収縮写像に関する一考察

鈴　木　昇　一

A Consideration on Contraction Mapping

Shoichi SUZUKI

Summary

Many people believe that a mathematical theory does not exist even now which can treat patterns to be recognized using a unified approach in the whole field of pattern-recognition, i.e.preprocessing, feature-extraction, classification, etc..In this paper it is examined some examples of contraction mapping T : $\Phi \rightarrow \Phi$ which has started S.Suzuki building up the mathematical theory of recognizing patterns.

Mapping T has four properties. The most important property of them is an idempotent law T・T=T.Five examples of T are presented : (1)reduced structural-model mapping (2)sampling (3)projector (4)band-limited (5)quantization (6)operator preserving an average similarity measure. By giving meanings of those examples we shall make it clear how much mapping T plays an fundamentally important role on the scene of obtaining a reduced representation of an input pattern to be recognized having various information.

要　　約

パターン情報処理の分野においては，前処理，特徴抽出，識別などの全段階にわたり一貫した数学的理論がいまだ，提出されていないのが通説である．本論文は，鈴木によって提出されつつあるパターン認識の数学的理論の出発点となった収縮写像　T：$\Phi \longrightarrow \Phi$ の諸例につき検討したものである．

収縮写像Tのもつ４性質の内，最も肝要なのは

ベキ等法則　T・T＝T

であって，このようなTを与える諸例としては

(1)　簡約構造モデル化写像

(2)　標本化

(3)　射影作用素

(4)　帯域制限化

(5)　量子化

(6)　保平均類似度作用素

などがあることが説明されている．これらの諸例を介して，パターンのもつ膨大な情報の内，必要と思われる情報のみを抽出した表現を得るのに，収縮写像Tが如何に基本的に重要な役割を演じるかが明らかにされる．

１．まえがき

パターン情報処理の分野においては，前処理，特徴抽出，識別などの全段階にわたり一

貫した数学的理論がいまだ，提出されていないという意見[3]がある．著者は，処理対象としての入力パターンから特徴抽出し，その印象モデル（正規化パターン）を形成しながら，入力パターンが有限個ではあるが多数個の概念（category）の内の如何なるどの一つの概念に帰属するかを推断する働きに関連し，“認識抽象”(recognition-abstraction)という名の下で，recognizing patterns の諸現象を統一体系的に取り扱う“パターン認識の数学的理論”としての不動点形構造受精認識理論を展開しつつある．[1]

本論文は，既に展開済の情報の量子論[2]（quantum theory of information）を更に捨象化した形式の不動点形構造受精認識理論の出発点となった次の axiom 1を満たす収縮写像（contraction mapping）

$T : \Phi \longrightarrow \Phi$

と*その諸例につき，詳細な研究を行なったものである．ここに，Φ は処理可能と思われるパターン φ の集合である．

Axiom **1**.

(i) $\exists 0 \in \Phi,\ T \cdot 0 = 0$

(ii) （吸収法則，absorptive law）

$\forall \varphi \in \Phi, A\alpha > 0,\ T(\alpha\varphi) = T(\varphi)$

(iii) （ベキ等法則，idempotent law）

$\forall \varphi \in \Phi, TT\varphi = T\varphi$

(iv) $\exists \varphi \in \Phi, T\varphi \neq 0.$

この様な収縮写像Tの例としては，

(1) この収縮写像Tを考える直接の動機となったという意味で最も典型的な，情報の量子論における簡約構造モデル化写像（reduced structural-model mapping）

$$\mathfrak{Y}(\cdot) = \Sigma_{\iota\varepsilon L} Y(\mathfrak{F}(\cdot) - e_\iota) \cdot \theta_\iota(H) \xi \| \xi \|^{-1}$$

があるが，[1],[2] この写像 $\mathfrak{Y}(\cdot)$ の説明については割愛し，収縮写像Tが不動点形構造受精認識法において如何なる形式で用いられるかを説明した後，収縮写像Tのその他の諸例

(2) 標本化（sampling）

(3) 射影作用素（projector）

(4) 帯域制限化（band-limited）

(5) 量子化（quantization）

(6) 保平均類似度作用素（oprator preserving an average similarity measure）

につき，詳細な研究を行なう心算である．

2．収縮写像を用いた不動点形構造受精認識法

本章では，収縮写像Tがパターン認識の働きと如何なる形で関るかを見るため，不動点形構造受精認識法[1]（A structural fertilization pattern-recognition method of fixed-point type）を例にとり，その有様を説明しよう．

2.1 不動点形構造受精認識法の原理

認識の処理対象としての入力パターン φ をある方法で変換（不動点形構造受精変換）して行き，その結果パターン η が得られた場合，ずれとしての誤差パターン ψ，係数の組

$$\{u_j \mid 0 \geqq u_j \leqq 1,\ j \in J\} \qquad (2.1)$$

が存在して，

$$T\eta \cdot \| T\eta \|^{-1} = \Sigma_{k\varepsilon J}\, u_k \cdot T\omega_k \cdot \| T\omega_k \|^{-1} + \psi \qquad (2.2)$$

と表わされるのではないかという点に注目する．ここに，ω_kは第$k \in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_k$の代表パターンで，$\| \cdot \|$ はノルム記号である．また，T は axiom 1 を満たす収縮写像でその4性質の内

$$T \cdot T = T \text{（ベキ等性）} \qquad (2.3)$$

が最も重要な役割を果たすとみてよい．

式（2.2）においては，$\psi = 0$ の場合，ノルム規格化パターン $T\eta \| T\eta \|^{-1}$ は各ノルム規格化代表パターン $T\omega_k \| T\omega_k \|^{-1}$ の一

* 集合Aの元aに集合Bの唯一つの元bを対応させる写像Fを $F : A \to B$ と書いている．bは $b = F(a)$，$b = Fa$，或いは $b = F \cdot a$ などと書く．

次結合（mixture, linear combination）で表現されている点に留意しよう．ならば，次の様な認識推断法が考えられる：

$\|\psi\|^2 \longrightarrow \mathrm{MIN}$ (2.4)

としたとき，ある一つの係数 u_j が存在して，

$u_j=1;\ \forall k(\neq j)\varepsilon J,\ u_k=0$ (2.5)

であれば，

入力パターン φ はカテゴリ $\mathfrak{C}$ に帰属する． (2.6)

上記認識法では，収縮写像Tの役割を次のように想定している： 収縮写像Tの中には，式(2.3) のベキ等性質を満たすようにTが構成されるとき，パターン ψ から特徴抽出する働きが取り入れられると考えており，その特徴抽出の結果再構成された $T\eta$ は原パターン η の代りとなるパターンであり，η に対応して，認識システムの中に形成される“パターン η の印象モデル(model)”とみてよい．

2.2 不動点形構造受精認識過程

上記の認識原理を背景として，認識の働きを説明し直す。

Φ を処理可能なパターンの集合として，axiom 1 を満たす収縮写像 $T:\Phi\to\Phi$ を導入しておく．

(1) 写像 $T:\Phi\to\Phi$ をパターン φ に適用して得られたパターン $T\varphi\in\Phi$ は φ のモデル抽象と呼ばれる．

(2) 記号Kは，全カテゴリ集合

$\mathfrak{C}=\{\mathfrak{C}\mid j\in J\}$ (2.7)

内の第 $j\in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の添字（カテゴリ番号）j の集合Jの部分集合（カテゴリ番号の部分集合）を表わしているとし，

$A(K):\Phi\longrightarrow\Phi$ (2.8)

はカテゴリ番号の部分集合 $K\subset J$ をパラメータに持つ構造受精作用素とする．

(3) 二つの写像T，A(K) を結合して得られる写像

$TA(K)T:\Phi\longrightarrow\Phi$ (2.9)

は，パターン φ のモデル $T\varphi$ を A(K) で変換して得られるパターン

$A(K)T\varphi\in\Phi$

のモデル

$TA(K)T\varphi\in\Phi$ (2.10)

を得る役割を果している．

さて，対象とする入力パターン抽象 $\varphi\varepsilon\Phi$ に対し，像

$\eta=(TA(K_{n-1})T)\circ(TA(K_{n-2})T)$
$\circ\cdots\cdots\circ(TA(K_1)T)(\varphi)\in\Phi$

ここに，$K_{n-1}\subset K_{n-2}\subset\cdots\subset K_1\subset J$ (2.11)

が存在し，不動点方程式抽象（fixed-point-equation abstraction）

$(TA(K_n)T)(\eta)=\eta$ ここに，$K_n\subset K_{n-1}$ (2.12)

が成立するような構造受精作用素抽象 A(K)の列

$A(K_1),\ A(K_2),\ \cdots\cdots,\ A(K_{n-1}),$
$A(K_n)$ (2.13)

を発見する過程*(不動点形構造受精変換過程としての認識過程）が存在すれば，

$\exists j\in K_n\subset J=\{1,\ 2,\ \cdots,\ m\}$

$\eta=T\omega_j$ (2.14)

が成立し得るように，原理構成を考えていれば，対象入力パターン抽象 $\varphi\in\Phi$ は

φ belongs to category $\mathfrak{C}_j$ (2.15)

という具合に，認識推断(membership inference）してよい．

この働きが“パターン認識の数学的理論における認識抽象(recognition abstraction)”である．

2.3 不動点形構造受精認識プログラム FERT

上の2.2節で説明された認識の働きを関数プログラム（functional program）の形式で具体的に表わすと，λ言語(λ language) で書かれた次の不動点形構造受精認識プログラム(structural-fertilization pattern-

* 人間の典型的なパターン情報処理システムはこの様な多段階構造(multi-stage structure)をもっていると考えられる．

recognition program of fixed-point type)

FERT になる：

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{FERT}\\
&=\lambda[\Phi,\ \Gamma].\\
&\quad \mathrm{if\ head}(\Phi)=0 \vee \mathrm{head}(\Phi)=\psi\\
&\qquad \mathrm{then}[\Phi,\ \Gamma]\\
&\quad \mathrm{else}\\
&\qquad \mathrm{FERT}(\\
&\qquad\qquad [\mathrm{cons}(\psi,\ \Phi),\\
&\qquad\qquad\ \mathrm{cons}(\mathrm{tail1}(\mathrm{SORT}(\mathrm{head}(\Gamma),\ \psi))\\
&\qquad\qquad\qquad ,\ \Gamma)]\\
&\qquad)\\
&\quad \mathrm{fi},\\
&\quad \mathrm{where}\ \psi=\mathrm{TA}(\mathrm{head}(\Gamma))\mathrm{T}\ \mathrm{head}(\Phi).
\end{aligned}
\tag{2.16}
$$

上の認識プログラムに登場した諸記号について説明しておこう.

先ず，n個の要素

$Z_1,\ Z_2,\ \cdots\cdots,\ Z_n$

をこの順に並べたもの（リスト）Kを

$K=[Z_1,\ Z_2,\ \cdots\cdots,\ Z_n]$

と表現すると約束する.

(1) head(K)はリストKの最初の要素Z_1

(2) tail(K)はリストKからhead(K)$=Z_1$を取り除いて得られる要素から成るリスト$[Z_2,\ Z_3,\ \cdots\cdots,\ Z_n]$

(3) $\mathrm{tail\,1}(K)=\begin{cases}K\cdots\mathrm{tail}(K)=\mathrm{nothing}\ \text{（空リスト）の場合}\\ \mathrm{tail}(K)\cdots\text{その他の場合}\end{cases}$

(4) $\mathrm{cons}(K_1,\ K_2)$はリスト$K_1=[x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_m]$をリスト$K_2=[y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_n]$の頭に挿入して得られるリスト$[x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_m,\ y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_n]$

(5) SORT($\gamma,\ \eta$)はカテゴリ番号を要素とするリスト（カテゴリ番号リスト）γとパターンηとを変数にもち，一つのカテゴリ番号リストをその値とする関数であり，

すべての$j_k\in\gamma$について*

$\mathrm{SM}(\eta,\ \omega_{j_k})\leqq\mathrm{SM}(\eta,\ \omega_{j_{k+1}})$

$k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$

であれば,**

$\mathrm{SORT}(\gamma,\ \eta)=[j_1,\ j_2,\ j_3,\ \cdots]$.

(6) if-then-else 関数については

if P then Q else R fi

$=\begin{cases}\text{undefined}\cdots\text{P が undefined}\\ \text{Q}\cdots\cdots\text{P が真}\\ \text{R}\cdots\cdots\text{P が偽.}\end{cases}$

2.4 意味モデル

認識プログラムFERT から得られる入力パターンφの意味パターンφ_{sem}について説明しよう.

その帰属するカテゴリを決定したい処理対象パターンを　$\varphi\in\Phi$　とする.

$\Phi^0=\mathrm{cons}(\varphi^0,\ \mathrm{nothing}),\ \varphi^0=\mathrm{T}\varphi$

$\Gamma^0=\mathrm{cons}(\gamma^0,\ \mathrm{nothing}),$

$\gamma^0=\mathrm{SORT}([1,\ 2,\ \cdots,\ \#J],\ \varphi^0)$*

として，認識プログラム FERT に対リスト$[\Phi^0,\ \Gamma^0]$を入力して得られる対リストの系列を

$[\Phi^0,\Gamma^0],\ [\Phi^1,\ \Gamma^1],\ \cdots,\ [\Phi^t,\ \Gamma^t],\ \cdots$

とする．ここに，

$\varphi^t=\mathrm{TA}(\gamma^{t-1})\mathrm{T}\varphi^{t-1}$

$\gamma^t=\mathrm{tail1}(\mathrm{SORT}(\gamma^{t-1},\ \varphi^t))$

とおけば，対リスト$[\Phi^t,\ \Gamma^t]$内の二つのリスト　$\Phi^t,\ \Gamma^t$　は

$\Phi^t=\mathrm{cons}(\varphi^t,\ \Phi^{t-1})$

$\Gamma^t=\mathrm{cons}(\gamma^t,\ \Gamma^{t-1})$

と表わされる．その実，Φ^t，Γ^tは

$\Phi^t=[\varphi^t,\ \varphi^{t-1},\ \cdots,\ \varphi^1,\ \varphi^0]$

* リスト$L=[l_1,\ l_1,\ \cdots]$を要素$l_1,\ l_2,\ \cdots$の並んでいる順序を無視し，集合$L'=\{l_1,\ l_2,\ \cdots\}$と同一視することがある．同様に，構造受精作用素A(K)の助変数Kは集合であるが，リストとみなすこともある.

** $\mathrm{SM}(\varphi_1,\ \varphi_2)$は0と1との値をとり，二つのパターン$\varphi_1,\ \varphi_2$の間の類似度(similarity)を与える関数.

* #Bは集合Bに含まれる元の総数で，この場合　#J はカテゴリ総数.

$\Gamma^t=[\gamma^t,\ \gamma^{t-1},\ \cdots,\ \gamma^1,\ \gamma^0]$
である.

認識プログラム FERT は，等式

$\mathrm{FERT}([\Phi^u,\ \Gamma^u])=[\Phi^u,\ \Gamma^u]$

を満たす第 u 段階で停止する．ここに，

$0\leqq u\leqq \# J$.

このとき，

$\varphi^u=\mathrm{head}(\mathrm{head}(\mathrm{FERT}([\Phi^0,\ \Gamma^0])))$

$\gamma^u=\mathrm{head}(\mathrm{head}(\mathrm{tail}(\mathrm{FERT}([\Phi^0,\ \Gamma^0])))))$

とおけば，

$\varphi^u=0\ \vee\ \varphi^u=\mathrm{TA}(\gamma^u)\mathrm{T}\varphi^u$

が成立している.

last(K)：リストKの最後の（頂上レベルの）要素

と約束し，

$\varphi_{sem}=\varphi^u\in\Phi$

$j_{sem}=\mathrm{last}(\gamma^u)\in J$

を求め，認識器(recognizer)は，

I．入力パターン φ をあたかもその意味モデル(semantic model) φ_{sem} のごとく理解しており，

II．入力パターン φ の意味カテゴリ番号(semantic category number)を j_{sem} と解釈し，

A pattern φ belongs to category $\mathfrak{C}_{j_{sem}}$ as though φ were a semantic model φ_{sem}.

と認識推断する.

3．標本化

簡単で有用な収縮写像Tとして，パターン $\varphi=\varphi(x)$ の各点 x_k における標本値 $\varphi(x_k)$ の有限個の集合

$\{\varphi(x_k)|\ k=1\sim n\}$ (3-1)

によってその構造が決まる次の様なものがある*.

任意の座標点 x はある集合Mに含まれるものとしよう．Mから有限個の代標座標点 $x_k\in M$ （k=1～n） を選定する.

$$l_j(x_k)=\begin{cases}1 & \text{if}\quad j=k\\ 0 & \text{if}\quad j\neq k\end{cases} \qquad (3\text{-}2)$$

$$\forall x\in M, \Sigma_{k=1}^n l_k(x)=1 \qquad (3\text{-}3)$$

という2性質をもつ関数系 $\{l_j(x)\}_{1\leq j\leq n}$ を使って，写像 T′ を次のように定義する：

$$(\mathrm{T}'\varphi)(x)=\Sigma_{k=1}^n\varphi(x_k)\cdot l_k(x) \qquad (3\text{-}4)$$

ここに，

$\{\varphi(x_k)\ |\ k=1\sim n\}$

はパターン φ の特徴の集合であると考えられる.

$$(\mathrm{T}'\varphi)(x_j)=\varphi(x_j),\ j=1\sim n \qquad (3\text{-}5)$$

が成立していることは2式(3-2),(3-4)からわかる．$\mathrm{T}'\varphi$ は φ の近似式であると考えられ，近似誤差は，式(3-3)から

$$(\mathrm{T}'\varphi-\varphi)(x)=\Sigma_{k=1}^n[\varphi(x_k)-\varphi(x)]\cdot l_k(x)$$

と表わされる．たとえば，Mが1次元直線であり，

$$M=\{x\ |\ -\infty<x<+\infty\} \qquad (3\text{-}6)$$

であるならば，ラグランジュの多項式係数(Lagrange′s polynomial coefficient) に関する補間公式より，$l_j(x)$ は

$$l_j(x)=\Pi_{k(\neq j)=1}^n[(x-x_k)/(x_j-x_k)] \qquad (3\text{-}7)$$

とおける．加法性(線形性)

$\mathrm{T}'(a\varphi+b\eta)=a\mathrm{T}'\varphi+b\mathrm{T}'\eta$

が成り立っており，式(3-5) を使えば，巾等性

$$\begin{aligned}(\mathrm{T}'\mathrm{T}'\varphi)(x)&=\Sigma_{k=1}^n(\mathrm{T}'\varphi)(x_k)\cdot l_k(x)\\&=\Sigma_{k=1}^n\varphi(x_k)\cdot l_k(x)\\&=(\mathrm{T}'\varphi)(x)\end{aligned}$$

つまり，

$$(\mathrm{T}'\mathrm{T}'\varphi)(x)=(\mathrm{T}'\varphi)(x) \qquad (3\text{-}8)$$

が成り立っている.

例えば，パターン φ の集合 Dom に関し，内

* 有限個の座標上でのパターン値しか要求しないように制限した形式で認識の働きを構成するのは，digital pattern recognition にとって興味のあるものである.

積

$(\varphi, \eta)=\int_M dm(x)\varphi(x)\cdot\overline{\eta(x)}$,

$\overline{\eta}$はηの複素共役

が導入されているとき

$w_{jk}=\int_M\ dm(x)\, l_j(x)\cdot\overline{l_k(x)}$

として,

$(T'\varphi, T'\eta)$

$=\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} w_{jk}\cdot\varphi(x_j)\cdot\overline{\eta(x_k)}$

と表わされる．そこで，写像Tを

$(T\varphi)(x)$

$\equiv(T'\varphi\cdot\|T'\varphi\|^{-1})(x)$ (3-9)

とおくと，axiom1 が満たされている．いいかえれば,

$T\cdot 0=0$

$\forall a>0,\ Ta\varphi=T\varphi$

$TT\varphi=T\varphi$

$\exists j,\ \varphi(x_j)=1;\ \forall x_k,\ \varphi(x_k)=0$

$(k\neq j)$であれば

$(T'\varphi)(x)=l_j(x)\neq 0$

$\|T'\varphi\|^2=\sum_{j=1}^{n} w_{jj}$

が成立している．

なお，式(3-4)のT'から，式(3-9)のごとく，収縮写像Tを定義する方法は次の定理3.1で保証されている．

［定理3.1］(収縮写像の構成定理)

ノルム空間NSの元をNSの今一つの元に対応させる写像T'に関し

(a) 加法性

$T'(\varphi-\eta)=T'\varphi-T'\eta$

$T'(a\varphi)=aT'\varphi$

(b) ベキ等性 $T'T'\varphi=T'\varphi$

が成立していれば

(c) $T\varphi\equiv[T'\varphi]\cdot\|T'\varphi\|^{-1}$

と定義される写像Tは axiom1 を満し,* 収縮写像である．

(証明) axiom1 の(i)~(iv)の成立を示す．

(i) $T\cdot 0=T(\varphi-\varphi)=T\varphi-T\varphi=0$

(ii) 正定数aに対し，

$T(a\varphi)=T'a\varphi\cdot\|T'a\varphi\|^{-1}$

$=(a/|a|)T'\varphi\cdot\|T'\varphi\|^{-1}$

$=T'\varphi\cdot\|T'\varphi\|^{-1}=T\varphi$

(iii) 上の性質IIを適用して

$TT\varphi=T(T'\varphi\cdot\|T'\varphi\|^{-1})$

$=TT'\varphi=T'T'\varphi\cdot\|T'T'\varphi\|^{-1}$

$=T'\varphi\cdot\|T'\varphi\|^{-1}=T\varphi$

(iv) $\varphi=T'\varphi+(\varphi-T'\varphi)$

と分解できるが，$\eta-T'\eta=0$ となる

$\eta(\neq 0)\in NS$ をとれば,

$T\eta=\eta\cdot\|\eta\|^{-1}\neq 0$ (証明終)

4 .射影作用素

内積(,), ノルム$\|\cdot\|=\sqrt{(\cdot,\ \cdot)}$

が導入されている可分なHilbert空間$\mathfrak{H}$がパターンφの集合である場合を考えよう．

4条件

$\forall\varphi,\ \forall\eta\in\mathfrak{H},\ \forall a,\ \forall b\in Z$ (複素数体),

$P(a\varphi+b\eta)=aP\varphi+bP\eta$ (加法性)

$\forall\varphi\in\mathfrak{H},\ \exists a\geqq 0,\ \|P\varphi\|\leqq a\|\varphi\|$ (有界性)

$\forall\varphi\in\mathfrak{H},\ PP\varphi=P\varphi$ (巾等性)

$\forall\varphi,\ \forall\eta\in\mathfrak{H},\ (P\varphi, \eta)=(\varphi, P\eta)$ (対称性)

を満たす作用素(operator)Pは射影作用素(projector)と呼ばれる．

このとき

$(T\varphi)(x)\equiv(P\varphi\cdot\|P\varphi\|^{-1})(x)$ (4-1)

と定義される写像Tは axiom1 を満たす．いいかえれば,

$T\cdot 0=0$

$\forall a>0,\ Ta\varphi=T\varphi$

$TT\varphi=T\varphi$

$\eta-P\eta=0$ となる $\eta(\neq 0)$ をとれば

$P\eta=\eta\neq 0\ \therefore\ T\varphi=\eta\cdot\|\eta\|^{-1}\neq 0$

が成り立つ．

* $T\varphi\equiv[T'\varphi]\cdot\|\varphi\|^{-1}$

と定義される写像Tはベキ等性を満たさない．何故ならば，このTに関し，$T(a\varphi)=T\varphi$(aは定正数)であるが,

$TT\varphi=T(T'\varphi\cdot\|\varphi\|^{-1})=TT'\varphi$

$=[T'(T'\varphi)]\cdot\|T'\varphi\|^{-1}$

$=T'\varphi\cdot\|T'\varphi\|^{-1}\neq T\varphi.$

以下，射影作用素Pの四構成例を示す．

(I) カテゴリ$\mathfrak{C}_j$の代表パターンω_jと，不等式

$$0 < t_{j_n} < 1$$

を満たす正定数t_{j_n}，並びに正規直交系(orthonormal system) $\{\varphi_n\}$ を導入して

$$N = \{n \mid \exists j \in J,\ \mathrm{sgn}(|(\omega_j \|\omega_j\|^{-1}, \psi_n)|^2 - t_{j_n}) = 1\}$$

ここに，

$$\mathrm{sgn}(u) = 0 \ \text{if}\ u < 0, \ = 1 \ \text{if}\ u \geqq 0$$

を決め，作用素Pを

$$P\varphi = \Sigma_{n \in N}(\varphi, \psi_n)\psi_n \qquad (4\text{-}2)$$

と定義すれば，Pは射影作用素である．*

次に，正規直交系の一構成法を示す．

$\varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_m \in \mathfrak{H}$が1次独立(linearly-independent)であるとは，複素定数$a_1, a_2, \cdots, a_m$に対し

$$\Sigma_{j=1}^{m} a_j \cdot \varphi_j = 0 \leftrightarrow \forall j,\ a_j = 0$$

が成り立つことをいう．

1次独立な$\varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_m$として，例えば3章での$l_1, l_2, \cdots, l_m$を選ぶことができる．

1次独立な$\varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_m$から作られた

$$\eta_1 = \varphi_1$$
$$\eta_2 = \varphi_2 - (\varphi_2, \eta_1) \cdot \|\eta_1\|^{-2} \cdot \eta_1$$
$$\vdots \qquad (4\text{-}3)$$
$$\eta_j = \varphi_j - \Sigma_{k=1}^{j-1}(\varphi_j, \eta_k) \cdot \|\eta_k\|^{-2} \cdot \eta_k$$

に関し，

$$(\eta_j, \eta_k) = 0 \quad \text{if} \quad j \neq k$$

がいえ，

$$\varphi_j = \eta_j \|\eta_j\|^{-1}$$

とおくと，

$$\varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_m \qquad (4\text{-}4)$$

は正規直交系である．(Schmidtの方法)

例えば，$\varphi_j = \omega_j$（カテゴリ$\mathfrak{C}_j$の代表パターン）として，式(4-4)の正規直交系 $\{\psi_j\}$ を作り，式(4-2)の射影作用素Pを導入し，式4-1)のごとく，収縮写像Tを定義することができる．

(II) 標本値内積の下での，複素指数関数系で定義される射影作用素

区間 $[0, 2\pi] = \{x \mid 0 < x \leqq 2\pi\}$

で定義されている二つの関数

$$\varphi(x),\ \eta(x) \quad (0 < x \leqq 2\pi)$$

に対し，内積(φ, η) を次のように定義しる：

$$(\varphi, \eta) = (2N)^{-1}\Sigma_{k=1}^{2N}\varphi(x_k) \cdot \overline{\eta(x_k)},$$ $\overline{\quad}$は複素共役の意，$x_k = k \cdot 2\pi/(2N)$ $(k = 1, 2, \cdots, 2N)$．

さて，複素数値関数系

$$\{e^{+inx}\}_{n=0,\pm1,\pm2,\cdots,\pm(N-1)} \quad (i \equiv \sqrt{-1})$$

に関して，正規直交性

$$(e^{+imx}, e^{+inx})$$
$$= (2N)^{-1}\Sigma_{k=1}^{2N} e^{+imx_k} e^{-inx_k}$$
$$= \begin{cases} 1 & \text{if} \quad m = n \\ 0 & \text{if} \quad m \neq n \wedge m - n = k \cdot 2N (k = 0, \pm1, \pm2, \cdots) \end{cases}$$

が成り立ち，しかも，任意の$\varphi(x)$に対し

$$\varphi(x_k) = \Sigma_{n=0,\pm1,\cdots,\pm(N-1)}(\varphi, e^{+inx}) \cdot {}^{inx_k}$$
$$k = 1, 2, \cdots, 2N$$

が成り立つ．よって，

$$(P_n\varphi)(x_k) \equiv (\varphi, e^{+inx}) \cdot e^{+inx_k}$$

と定義される加法的作用素P_nは射影作用素であり，

$$\Sigma_{n=0,\pm1,\pm2,\cdots,\pm(N-1)} P_n = I \ \text{（恒等作用素）}$$
$$P_n \cdot P_m = 0 \quad \text{if} \quad n \neq m$$

が成り立つ．

(III) 標本値内積の下での，三角関数系で定義される射影作用素

$[0, 2\pi] = \{x \mid 0 < x \leqq 2\pi\}$

なる区間で定義されている二つの関数

---

* 正規直交系 $\{\psi_n\}$ とは $(\psi_m, \psi_n) = 1$ if $m = n$, $= 0$ if $m \neq n$ が満たされることをいう．今，
$B_n\varphi = (\varphi, \psi_n)\psi_n$ と作用素B_nを定義すれば，次の4性質(I)～(IV)が成り立ち，B_nは射影作用素である：

(I) 加法性 $B_n(a\varphi + b\eta) = (a\varphi + b\eta, \psi_n)\psi_n = aB_n\varphi + bB_n\eta$, ここに，a, bは複素定数．

(II) 有界性 $\|B_n\varphi\| = |(\varphi, \psi_n)| \cdot \|\psi_n\| \leqq [|(\varphi, \psi_n)|^2 + |(\varphi, \psi_{n+1})|^2]^{1/2} \leqq \|\varphi\|$

(III) 巾等性 $B_nB_n\varphi = ((\varphi, \psi_n)\psi_n, \psi_n)\psi_n = (\varphi, \psi_n)\psi_n = B_n\varphi$

(IV) 対称性 $(B_n\varphi, \eta) = ((\varphi, \psi_n)\psi_n, \eta) = (\varphi, \psi_n) \cdot (\psi_n, \eta) = (\varphi, \overline{(\psi_n, \eta)}\psi_n) = (\varphi, B_n\eta)$.

$\varphi(x)$, $\eta(x)$ $(0<x\leqq 2\pi)$
に対し，内積(φ, η)を次のように定義する：

$(\varphi, \eta)=(2N)^{-1}\sum_{k=1}^{2N}\varphi(x_k)\cdot\overline{\eta(x_k)}$

$\overline{}$は複素共役の意，

$x_k=k\cdot(2\pi/2N)(k=1, 2, \cdots, 2N)$

さて，三角関数系

$\{\psi_n\}_{n=0,1,2,\cdots,n-1}\cup\{\eta_n\}_{n=1,2,\cdots,N-1}$

に関し，正規直交性

(i) $(\psi_m, \psi_n)=0 \quad (m\neq n)$

$(\eta_m, \eta_n)=0 \quad (m\neq n)$

(ii) $(\psi_m, \eta_n)=0 \quad (m=0, 1, 2, \cdots, N-1; n=1, 2, \cdots, N-1)$

(iii) $(\psi_m, \psi_m)=1 \quad (m=0, 1, 2, \cdots, N-1)$

(iv) $(\eta_m, \eta_m)=1 \quad (m=1, 2, \cdots, N-1)$

が成り立つ．ここに，

$$\psi_n(x)=\begin{cases}1 & \text{if } n=0\\ \sqrt{2}\cos nx & \text{if } n=1,2,\cdots,N-1\end{cases}$$

$\eta_n(x)=\sqrt{2}\sin nx \quad \text{if } n=1,2,\cdots,N-1.$

さて，任意の$\varphi(x)$に対し，

$\varphi(x_k)=(\varphi, \psi_0)\cdot\psi_0(x_k)$
$+\sum_{n=1}^{N-1}[(\varphi, \psi_n)\cdot\psi_n(x_k)+(\varphi, \eta_n)\cdot\eta_n(x_k)]$

が成り立ち，よって

$(P_0\varphi)(x_k)\equiv(\varphi, \psi_0)\cdot\psi_0(x_k)$

$(P_n\varphi)(x_k)\equiv(\varphi, \psi_n)\cdot\psi_n(x_k)$
$+(\varphi, \eta_n)\cdot\eta_n(x_k)$

$n=1, 2, \cdots, N-1$

と定義される加法的作用素 P_n は射影作用素であり，

$\sum_{n=0}^{N-1}P_n=I$（恒等作用素）

$P_n\cdot P_m=0 \quad \text{if} \quad n\neq m$

が成り立つ．

(IV) Walsh 関数系で構成される射影作用素

まず，Walsh 関数系

$\{wal_m(x)\}_{m=0,1,2,\cdots} \quad (0\leqq x\leqq 1)$

の定義を述べよう．

$m=0$の場合 $\quad wal_0(x)=1$

であり，

$m>0$の場合 $\quad wal_m(x)=rad(n_1+1, x)\cdot rad(n_2+1, x)\cdot\cdots\cdot rad(n_k+1, x)$

と定義される．ここに

$m=2^{n_1}+2^{n_2}+\cdots\cdots+2^{n_k}$

とする．n_jは負にならない整数で，$n_{j+1}<n_j$．このようなmの表現は一意的である．n_1+1, n_2+1, $\cdots$, n_k+1はmを2進表現したとき，1になる桁$(\geqq 1)$を示す数であることに注意する．

$rad(n, x) \quad (0\leqq x\leqq 1)$

は第$n(=1, 2, \cdots)$番目の Rademacher 関数で，次のように定義される：

$n=1, 2, 3, \cdots; k=0, 1, 2, \cdots, 2^n$

として，

$$rad(n, x)=\begin{cases}+1 & \text{if } \sin 2^n\pi x>0\wedge x\neq k/2^n\\ -1 & \text{if } \sin 2^n\pi x<0\wedge x\neq k/2^n\\ 0 & \text{if } x=k/2^n.\end{cases}$$

さて，区間

$[0, 1]=\{x: 0\leqq x\leqq 1\}$

で定義されている二つの関数

$\varphi(x)$, $\eta(x)$ $(0\leqq x\leqq 1)$

に対し，内積(φ, η)を次のように定義する：

$(\varphi, \eta)=\int_0^1 dx\,\varphi(x)\cdot\overline{\eta(x)}$

$\overline{}$は複素共役の意．

関数系 $\{wal_m\}_{m=0,1,2,\cdots}$に関し，正規直交性

$$(wal_m, wal_n)=\begin{cases}1 & \text{if } m=n\\ 0 & \text{if } m\neq n\end{cases}$$

が成り立ち，任意の$\varphi(x)$に対し，フーリエ式展開

$\varphi(x)=\sum_{m=0}^{\infty}(\varphi, wal_m)\cdot wal_m(x)$

が成立し，よって，

$(P_m\varphi)(x)\equiv(\psi, wal_m)\cdot wal_m(x)$

と定義される加法的作用素 P_m は射影作用素であり，

$\sum_{m=0}^{\infty}P_m=I$（恒等作用素）

$P_m\cdot P_n=0 \quad \text{if} \quad m\neq n$

が成り立つ．

5．帯域制限化

$M=\{x\mid -\infty<x<+\infty\}$（1次元直線）

$(\varphi, \eta)=\int_{-\infty}^{+\infty} dx\varphi(x)\cdot\eta(x)$

$\|\varphi\|=\sqrt{(\varphi, \varphi)}$

とおけば，

$\psi_n(x)=\sqrt{2W}\cdot\mathrm{sinc}(2Wx-n)$

ここに，$W>0$,

$\mathrm{sinc}(u)\equiv(\sin\pi u)/(\pi u)$

と定義された $\{\psi_n\}_{n=0,\pm1,\pm2,\cdots}$ は正規交系である．

(i) $(\psi_m, \psi_n)=1$ if $m=n$, $=0$ if $m\neq n$

(ii) $\int_{-\infty}^{+\infty} dxe^{-i\lambda x}\varphi(x)=0$ if $|\lambda|>2\pi W$ $(i=\sqrt{-1})$

$\Rightarrow(\varphi, \psi_n)=\frac{1}{\sqrt{2W}}\ \varphi(x_n)$,

$n=0, \pm1, \pm2, \cdots$,

$x_n=n/(2W)$

(iii) $\int_{-\infty}^{+\infty} dx\psi_n(x)=\frac{1}{\sqrt{2W}}$, $n=0, \pm1, \pm2, \cdots$

が成立している．

$\int_{-\infty}^{+\infty} dxe^{-i\lambda x}\varphi(x)=0$ if $|\lambda|>2\pi W$

を満たすパターン $\varphi\epsilon\mathfrak{H}$ (Hilbert space), つまり帯域制限化パターン (band-limited-pattern) φ に対しては，

$\varphi(x)=\Sigma_{n=-\infty}^{+\infty}(\varphi, \psi_n)\psi_n(x)$

$=\Sigma_{n=-\infty}^{+\infty}\varphi(n/(2W))\cdot\mathrm{sinc}(2Wx-n)$

$\int_{-\infty}^{+\infty} dx\,|\varphi(x)|^2(=\|\varphi\|^2=\Sigma_{n=-\infty}^{+\infty}|(\varphi, \psi_n)|^2)$

$=\Sigma_{n=-\infty}^{+\infty}(2W)^{-1}\cdot|\varphi(n/(2W))|^2$

が成り立っている．(標本化定理)

よって，式(4-2) の射影作用素Pは

$N=\{n\,|\,\exists j\epsilon J,\ \mathrm{sgn}((2W)^{-1}\cdot|\omega_j(x)|_2\cdot[\Sigma_{k=-\infty}^{+\infty}(2W)^{-1}|\omega_j(k/(2W))|^2]^{-1}-t_{jn})=1,\ n=0, \pm1, \pm2, \cdots\}$

ただし $\int_{-\infty}^{+\infty} dxe^{-i\lambda x}\omega_j(x)=0$ if $|\lambda|>2\pi W$

として，

$\int_{-\infty}^{+\infty} dxe^{-i\lambda x}\varphi(x)=0$ if $|\lambda|>2\pi W$

$\Rightarrow(P\varphi)(x)$

$=\Sigma_{n\in N}(\varphi, \psi_n)\psi_n(x)$

$=\Sigma_{n\epsilon N}[2W]^{-1/2}\varphi(x_n)\cdot\psi_n(x)$

, $x_n=n/(2W)$

と表わされる，収縮作用素Tは，式(4-1) より

$\forall j\epsilon J,\ \int_{-\infty}^{+\infty} dxe^{-i\lambda x}w_j(x)=0$

$\wedge\int_{-\infty}^{+\infty} dxe^{-i\lambda x}\varphi(x)=0$ if $|\lambda|>2\pi W$

$\Rightarrow(T\varphi)(x)\cdot\|P\varphi\|^{-1}$

$=(P\varphi)(x)\cdot\|P\varphi\|^{-1}$

$=\Sigma_{n\in N}[2W]^{-1/2}\varphi(x_n)\psi_n(x)$

$\cdot[\Sigma_{n\in N}[2W]^{-1}\cdot|\varphi(x_k)|^2]^{-1/2}$

, $x_n=n/(2W)^{-1}$

ここに，

$\|P\varphi\|^2=(P\varphi, P\varphi)=(P\varphi, \varphi)$

$=\Sigma_{k\in N}|(\varphi, \psi_k)|^2$

$=\Sigma_{k\in N}[2W]^{-1}\cdot|\varphi(x_k)|^2$

6．量子化

実数値をとるパターンφの集合Domを考えよう．$x\epsilon M$は座標変数として，パターン$\varphi=\varphi(x)$ を階段関数(step function) の形に変換する写像T′を定義しよう：

$(T'\varphi)(x)$

$=(-n)\cdot\chi(x: E_{-n\cdot2^n})$

$+\Sigma_{k=-n\cdot2^n+1}^{n\cdot2^n-1}(k/2^n)\cdot\chi(x: E_k)$

$+n\cdot\chi(x: E_{n\cdot2^n})$.

ここに，

$$\chi(x: E)=\begin{cases}1 & \text{if } x\epsilon E\\ 0 & \text{if } x\epsilon E\end{cases}$$

は集合Eの定義関数(indicator function) であり，

$$E_k=\begin{cases}\{x\,|\,\varphi(x)\leqq-n,\ x\epsilon M\} & \text{if } k=-n\cdot2^n\\ \{x\,|\,(k-1)/2^n<\varphi(x)\leqq k/2^n,\ x\epsilon M\} & \text{if } -n\cdot2^n+1\leqq k<0\\ \{x\,|\,k/2^n\leqq\varphi(x)<(k+1)/2^n,\ x\epsilon M\} & \text{if } 0\leqq k\leqq n\cdot2^n-1\\ \{x\,|\,n\leqq\varphi(x),\ x\epsilon M\} & \text{if } k=n\cdot2^n.\end{cases}$$

パターン φの振幅を量子化(quantizing, quantization) して得られたパターン$T'\varphi$ は高々有限個の値をとる関数，階段関数であり，

$|\varphi(x)|<n$ なる任意の $x\in M$ に対し，

$|(T'\varphi)(x)-\varphi(x)|\leqq 1/2^n$

という誤差評価が得られる．明らかに

$T'\cdot 0=0$

$T'\cdot T'\cdot\varphi=T'\varphi$

が成り立ち，

$(S\varphi)(x)$

$\equiv(T'\varphi)(x)\cdot\|T'\varphi\|^{-1}$

と定義される写像Sは，nを十分大にとればaxiom1 を満たす，つまり収縮写像である．

いいかえれば

$(T\varphi)(x)$

$=(\lim_{n\to\infty}T'\varphi)(x)\cdot\|\lim_{n\to\infty}T'\varphi\|^{-1}$

$(=\varphi(x)\cdot\|\varphi\|^{-1})$

と定義される写像Tは収縮写像である．ちなみに，nを十分大にとらねばならぬことは，axiom1 の(ii)(吸収法則)が

$\forall x\in M,\ a\cdot|\varphi(x)|<n$

なる正定数a とパターン φ とに対してのみ，

$T'(a\varphi)=aT'\varphi$

が成立することからわかる．

7．保平均類似度作用素

鈴木が提案した“生起確率つきパターン集合と入力パターンとの間の平均類似度を保存する作用素[2]”は収縮写像であることを示そう．

$0<p_r\leqq 1,\ \Sigma_{r\in R}\,p_r=1$

を満たす生起確率 p_r をもつパターン $\psi_r\in\mathrm{Dom}=\mathfrak{H}$（可分な Hilbert 空間）の集合

$\Psi=\{\psi_r\mid 0<p_r\leqq 1,\ \Sigma_{r\in R}p_r=1,$

$\sup_{r\in R}\|\psi_r\|<\infty,\ \psi_r\in R,\ r\in R\}$

と，今一つのパターン $\varphi\in\mathfrak{H}$ との間の平均類似度(average similarity measure) ASM (Ψ,φ) を次のように定義する：

$\mathrm{ASM}(\Psi,\varphi)$

$=\Sigma_{r\in R}\,p_r\cdot\ |(\varphi\|\varphi\|^{-1},\ \psi_r\|\psi_r\|^{-1})|^2$

$\geqq 0.$

ここで，加法的作用素Gを

$$G\varphi=\Sigma_{r\in R}\,p_r\cdot(\varphi,\psi_r\|\psi_r\|^{-1})\cdot\psi_r\|\psi_r\|^{-1}\qquad(7\text{-}1)$$

と定義すると，Gは自己共役作用素であることが知れ，平均類似度 $\mathrm{ASM}(\Psi,\varphi)$ は自己共役作用素Gとパターン φ との規定する測度的不変量 $(G\varphi,\ \varphi)/(\varphi,\ \varphi)$

に等しい：

$\mathrm{ASM}(\Psi,\varphi)=(G\varphi,\ \varphi)/(\varphi,\ \varphi).$

固有値方程式

$G\eta_n=\mu_n\eta_n,\ n=1,\ 2,\ \cdots$

ここに

$\mu_1>\mu_2>\cdots\geqq 0,$

$\mu_n=(G\eta_n,\ \eta_n)/(\eta_n,\ \eta_n)$

$$\|\eta_n\|=1\qquad(7\text{-}2)$$

の解としての，Gの固有値 μ_n，ノルム規格化固有ベクトル η_n を誤差なく決定する解析的な手法[2]が知られている．この手法を説明する．

2式(7-1)，(7-2) に関連して，Gの固有値 μ_n，ノルム規格化固有ベクトル η_n は次のように求められる．

可分な Hilbert 空間 $\mathfrak{H}$ での一つの完全正規直交系 $\{\sigma_k\}_{k=1,2,\ldots}$ を導入し，無限次元行列 $B=(b_{jk})$ の第j行第k列の要素 b_{jk} を

$b_{jk}=\Sigma_{\gamma\in R}\,p_r(\psi_r,\ \sigma_j)\cdot\overline{(\psi_r,\ \sigma_k)}$

$/\Sigma_{s=1}^{\infty}|(\psi_r,\ \sigma_s)|^2$

とおく．

行列Bの固有値方程式

$B\overrightarrow{x_n}=\mu_n\overrightarrow{x_n}$，ここに

$\mu_1'>\mu_2'>\cdots\geqq 0$

$\Sigma_{k=1}^{\infty}x_{mk}x_{nk}=0\ \text{ if } m=n,\ =1\ \text{ if } m\neq n$

ただし，x_{mk} は $\overrightarrow{x_m}$ の第k番目の成分

を解けば，Gの第n番目の固有値 μ_n，ノルム規格化固有ベクトル η_n は次のように与えられる： $\mu_n=\mu_n'$

$\eta_n=\Sigma_{k=1}^{\infty}x_{nk}.\sigma_k.$

さて，Gの零空間

$\{\varphi\mid G\varphi=0,\ \varphi\in\mathfrak{H}\}$

の完全正規直交系を

$\{\eta_{m,0}\}_{m=1,2,\ldots}$

とすれば，

$\{\eta_{m,0}\}_{m=1,2,\ldots}\cup\{\eta_n\}_{n=1,2,\ldots}$

は可分な Hilbert 空間 $\mathfrak{H}$ での一つの完全正規

直交系であり，

$\varphi \in \mathfrak{H}$ に対し，

$$\varphi=\sum_{n=1}^{\infty}(\varphi, \eta_n)\eta_n+\sum_{m=1}^{\infty}(\varphi, \eta_{m,0})\eta_{m,0}$$

と，フーリエ式展開される．

一変数 u の二つの関数

$$\mathrm{sgn}(u)=0 \text{ if } u<0, \ =1 \text{ if } u\geqq 0$$

$$\mathrm{sgn}'(u)=0 \text{ if } u\leqq 0, \ =1 \text{ if } u>0$$

を定義して，任意の $\varphi \in \mathfrak{H}$ に対し，写像Tを

$$T\varphi=\begin{cases} 0 \quad \text{if} \quad \mathrm{ASM}(\psi, \varphi)=0 \\ \lim_{N\to\infty}\sum_{n=1}^{N}\mathrm{sgn}(\mu_n-\mathrm{ASM}(\psi, \varphi)) \\ \cdot\,\mathrm{sgn}'(\mathrm{ASM}(\psi, \varphi)-\mu_{n+1})\,\cdot \\ \left[\sqrt{\dfrac{\mathrm{ASM}(\psi,\varphi)-\mu_{n+1}}{\mu_n-\mu_{n+1}}}\cdot\eta_n+\right. \\ \left.\sqrt{\dfrac{\mu_n-\mathrm{ASM}(\psi,\varphi)}{\mu_n-\mu_{n+1}}}\cdot\eta_{n+1}\right] \\ \quad \text{if} \quad \mathrm{ASM}(\psi, \varphi)>0 \end{cases}$$

と定義する.*

この写像Tについては

$$\forall\varphi\in\mathfrak{H}, \ \mathrm{ASM}(\psi, T\varphi)=\mathrm{ASM}(\psi, \varphi)$$

を満たし，Tは平均類似度 $\mathrm{ASM}(\psi, \varphi)$ を保存する作用素，保平均類似度作用素 (operator preserving an average similarity measure) であり，axiom1 を満たす，つまり，

$$T\cdot 0=0$$

$$\forall a<0, \ Ta\varphi=T\varphi$$

$$TT\varphi=T\varphi$$

$\varphi=\eta_k$ と選べば，$\mathrm{ASM}(\psi, \varphi)=\mu_k$ であり，

$$T\varphi=\eta_k\neq 0$$

が成立し，Tは収縮写像である．

8．むすび

本研究では発展しつつあるパターン認識の数学的理論[1]に関する正当な理解を深める目的で，この理論の出発点となった axiom1 を満たす収縮写像

$$T : \Phi \longrightarrow \Phi$$

の諸例につき，検討してきた．axiom1 の(i)，(ii)，(iv)の3性質は付随的で，(iii)のベキ等性こそは写像Tの最も肝要なものであり，処理対象としての入力パターンのもつ膨大な情報からその意味モデルを形成したり，その帰属すべきカテゴリを推断するのに必要と思われる情報のみを抽出するのに，基本的に適用されるべき性質であると，著者には思える．収縮写像Tの具体例を作るにあたってもベキ等性を先ず満たすごとく形成してから，その他の3性質を満たすように修正するのが収縮写像の構成定理(定理3.1)からわかるように，近道である．

パターン認識の数学的理論としての不動点形構造受精認識理論は現在，その全容を公表する途上にあり，後続の諸研究では更に詳細な論が登場する筈である．

文　　献

(1) 鈴木昇一：パターン認識の数学的理論，第I部(考え方)，第II部(認識抽象と公理系・定理系)，第III部(認識抽象と不動点諸定理)，第IV部(パターンの素領域)，電子通信学会パターン認識と学習研究会，PRL 84−6 (pp.1−10，1984−05)，PRL 84−30 (pp.65−74，1984−07)，PRL 84−38 (pp.65−73，1984−09)，PRL 85—27 (pp. 01—10, 1985—09)，

(2) 鈴木昇一：認識工学(上)，柏書房，1975−02

(3) 長尾真：パターン情報処理，コロナ社，1983−03

---

* 情報研究第3号(1982年)での鈴木の論文での式(4．17)，式(4．18)において

$\mathrm{sgn}(\mathrm{ASM}(\psi, \varphi)-\lambda_{n+1}) \longrightarrow \mathrm{sgn}'(\mathrm{ASM}(\psi, \varphi)-\lambda_{n+1})$,

$\lambda_n\geqq\mathrm{ASM}(\psi, \varphi)\geqq\lambda_{n+1} \longrightarrow \lambda_n\geqq\mathrm{ASM}(\psi, \varphi)>\lambda_{n+1}$

と訂正する．

情報研究第５号に掲載された「連想形記憶器内荷重関数の最小自乗法，自己組織化法による決定」における誤りを下記正誤表によって訂正いたします．

正　誤　表

場　　所	誤	正
18頁左上から22行目	の第１行第	の第ℓ行第
19頁左上から20行目	γ	r
26頁右上から13行目	コール・ウォ	ユール・ウォ

（1985年９月19日受付）