による決定方法は各々，線形，非線形なシステムに対し有効に適用され得ることが指摘された．特に，前者の方法によって求められる荷重は特別な場合，中野(4)や甘利(8)が求めた荷重のタイプになることが示されたことは注目に値するといえよう．

時間離散信号同志，時間連続信号同志を誤差の自乗を最小にし一致させる場合に各々得られるユール・ウォーカの方程式，ウィーナ・ホップの方程式に対応して，一周期にわたる時空間信号の列同志を一致させる場合が関数空間 $L_2(M;dm)$ の上で論じられ，自己回帰形連想形記憶モデルの荷重に関する時空間積分方程式系を導いた．また，線形連想形記憶器を用いる限り，これより小さくできない連想誤差の自乗平均値も求められた．

残された問題としては，次のI，IIがある．

(I) 導かれた時空間積分方程式系(23)の具体的な解法（現在のコンピュータの能力からすれば，数値的に解こうと思えば可能であるが）．

(II) 式(15)を満たす記憶しようとするパターン列

$\{\eta_t; t = 0, 1, 2, \cdots\cdots\}$

の周期Pに関連して，存在するであろう連想形記憶器内の最適な次数 u，N（式(19)，式(39)）の決定方法（u，NはPより大であってはあまり意味がない）．

上のIについては，ウィーナ・ホップの方程式の解法，並びに，時空間的に離散化すれば一般逆行列を用いての解法(11)が参考になると考えられるし，IIについては，自己回帰モデルの次数推定アルゴリズム(10)，並びに，周期Pより小さい範囲内で1次モデル，2次モデル，……なるごとく，次第に次数をふやしていくことにより，連想誤差の極小となる次数を見つける方法が考えられる．

実際上有用なのは，3章で論じたシミュレーション済(13)の非線形な連想形記憶器である．この非線形なものは，2章での線形なものに対する解析なくしては考えつかなかったもの

であり，この意味で，読者がこれ迄の連想形記憶器と異なるタイプの非線形な連想形記憶器を考案する上において，２章でなされた線形なものに対する最小自乗解析は“ヒント”を与えるだろうと思っている．特に指摘しておきたいことは次の通りである：

これ迄に提案された連想形記憶器はすべて鎖状仮説(7)に基づいている．本論文でなされたものもそうである．位置仮説(7)に基づいて，新しいタイプの連想形記憶器を考案することが残されている．

上述の問題点Ⅰ，Ⅱが解決されなくても，線形連想形記憶システム方程式(18)を非線形化し，式(41)のごとく非続形システム方程式を設け，式(42)のごとく自己組織化過程を導入することを考えることができる．この非線形なものに対しては，日本語単独母音系列が入力された場合をシミュレーション済である(13)．また，本非線形連想形記憶器に対しては，一種の心理状態を備えさせることも，文献(14)と同様な手法で可能である．

なお，連想器や認識器は対象（入力パターン）をその変形から同定できなければ本物ではないとの指摘(1)もあり，従来の中野(4)，甘利(2),(8)，福島・三宅(3),(9)の連想器とは異なり，この種の変形除去機能(14)を本非線形連想器が備えていることなどや，シミュレーション結果の検討などは稿を改めて，論ずるつもりである．

文　献

(1) T.コホネン：システム論的連想記憶，中谷和夫訳，サイエンス社，1980－10

(2) 甘利俊一：神経回路網の数理，産業図書 1978－04

(3) 福島邦彦：神経回路と自己組織化，共立出版 1979－03

(4) 中野　馨：アソシアトロン，昭晃堂，1979－10

(5) 森下　巖：サイバネティックス，森北出版 1977－06

(6) 鈴木昇一：認識工学（上），柏書房，1975－02

(7) 太田信夫：系列学習における有効刺激Ⅳ 心理学研究，46，５，264－271，1975－10

(8) 甘利俊一：自己組織しきい素子回路によるパターンの学習，電子通信学会論文誌（D），55－D，７，456－463，1972－07

(9) 福島邦彦，三宅誠：連想記憶能力を持つ自己組織回路――フィードバック形 Cognitron――，電子通信学会論文誌（D），J60－D，２，143－150，1977－02

(10) 宮永喜一，三木信弘，永井信夫：自己回帰モデルの回帰的次数推定法，電子通信学会論文誌(A)，J64－A，９，744－751，1980－09

(11) 柳田益造，木村吉伸，角所収：一般逆行列を用いた音声の線形予測分析，電子通信学会論文誌（A），J63－A，10，665－671，1980－10

(12) 鈴木昇一：線形連想形記憶器内の荷重係数の解析的決定，電子通信学会技術研究報告〔パターン認識と学習〕，80，77，PRL 80－18，９－16 1980－07

(13) 鈴木昇一：新しい連想形記憶システム，電子通信学会技術研究報告〔パターン認識と学習〕，81，20，PRL 81－５，33－40，1981－05

(14) 鈴木昇一：心理状態を内部に持つ新しい自己想起システム MEMOTRON，電子通信学会技術研究報告〔パターン認識と学習〕，81，166，PRL 81－53，33－40，1981－11

(15) 鈴木昇一：パターン認識における構造化モデルの４性質とその応用，電子通信学会論文誌（D），60－D，９，710－717，1977－09

(16) 鈴木昇一：抽出された特徴による手書き漢字構造の再生，情報処理，18，11，1115－1122，1977－11

付　録

1．音声信号に対する線形予測分析との関連

音声生成の情報処理モデルとして，自己回帰モデル

$\psi(t)=\Sigma_{R=1}^{N} a_k \cdot \psi(t-k)$
$+G \cdot \eta(t)$

がしばしば仮定されている．これは本文の式(3)である．このモデルでは，N個のサンプル値

$\psi(\tau)\quad(t-N \leqq \tau \leqq t-1)$

と音源信号のサンプル値 $\eta(t)$ との線形1次結合で，現在の時刻 t のサンプル値

$\psi(t)$

が推定できるとしている．ここに，Gはゲイン定数といわれているものである．

N個の係数

$a_k\quad(1 \leqq R \leqq N)$

は線形予測係数（linear predictive coefficients）と称せられるものであるが，このa_kを決定する手法として，次の定理A.1がよく知られている．

時間変数 t の実信号 $\psi(t)$ の推定値を

$\psi'(t)=\Sigma_{k=1}^{N} a_k \cdot \psi(t-k)$

とし，予測誤差の自乗平均値

ERROR
$=N^{-1} \cdot \Sigma_{t=1}^{N} [\psi(t)-\psi'(t)]^2$

を考えよう．また，サンプル値系列

$\{\psi(t-k)\}_{k=1\sim N}$

の相関係数

$\rho(k,\ n)=N^{-1} \cdot \Sigma_{t=1}^{N} \psi(t-k) \cdot$
$\psi(t-n)$

を導入しておこう．

〔定理A.1〕（最小自乗法による，線形予測係数 a_k の決定）

N個の係数

$a_k\ (1 \leqq k \leqq N)$

が誤差ERRORを最小にするならば，各a_kは，連立一次方程式

$\Sigma_{k=1}^{N} \rho(n,\ k) \cdot a_k=\rho(n,\ 0)$
$(1 \leqq n \leqq N)$

を満たし，この解a_k（$1 \leqq k \leqq N$）を用いて得られるERRORの最小値MIN. ERRORは次式で与えられる：

MIN. ERROR
$=\rho(0,\ 0)-\Sigma_{k=1}^{N} \rho(0,\ k) \cdot a_k$

（定理A. 1終）

上の定理A.1で得られた連立一次方程式は，離散時間信号（discrete time signal）なる場合のユール・ウォーカの方程式（Yule-Walker equation）と同じタイプのものである．

上の場合に対応する線形連想形記憶器内の荷重

$a_n(x,\ y)\quad(1 \leqq n \leqq N)$

の決定については，次の様に述べられる．

システム方程式：

$\psi_t(x)$
$=\mathrm{sgn}(\sigma^2-\Sigma_{x\in M}\ \eta_t(x)^2) \cdot \psi_t'(x)$
$+\mathrm{sgn}(\Sigma_{x\in M}\ \eta_t(x)^2-\sigma^2) \cdot \eta_t(x)$
$\boldsymbol{x} \in M,\ t=0,\ +1,\ \pm 2,\ \cdots\cdots$

ここに，

一変数関数 sgn(u) は式(5)で与えられており，

$\psi_t'(x)$
$\equiv\Sigma_{n=1}^{N} \Sigma_{y\in M} a_n(x,\ y) \cdot \psi_{t-n}(y)$.

（平均自乗）連想誤差 *：

ERROR
$=p^{-1} \cdot \Sigma_{t=N+1}^{N+p} \Sigma_{x\in M} [\psi_t'(x)-\eta_{r(t)}(x)]^2$

1周期にわたる相関係数*：

$\rho(n,\ y\ ;n',\ y')$
$=p^{-1} \cdot \Sigma_{t=N+1}^{N+p} \eta_{r(t-n)}(y) \cdot \eta_{r(t-n')}(y')$.

〔定理A.2〕（時間離散・空間離散形式の線形連想形記憶器内の荷重関数の決定）

上述のシステム方程式の下で，荷重関数

脚注　* 関数 r(t) の定義については式(16)を見よ．

$a_n(x, y)$, $n=1\sim N$, $x, y \in M$
が連想誤差 ERROR を最小にするとすれば, この $a_n(x, y)$ は, 任意の $x \in M$ について, 連立一次方程式

$$\Sigma_{n'=1}^{N} \Sigma_{y' \in M}\ a_{n'}(x, y') \cdot \rho(n, y; n', y') = \rho(n, y; 0, x), \quad n=1\sim N,\ y \in M$$

を満たし, この解 $a_n(x, y)$ を用いて得られる ERROR の最小値 MIN. ERROR は次式で与えられる：

$$\text{MIN. ERROR} = \Sigma_{x \in M}\rho(0, x; 0, x) - \Sigma_{x \in M}\Sigma_{n=1}^{N} \Sigma_{y \in M}\, a_n(x, y) \cdot \rho(0, x; n, y).$$

2. ウィーナの線形予測器との関連

付録1と同様な解析を時間連続信号の場合に行なえば, ウィーナ (Wiener) の線形予測器 (linear predictor) と, 時間離散・空間連続形式の線形連想形記憶器が得られる.

以下に, これを説明しよう.

実時間信号 $x(t)$ を入力に持つ自己回帰形出力

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \cdot a(\tau) \cdot x(t-\tau)$$

が可能な限り, ある実時間信号 $z(t)$ と一致するように, 誤差信号の自乗平均値

$$\text{ERROR} = \lim_{T\to\infty} (2T)^{-1} \cdot \int_{-T}^{+T} dt \cdot [z(t) - y(t)]^2$$

を最小とするように, 荷重関数 $a(\tau)$ を決定するのがウィーナの方法である.

2つの実信号 $u(t)$, $v(t)$ 間の相関関数

$$\rho_{uv}(\tau) = \lim_{T\to\infty} (2T)^{-1} \cdot \int_{-T}^{+T} dt \cdot u(t) \cdot v(t+\tau)$$

を導入しておく.

〔定理A.3〕(最小自乗法による, ウィーナ荷重関数 $a(\tau)$ の決定)

荷重関数 $a(\tau)$ が誤差 ERROR を最小とするならば, 関数 $a(\tau)$ はウィーナ・ホップの方程式[5] (Wiener-Hopf equation)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \cdot a(\tau) \cdot \rho_{xx}(\tau_1 - \tau) = \rho_{xz}(\tau_1), \quad \tau_1 \geqq 0$$

を満たし, この解 $a(\tau)$ を用いて得られる誤差 ERROR の最小値 MIN. ERROR は次式で与えられる：

$$\text{MIN. ERROR} = \rho_{zz}(0) - \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \cdot a(\tau) \cdot \rho_{xz}(\tau).$$

(定理A.3終)

ウィーナの最適予測器は上の定理A.3において, 出力信号 $z(t)$ を

$$z(t) = x(t+\alpha), \quad \alpha > 0$$

とおいて得られる.

このウィーナの場合に対応するのが, 本文2章の定理1である.

定理1において時間を離散化した場合の結果を説明しておこう. ただし, 入力パターン η_t, 出力パターン ψ_t については,

$$\eta_t,\ \psi_t \in \mathfrak{H} \equiv L_2(M; dm)$$

であるとしておく.

システム方程式：

$$\psi_t(x) = \mathrm{sgn}(\sigma^2 - \|\eta_t\|^2) \cdot \psi_t'(x) + \mathrm{sgn}(\|\eta_t\|^2 - \sigma^2) \cdot \eta_t(x),$$
$$x \in M, \quad t = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots\cdots$$

ここに,

一変数関数 sgn (u) は式(5)で与えられており,

$$\psi'_t(x) = \Sigma_{n=1}^{N} \int_M dm(y) \cdot a_n(x, y) \cdot \psi_{t-n}(y).$$

(平均自乗) 連想誤差 *：

$$\text{ERROR} = p^{-1} \cdot \Sigma_{t=N+1}^{N+p} \|\psi_t' - \eta_{r(t)}\|^2$$

1周期にわたる相関関数 *：

$$\rho(n, y; n', y') = p^{-1} \cdot \Sigma_{t=N+1}^{N+p} \overline{\eta_{r(t-n)}(y)} \cdot \eta_{r(t-n')}(y')$$

ここに, ——は複素共役の意

〔定理A.4〕(時間離散・空間連続形式の線

脚注 * 関数 $r(t)$ の定義については式(16)を見よ.

形連想形記憶器内荷重関数の決定）

上述のシステム方程式の下で，荷重関数 $a_n(x,\ y)$，$n=1\sim N$，$x,\ y\epsilon M$ が連想誤差 ERROR を最小にするとすれば，この関数 $a_n(x,\ y)$ は，任意の $x\epsilon M$ について，方程式系

$$\Sigma_{n'=1}^{N}\int_M dm(y')\cdot a_{n'}(x,\ y')\cdot \rho(n,\ y;n',\ y') = \rho(n,\ y;0,\ x),\quad n=1\sim N,\ y\epsilon M$$

を満たし，この解 $a_n(x,\ y)$ を用いて得られれる連想誤差 ERROR の最小値 MIN. ERROR は次式で与えられる：

$$\text{MIN. ERROR} = \int_M dm(x)\cdot\rho(0,\ x;0,\ x) \int_M dm(x)\cdot\Sigma_{n=1}^{N}\int_M dm(y)\cdot a_n(x,\ y)\cdot\rho(0,\ x;n,\ y).$$

（定理A．4終）

（連想形記憶器内荷重関数の最小自乗法，自己組織化法による決定・終り）

情報研究第5号に掲載された「連想形記憶器内荷重関数の最小自乗法，自己組織化法による決定」における誤りを下記正誤表によって訂正いたします．

正　誤　表

場　　所	誤	正
18頁左上から22行目	の第1行第	の第 ℓ 行第
19頁左上から20行目	γ	r
26頁右上から13行目	コール・ウォ	ユール・ウォ

（1984年9月11日受付）

情報研究第5号に掲載された「連想形記憶器内荷重関数の最小自乗法，自己組織化法による決定」における誤りを下記正誤表によって訂正いたします。

正　誤　表

場所	誤	正
23頁左上から8行目	$\Sigma_{l\epsilon L}$	$\Sigma_{l}\epsilon L$
23頁左上から4行目	一ンである。	一ン ψ_t である。
24頁左上から1行目	実は，常に，$a_{1\ k}^{\ l}$ (n;t) に a_{lk} (n;t)≧o という条件を課している。それ故，	左の文章全体を削除