多変量解析に基づく大分類関数の決定とその計算機シミュレーション

鈴　木　昇　一

Determination of Rough Classifier with the Help of Multivariate Analysis and its Computer Simulation

Shoichi SUZUKI

In a mathematical theory of recognizing patterns which has been presented by S. Suzuki it is fundamentally important to construct in an adaptable manner a contraction-mapping, a similarity-measure function and a rough classifier which must satisfy axiom 1, 7 and 9 respectively so that a system may recognize patterns by the use of a structural fertilization of fixed-point type as correctly as possible. We shall explain a method for finding a weight vector in the rough classifier which separates two given finite sets of infinite-dimensional patterns by means of a multivariate analysis and illustrate the results with simulations of the method which demonstrates a separability of the two set of the rough classifier. It is concluded that the computer implementation of the multivariate analysis is satisfactory to some degree in the case of linear feature-extracting elements.

1．まえがき

カテゴリ集合

$\mathfrak{C}=\{\mathfrak{C}_j \mid j \in J\}$

内のいずれか一つのカテゴリ（第 $j \in J$ 番目のカテゴリ）$\mathfrak{C}_j$ に少なくとも帰属するパターン φ の集合 Φ を2分割する典型的なやり方の簡単な一つは，

カテゴリ $\mathfrak{C}_j$ に帰属するパターンの集合 Φ_j

$\mathfrak{C}_j$ 以外の任意のカテゴリ $\mathfrak{C}_k (j \neq k)$ に帰属するパターンの集合 $\overline{\Phi}_j = \cup_{k(\neq j) \in J} \Phi_k$ を想定し，

$\varphi \in \Phi_j$ 　or 　$\varphi \in \overline{\Phi}_j$

のいずれかであるかを決定することである。

この様な2分割決定のために，鈴木昇一によって構成されつつあるパターン認識の数学的理論[5]では

$\mathrm{SGN}: \Phi \times J \rightarrow \{0, 1\}$

ここに

$\Phi \times J = \{<\varphi, j> \mid \varphi \in \Phi, \ j \in J\}$

という，2カテゴリ分類器（two-category classifier）としての大分類関数（routh classifier）SGN が用意されている。

大分類関数 SGN は

$\mathrm{SGN}(\varphi, j)=1 \Rightarrow$ 　パターン $\varphi \in \Phi$ の帰属するカテゴリ候補の一つは第 $j \in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ である，

$\mathrm{SGN}(\varphi, j)=0 \Rightarrow$ 　パターン $\varphi \in \Phi$ の帰属するカテゴリ候補は少なくとも，第 $j \in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ 以外のものである，

という２分機能をもっていると規定されている。

実は、大分類関数 SGN は axiom9[(5), II] を必らず満たさなければならないが、axiom 9 を満たるような SGN の二つの多変量解析的決定法（３，４章）と，その計算機シミュレーション結果（５，６，７章）が以下では説明されている。多変量解析法そのものは通常，パターンが有限次元の数ベクトルの場合しか適用できないが，無限次元の関数ベクトル（可分な Hilbert 空間 $\mathfrak{H}$ の元）に対しても適用可能にするたもの変換法（２章）も説明されている。

なお，大分類関数 SGN をニューラルネットワーク情報処理あるいはコネクショニストモデル論における多層（３層以上）パーセプトロンで構成すれば、これ以上良好な分類機能は望めないという意味で最良の機能をもった SGN が得られるが，線形化してしまえば、多変量解析を適用して得られる機能と同等なものしか得られないという理論的成果[20]も得られている。

２．Hilbert 空間の元としてパターンの集合を２分割するしきい素子

パターンが単なる有限（＝n）次元ユークリッド空間 R^n の元（数ベクトル）である場合の，パターン集合に対する２分割手法はこれ迄よく論じられている。[(7),(10)〜(15)] 数理統計学手法[(6),(19)]でも，有限次元の場合しか取り扱っていない。パターンが関数ベクトル（ある可分な Hilbert 空間[(16)] $\mathfrak{H}$ の元）になると、途端にその適用が困難になるのである。関数をある完全正規直交系でフーリエ式展開して得られる無限個のフーリエ式展開係数の内有限個を選び，もとの関数パターンの代用とするなどの方法が考えられるが，得られる２分割結果と原因との対応関係が見通せなくなる場合が生じやすく，適用が不適切になる事情は変らない。

このため，パターン認識の数学的理論[(5)]ではフーリエ式展開係数群を原パターンの代用とするなどの上述の手法を採用せず，以下の式（２．８）で示されるしきい素子（threshold element）Th（W；・）を考え，[(5), VIII] 式（２．13）の如く定義された大分類関数 SGN を導入し，無限次元でもよいパターンの集合の２分割を成し遂げる。

第３章以降では，内積，ノルムを各々 $(\cdot, \cdot)$, $\|\cdot\|=\sqrt{(\cdot, \cdot)}$ とする可分な Hilbert 空間[(16)] $\mathfrak{H}$ の元としてのパターン φ に対し，

分散分析（analysis of variance）

多変量解析（multivariate analysis），

を適用可能にするパターン変換方法を提案し，その計算機シミュレーション結果を報告する。

以下では，例えば，可分な Hilbert 空間 $\mathfrak{H}$ として，$\mathfrak{H}=L_2(M ; dm)$[(1)] と選べば，内積 (φ, η) は

$$(\varphi, \eta)=\int_M dm(x)\varphi(x)\cdot\overline{\eta(x)}$$

ここに，$\overline{\eta(x)}$ は $\eta(x)$ の複素共役

という形になり，この特別な場合を想定していけばよい。しかしながら，立論そのものは一般の内積でなされている。ここに，

M：n 次元 Euclid 空間 R^n の可測部分集合

dm(x)：M上での正値 Lebesgue-Stieltjes 式測度。

すなわち，$\varphi\in\mathfrak{H}=L_2(M ; dm)$ であるとは，可測集合 $M\subset R^n$ で定義せられた複素数値可測関数で，その絶対値の自乗 $|\varphi(x)|^2$ が M 上で正値測度 $dm(x)$ に関し

$$\int_M dm(x)|\varphi(x)|^2<\infty$$

である（可積分）ごときものである。

また，以下での自己共役作用素 H として，

$$H\varphi=\Sigma_{\alpha\in D}P_\alpha\cdot(\varphi, \psi_\alpha\|\psi_\alpha\|^{-1})\psi_\alpha\|\psi_\alpha\|^{-1}$$

ここに，

P_α は $\psi_\alpha\in\mathfrak{H}$ の生起確率で，$\Sigma_{\alpha\in D}P_\alpha<\infty$

ψ_αはサンプルパターンであり，

$\sup_{\alpha\in D}\|\psi_\alpha\|<\infty$ (2. 1)

をとることができ，第$\ell\in L$番目の射影作用素 $\theta_\ell(H)$ として

$\theta_\ell(H)\varphi=\Sigma_{\lambda_k\in S_\ell}(\varphi,\ \eta_k)\eta_k$

$S_k\cap S_\ell=\varphi$(空集合)$(k\neq\ell)$,

$S_k\neq\phi$, $\cup_{\ell\in L}S_\ell=\sigma(H)$(Hのスペクトル系) (2. 2)

を選ぶことができる。ここに，$\{\eta_k\}$ はHの規格化固有ベクトル系であり，$\mathfrak{H}$での高々可算個から成るある完全正規直交系 $\{\sigma_j\}$ を用いて

$\eta_k=\Sigma_{j=1}^{\infty}\ \xi_{kj}\sigma_j$ (2. 3)

と表わされる。ここに，行列

(b_{jk})

ここに，

$$b_{jk}=\Sigma_{\alpha\in D}(\psi_\alpha,\ \sigma_j)\cdot\overline{(\psi_\alpha,\ \sigma_k)}\Big/\sum_{p=1}^{\infty}|(\psi_\alpha,\ \sigma_p)|^2$$

の第k番目の規格化固有ベクトルが

$\xi_k=(\xi_{k1},\ \xi_{k2},\ \cdots))$ の転置ベクトル

であるとしている。また，

$H\eta_k=\lambda_k\eta_k$,

ここに，

$$\sum_{k=1}^{\infty}b_{jk}\cdot\xi_{nk}=\lambda_n\xi_{nj}$$

も成立している。

実は，$\{\theta_\ell(H)\mid\ell\in L\}$ は，$\mathfrak{H}$でのある自己共役作用素Hを選定し，3条件

$\theta_k(H)\cdot\theta_\ell(H)=0(k\neq\ell)$

$\theta_k(H)\neq0$

$\Sigma_{\ell\in L}\theta_\ell(H)=I$(恒等作用素)

を満たす，Hの関数としての射影作用素の系である。

次のaxiom 1を満たす写像

$T:\Phi\rightarrow\Phi$ (2. 4)

を導入する。Tは収縮写像（contraction mapping）といわれる。[5]

Axiom 1. (i) $\exists0\in\Phi$, $T\cdot0=0$

(ii)（吸収法則，absorptive law）

$\forall\varphi\in\Phi$, $\forall a(=$定数$)>0$,

$T(a\varphi)=T(\varphi)$

(iii)（ベキ等法則，idempotent law）

$\forall\varphi\in\Phi$, $TT\varphi=T\varphi$

(iv) $\exists\varphi\in\Phi$, $T\varphi\neq0$ □

さて，$\omega_j\in\Phi\subset\mathfrak{H}$を第$j\in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$の代表パターンとして

連立1次方程式

$$\Sigma_{k\in J}(T\omega_j\|T\omega_j\|^{-1},\ T\omega_k\|T\omega_k\|^{-1})\cdot\overline{q}_k=(T\omega_j\|T\omega_j\|^{-1},\ T\varphi\|T\varphi\|^{-1}),\ j\in J \quad (2.\ 5)$$

の解q_kを

$q_k(\varphi)$

と書けば，$q_k(\varphi)$ はパターン$\varphi\in\mathfrak{H}$の第$k\in J$番目の線形帰属係数（linear membership cocfficfent）と呼ばれるもので，

$$\|T\varphi\|T\varphi\|^{-1}-\Sigma_{k\in J}q_k(\varphi)\cdot T\omega_k\|T\omega_k\|^{-1}\|=\text{最小}$$

が成立し，さらに

$$\exists\psi\in\mathfrak{H},\ [\forall j\in J,\ (T\omega_j\|T\omega_j\|^{-1},\ \psi)=0]\wedge[T\varphi\|T\varphi\|^{-1}=\Sigma_{k\in J}q_k(\varphi)\cdot T\omega_k\|T\omega_k\|^{-1}+\psi] \quad (2.\ 6)$$

が成立する。(最小ノルム距離近似定理[5, VI])

このとき，mixture

$$M\varphi=\Sigma_{k\in J}q_k(\varphi)\cdot T\omega k\|T\omega_k\|^{-1} \quad (2.\ 7)$$

を導入し，

$$Th(W;\varphi)=(W\cdot M\varphi,M\varphi)/(M\varphi,M\varphi) \quad (2.\ 8)$$

と定義されるしきい素子

$$Tk(W;\cdot):\Phi\rightarrow R(\text{実数全体の集合}) \quad (2.\ 9)$$

を定義する。ここに，

$$W\equiv\Sigma_{\ell\in L}W_\ell\cdot\theta_\ell(H),\ W_l\text{は実数値} \quad (2.\ 10)$$

は，パーセプトロン形作用素（Perceptronlike Operator）と呼ばれるものである。

今，

$v_l(\varphi)\equiv(\theta_l(H)M\varphi, M\varphi)/(M\varphi, M\varphi)$ (２．11)

とおけば、

$0\leqq v_\ell(\varphi)$, $\Sigma_{\ell\in L}v_\ell(\varphi)=1$

$Th(W;\varphi)=\Sigma_{\ell\in L}w_\ell\cdot v_\ell(\varphi)$ (２．12)

が成り立つ。

１変数のしきい関数

$sgn(u)=0$ if $u<0$, $=1$ if $u\geqq 0$ を導入し，

$SGN(\varphi, j)\equiv sgn(Th(W_i;\varphi)-h_j)$

ここに，

$W_j=\Sigma_{\ell\in L}w_{j\ell}\cdot\theta_\ell(H)$ (２．13)

とおく。h_j は第 $j\in J$ 番目のしきい値である。

実は，パターン認識の数学的理論では，大分類関数 SGN は次の axiom 9 を満足するように構成しなければならない。

Axiom 9

(i) $\forall j\in J, SGN(\omega_j, j)=1$

(ii) $[\forall\varphi\in\Phi, \forall j\in J, SGN(\varphi, j)\in\{0, 1\}]$

$\wedge\ 0\leqq\Sigma_{j\in J}SGN(\varphi, j)\leqq\#(J)$

ここに，$\#(J)$ は集合 J に含まれる要素の総数

(iii) $\forall\varphi\in\Phi, \forall j\in J$,

$SGN(T\varphi, j)=SGN(\varphi, j)$ □

［定理２．１］(大分類関数 SGN の構成定理)

$SGN(\varphi, j)\equiv sgn(Th(Wj;\varphi)-h_j)$

ここに，

$Th(Wj;\varphi)=(WM\varphi, M\varphi)/(M\varphi, M\varphi)$

$Wj=\Sigma_{\ell\in L}w_{j\ell}\cdot\theta_\ell(H)$

$M\varphi=\Sigma_{k\in J}q_k(\varphi)\cdot T\omega k\,\|T\omega k\|^{-1}$

と定義された大分類関数

$SGN: \Phi\times J\rightarrow\{0, 1\}$

は axiom 9 の ii，iiiを満たす。

（証明）ii の成立は $sgn(Th(Wj;\varphi)-h_j)$ の持つ性質から明らかである。

iiiの成立を示そう。Axiom 1，iiiでの収縮写像 T のベキ性より

$\forall\varphi\in\Phi, \forall k\in J, q_k(T\varphi)=q_k(\varphi)$が成り立っているから

$\forall\varphi\in\Phi, MT\varphi=M\varphi$

がいえ，よって

$\forall\varphi\in\Phi, Th(Wj;T\varphi)=(WjMT\varphi, MT\varphi)/(MT\varphi, MT\varphi)$

$=(WjM\varphi, M\varphi)/(M\varphi, M\varphi)$

$=T(Wj;\varphi)$

$\therefore$

$SGN(T\varphi, j)$

$=sgn((Th(Wj;T\varphi)-h_j)$

$=sgn((Th(Wj;\varphi)-h_j)$

$=SGN(\varphi, j)$

を得，証明が終った。 □

以上により，式（２．８）の如く定義されたしきい素子 $Th(Wj:\cdot)$ につき，axiom 9 の ii，iiiの成立は判明したが，問題は axiom 9 の i の成立を如何なる方法で実現するかである。この方法は簡単に次のように実現される。

カテゴリ $\mathfrak{C}_j$ に帰属する訓練パターンの集合

$\{\eta_r|r\in Rj\}\ni\omega_j$

と，それ以外の訓練パターンの集合

$\{\eta_r|r\in\cup_{k(\neq j)\in J}R_k\}$

とを考え，

a_j：カテゴリ $\mathfrak{C}_j$ に帰属する訓練パターン η_r $(r\in Rj)$ に対する $Th(Wj;\eta_r)$ の最小値

b_j：カテゴリ $\mathfrak{C}_j$ に帰属しない訓練パターン η_r $(r\in\cup_{k(\neq j)\in J}R_k)$ に対する $Th(Wj;\eta_r)$ の内で，不等式

$a_j\geqq Th(Wj;\eta_r)$

を満たす最大値

と定義される二つの量 a_j, b_j を求め，

$h_j=(a_j+b_j)/2$ (２．14)

とおけば，

$\omega_j\in\{\eta_r|r\in Rj\}$

であるとしているから，

$\forall j\in J, Th(Wj;\omega_j)\geqq a_j$

が成立し，

a_j-h_j

$=a_j-(a_j+b_j)^{-1}\cdot 2^{-1}$
$=(a_j-b_j)\cdot 2^{-1}\geqq 0$
であるから、
$Th(Wj : \omega_j)\geqq a_j\geqq h_j$
を得，axiom 9 の i，つまり
$\forall j\in J,\ SGN(Wj : j)=1$
が成立する。

なお，式（2．14）のようにしきい値 h_j を選定するのは，不等式

$\forall r\in Rj,\ \forall s\in \cup_{k(\neq j)\in J}Rk$

$Th(Wj ; \eta_r)>Th(Wj ; \eta_s)$　　（2．15）

が成立しているとは限らないからである。

3．分散分析法に基づく大分類関数の設計

条件

$0\leqq q_r,\ \Sigma_{r\in R}q_r=1$

を満たしているという意味で生起確率と解釈されてよい量 q_r を持つ実数ベクトル

$\vec{v}_r=\{v_{r\ell}\mid \ell\in L\}$，$v_{r\ell}$ は実数値

の集合

$\{\vec{v}_r\mid r\in R\}$　　（3．1）

を考えよう。$\vec{v}_r$ は $r\in R$ 番目の訓練パターンである。

$T(\vec{W},\vec{v})\equiv\Sigma_{\ell\in L}w_\ell\cdot v_\ell$　　（3．2）

ここに，

$\vec{W}=\{w_\ell\mid \ell\in L\}$ は実数値 w_ℓ から成る実数ベクトル

$\vec{v}=\{v_\ell\mid \ell\in L\}$ は一つの実数ベクトル

を導入して，

$T(\vec{W},\vec{v})\geqq t$，$T(\vec{W},\vec{v})<t$

に従って，パターンとしての実数ベクトル $\vec{v}$ の集合を可能な限り，正しく適応的に2分割する重みベクトル（weight vector）$\vec{W}$ を式（3．1）の訓練パターン集合から決定する手法を説明しよう。

二つの実数ベクトル

$\vec{C}=\{C_\ell\mid \ell\in L\}$，$\vec{d}=\{d_\ell\mid \ell\in L\}$

に対し，

$<\vec{C},\vec{d}>\equiv\Sigma_{\ell\in L}C_\ell\cdot d_\ell$　　（3．3）

と約束する。ならば，式（3．2）の $T(\vec{W},\vec{v})$ は

$T(\vec{W},\vec{v})=<\vec{W},\vec{v}>$　　（3．4）

と書ける。

次の定理3．2は分散分析法（analysis of variance）（文献(19)，p.95）に基づくものであり，文献(7)の手法を少し一般化したものである。

その証明のために，補助定理3．1を用意しておく。

［補助定理3．1］（2重Σの微分公式）

a_{ij} が変数 x_1，x_2，…を含まない定数とすれば，

$$\frac{\partial}{\partial x_k}\Sigma_i\Sigma_j a_{ij}\cdot x_i\cdot x_j=\Sigma_i(a_{ik}+a_{ki})\cdot x_i$$

が成り立ち，特に

$\forall i,\ \forall j\quad a_{ij}=a_{ji}$（対称性）

の下では

$$\frac{\partial}{\partial x_k}\Sigma_i\Sigma_j a_{ij}\cdot x_i\cdot x_j=2\cdot\Sigma_i\cdot a_{ik}\cdot x_i \qquad \square$$

次の定理3．2においては，分散に相当するΛの値が大きい程，パターン間の分離が良いと考えられる。

［定理3．2］（分散分析法に基づく重みベクトルの決定定理）

$\Lambda_1\equiv\Sigma_{r\in R}q_r\cdot[T(\vec{W},\vec{v}_r)-\tilde{T}(\vec{W},\cdot)]^2$

$\Lambda_2\equiv\Sigma_{\ell\in L}w_\ell^2$

ここに，

$T(\vec{W},\vec{v})\equiv\Sigma_{\ell\in L}w_\ell\cdot v_\ell$

$\vec{W}=\{w_\ell\mid \ell\in L\}$

$\vec{v}=\{w_\ell\mid \ell\in L\}$

$\tilde{T}(\vec{W},\cdot)\equiv\Sigma_{\ell\in L}w_\ell\cdot\tilde{v}_\ell$

$\tilde{v}=\Sigma_{r\in R}q_r\cdot v_{rl}$

$0\leqq q_r,\ \Sigma_{r\in R}q_r=1$

を導入すると，

$\Lambda\equiv\Lambda_1/\Lambda_2$

を最大にする数ベクトル $\vec{W}$ は

$u_{lm}\equiv\Sigma_{r\in R}q_r\cdot(v_{r\ell}-\tilde{v}_\ell)\cdot(v_{rm}-\tilde{v}_m)$

を第 ℓ 行，第 m 列の要素とする行列

$U=(u_{lm})_{l,m\in L}$

の最大固有値を λ_{max} とすると，固有値方程式

$$U\cdot\vec{W}=\lambda_{max}\cdot\vec{W}$$

の解として与えられ，

$$\Lambda=\lambda_{max}$$

が成り立つ。

（証明）$<U\vec{W},\vec{W}>$ を計算すれば，

$$\begin{aligned}&<U\vec{W},\vec{W}>\\&=\Sigma_{\ell\in L}(\Sigma_{m\in L}\ u_{\ell m}\cdot w_m)\cdot w_\ell\\&=\Sigma_{\ell\in L}\ \Sigma_{m\in L}\ u_{\ell m}\cdot w_m\cdot w_\ell\\&=\Sigma_{\ell\in L}\ \Sigma_{m\in L}[\Sigma_{r\in R}q_r(v_{r\ell}-\tilde{v}_\ell)\cdot(v_{rm}-\tilde{v}_m)]\cdot w_\ell\cdot w_m\\&=\Sigma_{r\in R}q_r[\Sigma_{\ell\in L}w_\ell(v_{r\ell}-\tilde{v}_\ell)]\cdot[\Sigma_{m\in L}w_m(v_{rm}-\tilde{v}_m)]\\&=\Sigma_{r\in R}q_r[T(\vec{W},\vec{v}_r)-\tilde{T}(\vec{W},\cdot)]\cdot[T(\vec{W},\vec{v}_r)-\tilde{T}(\vec{W},\cdot)]\\&=\Sigma_{r\in R}q_r[T(\vec{W},\vec{v}_r)-\tilde{T}(\vec{W},\cdot)]^2\\&=\Lambda_1\end{aligned}$$

が知れる。また，

$$<\vec{W},\vec{W}>=\Sigma_{\ell\in L}w_\ell^{\,2}=\Lambda_2$$

も知れる。よって

$$\begin{aligned}\Lambda&=\Lambda_1/\Lambda_2\\&=<U\vec{W},\vec{W}>/<\vec{W},\vec{W}> \qquad (3.\ 5)\\&=\Sigma_{\ell\in L}\Sigma_{m\in L}\cdot u_{\ell m}\cdot w_m\cdot w_\ell/\Sigma_{\ell\in L}w_\ell^{\,2}\end{aligned}$$

が成り立つ。

具体的に，$\partial\Lambda/\partial w_\ell$ を計算すれば，

$$\begin{aligned}&\partial\Lambda/\partial w_\ell\\&=\frac{1}{\Lambda_2}\cdot\left[\frac{\partial}{\partial w_\ell}\Lambda_1-\frac{\Lambda_1}{\Lambda_2}\cdot\frac{\partial\Lambda_2}{\partial w_\ell}\right]\\&=\frac{1}{\Lambda_2}\cdot\left[\frac{\partial}{\partial w_\ell}\Lambda_1-\Lambda\cdot\frac{\partial\Lambda_2}{\partial w_\ell}\right]\end{aligned}$$

となり，

$$\partial\Lambda/\partial w_\ell=0$$

とおけば，

$$=\frac{\partial}{\partial w_\ell}\Lambda_1=\Lambda\cdot\frac{\partial\Lambda_2}{\partial w_\ell},\ \ell\in L$$

が得られる。ここで，

$$\forall\ell,\ \forall m\quad u_{\ell m}=u_{m\ell}\ （対称性）$$

が成り立っていることに注意して，2重Σの微分公式（補助定理3．1）を適用して得る

$$\begin{aligned}&\partial\Lambda_1/\partial w_\ell=2\cdot\Sigma_{m\in L}u_{\ell m}\cdot w_m\\&\partial\Lambda_2/\partial w_\ell=2w_\ell\end{aligned}$$

を代入すれば，

$$\Sigma_{m\in L}u_{\ell m}\cdot w_m=\Lambda\cdot w_\ell,\quad \ell\in L$$

つまり　$U\cdot\vec{W}=\Lambda\cdot\vec{W}$

が得られる。行列Uの最大固有値 λ_{max} に関する固有値方程式

$$U\vec{W}=\lambda_{max}\vec{W}$$

から

$$<U\vec{W},\vec{W}>=\lambda_{max}<\vec{W},\vec{W}>$$

が成り立ち，式（3．5）から

$$\begin{aligned}\Lambda&=<U\vec{W},\vec{W}>/<\vec{W},\vec{W}>\\&=\lambda_{max}\end{aligned}$$

が成立し，証明が終った。 □

さて，Hilbert 空間 $\mathfrak{H}$ の元としてのパターン φ に対しては，第2章での式（2．12）により

$$\begin{aligned}Th(W;\varphi)&=\Sigma_{\ell\in L}w_\ell\cdot v_l(\varphi)\\&=<\vec{W},\vec{V}(\varphi)>\\&=T(\vec{W},\vec{V}(\varphi))\end{aligned}$$

ここに，$\vec{W}=\{w_\ell\mid\ell\in L\}$

$\vec{V}(\varphi)=\{v_\ell(\varphi)\mid\ell\in L\}$

とおけるから，定理3．2を適用して，次の定理3．3を得る。

［定理3．3］（大分類関数SGNの構成への分散分析法の適用）

$$0\leqq q_r,\quad \Sigma_{r\in R}q_r=1$$

を満たす生起確率 q_r をもつパターン $\eta_r\in\mathfrak{H}$ の集合

$$\{\eta_r|r\in R\}$$

を考える。

$$Th(W;\eta_r)=\Sigma_{\ell\in L}w_\ell\cdot v_\ell(\eta_r)$$

ここに

$$W=\Sigma_{\ell\in L}w_\ell\cdot\theta_\ell(H)$$

$$v_\ell(\eta_r)=(\theta_\ell(H)M\eta_r,M\eta_r)/(M\eta_r,M\eta_r)$$

であるから，

$$\begin{aligned}\widetilde{Th}(W;\cdot)&\equiv\Sigma_{r\in R}q_r\cdot Th(W;\eta_r)\\&=\Sigma_{\ell\in L}w_\ell\cdot\tilde{v}_\ell(\cdot)\end{aligned}$$

ここに，

$\widetilde{v}_\ell(\cdot)=\Sigma_{r\in R}q_r\cdot v_\ell(\eta_r)$

が成り立つ。比

$\Lambda=\Lambda_1/\Lambda_2$

ここに，

$\Lambda_1=\Sigma_{r\in R}q_r[\mathrm{Th}(W;\eta_r)-\widetilde{\mathrm{Th}}(W;\cdot)]$

$\Lambda_2=\Sigma_{\ell\in L}w_\ell{}^2$

が最大となる重みベクトル

$\vec{W}=\{w_\ell\mid \ell\in L\}$

は

$u_{\ell m}=\Sigma_{r\in R}q_r(v_\ell(\eta_r)-\widetilde{v}_\ell(\cdot))$
$\cdot(v_m(\eta_r)-\widetilde{v}_m(\cdot))$

を第 ℓ 行第 m 列の要素とする行列

$U=(u_{lm})_{l\in L,m\in L}$

の最大固有値を λ_{max} とすると，固有値方程式

$U\vec{W}=\lambda_{max}\vec{W}$

の解として与えられ，

$\Lambda=\lambda_{max}$

が成り立つ。 □

4．多変量解析に基づく大分類関数の設計

二つのクラス$\mathfrak{C}_1'$，$\mathfrak{C}_2'$に帰属する実数ベクトルの集合が各々

$\vec{v}_{1r}=\{v_{1r\ell}\mid \ell\in L\}$，$r\in R_1$

$\vec{v}_{2r}=\{v_{2r\ell}\mid \ell\in L\}$，$r\in R_2$

と与えられたとする。ここに，$\mathfrak{C}_j$ を第 $j\in J$ 番目のカテゴリとして，全カテゴリ集合を

$\mathfrak{C}=\{\mathfrak{C}_j\mid j\in J\}$

として，

$\mathfrak{C}_1'=\cup_{j\in J_1}\mathfrak{C}_j,\mathfrak{C}_2'=\cup_{j\in J_2}\mathfrak{C}_j$

$J_1\subseteqq J$，$J_2\subseteqq J,J_1\cap J_2=\phi$（空集合）

と考えてよい。

$T(\vec{W},\vec{v})\equiv\Sigma_{\ell\in L}w_\ell\cdot v_\ell=\langle\vec{W},\vec{v}\rangle$

ここに，

$\vec{W}=\{w_\ell\mid \ell\in L\},\vec{v}=\{v_\ell\mid \ell\in L\}$

w_ℓ，v_ℓ は共に実数

の重みベクトル $\vec{W}$ を

$G\equiv(\widetilde{T}_2-\widetilde{T}_1)^2/\Sigma_{i=1}^2\Sigma_{r\in Ri}(T_{ir}-\widetilde{T}_i)^2$

を最大にするように決定することを考えよう。

諸記号の定義は次の通りである：一般に，#(K) は集合 K に含まれる要素の総数として，

$T_{ir}\equiv T(\vec{W},\vec{v}_{ir})=\Sigma_{\ell\in L}w_\ell\cdot v_{ir\ell}$

$\widetilde{T}_i\equiv[\#(Ri)]^{-1}\cdot\Sigma_{r\in Ri}T_{ir}$

$=\Sigma_{\ell\in L}w_\ell\cdot[\#(Ri)]^{-1}\cdot\Sigma_{r\in Ri}v_{ir\ell}$

$=\Sigma_{\ell\in L}w_\ell\cdot\widetilde{v}_{i\cdot\ell}$

$\widetilde{v}_{i\cdot l}\equiv[\#(Ri)]^{-1}\cdot\Sigma_{r\in Ri}v_{irl}$．

今，分子，分母を各々，

$A\equiv(\widetilde{T}_2-\widetilde{T}_1)^2$

$B\equiv\Sigma_{i=1}^2\Sigma_{r\in Ri}(T_{ir}-\widetilde{T}_i)^2$

とおくと，

$G=A/B$

と表わされる。G を最大にするということは，カテゴリ間の分散（between-variance）に相当する A を可能な限り大きくし，同時に，カテゴリ内の分散（within-variance）の総和に相当する B を可能な限り小さくすることを意味する。

次の定理4．1は文献(6)，72節（pp.166—171）に，本質的に基づくもので，多変量解析（multivariate analysis）の典型的なものである。

［定理4．1］（多変量解析に基づく重みベクトルの決定定理）

$G=A/B$

を最大にする

$T(\vec{W},\vec{v})=\Sigma_{\ell\in L}w_\ell\cdot v_\ell$

内の重みベクトル

$\vec{W}=\{W_l\mid l\in L\}$

は連立1次方程式

$C\vec{W}=\vec{D}$

の解として与えられ，G のこの最大値は

$G=\Sigma_{\ell\in L}w_\ell\cdot d_\ell$

と求められる。ここに，

$C=(c_{\ell m})_{\ell,m\in L}$

$\vec{W}=(w_l)_{l\in L}$（縦ベクトル）

$\vec{D}=(d_\ell)_{\ell\in L}$（縦ベクトル）

$C_{lm}=\Sigma_{i=1}^2\Sigma_{r\in Ri}(v_{ir\ell}-\widetilde{v}_{i\cdot\ell})\cdot$
$(v_{irm}-\widetilde{v}_{i\cdot m})$

$d_\ell = \tilde{v}_{2\cdot\ell} - \tilde{v}_{1\cdot\ell}$

（証明） Aを計算すれば,

$A = (\tilde{T}_2 - \tilde{T}_1)^2$

$= [\Sigma_{\ell\in L} w_\ell \cdot \tilde{v}_{2\cdot\ell} - \Sigma_{\ell\in L} w_\ell \cdot \tilde{v}_{1\cdot\ell}]^2$

$= [\Sigma_{\ell\in L} w_\ell \cdot d_\ell]^2$ （4．1）

$= \Sigma_{k\in L}\Sigma_{m\in L} w_k \cdot d_k \cdot w_m \cdot d_m$

$= w_\ell d_\ell \cdot w_\ell d_\ell + \Sigma_{m\in L, m\neq\ell} w_\ell d_\ell \cdot w_m d_m$

$+ \Sigma_{k\in L, k\neq\ell} w_k d_k \cdot w_\ell d_\ell +$（$w_\ell$を含まない残り）

が得られ，よって,

$\partial A/\partial w_\ell$

$= 2 w_\ell d_\ell d_\ell + [\Sigma_{m\in L, m\neq\ell} w_m d_m] \cdot d_\ell$

$+ [\Sigma_{k\in L, k\neq\ell} w_k d_k] \cdot d_\ell$

$= 2 \cdot [\Sigma_{m\in L,} w_m d_m] d_\ell,\ \ell \in L$ （4．2）

次に，Bを計算すれば,

B

$= \Sigma_{i=1}^{2}\ \Sigma_{r\in R_i} (T_{ir} - \tilde{T}_i)^2$

$= \Sigma_{i=1}^{2}\ \Sigma_{r\in R_i} (\Sigma_{\ell\in L} w_\ell \cdot v_{ir\ell} - \Sigma_{\ell\in L} w_\ell \cdot \tilde{v}_{i\cdot\ell})^2$

$= \Sigma_{i=1}^{2}\ \Sigma_{r\in R_i} [\Sigma_{\ell\in L} w_\ell (v_{ir\ell} - \tilde{v}_{i\cdot\ell})]^2$

$= \Sigma_{i=1}^{2}\ \Sigma_{r\in R_i}\ \Sigma_{k\in L}\ \Sigma_{m\in L} w_k (v_{irk} - \tilde{v}_{i\cdot k}) \cdot w_m (v_{irm} - \tilde{v}_{i\cdot m})$

$= \Sigma_{k\in L}\Sigma_{m\in L} w_\ell \cdot w_m \sum_{i=1}^{2} \Sigma_{r\in R_i} (v_{irk} - \tilde{v}_{i\cdot k}) \cdot (v_{irm} - \tilde{v}_{i\cdot m})$

$= \Sigma_{k\in L}\Sigma_{m\in L} c_{km} w_k \cdot w_m$ （4．3）

$= c_{\ell\ell} \cdot w_\ell \cdot w_\ell + \Sigma_{m\in L, m\neq\ell} c_{\ell m} \cdot w_\ell \cdot w_m$

$+ \Sigma_{k\in L, k\neq\ell} c_{k\ell} \cdot w_k \cdot w_\ell +$（$w_\ell$ を含まない残り）

と計算され，よって

$\partial B/\partial w_\ell$

$= 2 \cdot c_{\ell\ell} \cdot w_\ell + \Sigma_{m\in L, m\neq\ell} c_{\ell m} \cdot w_m$

$+ \Sigma_{k\in L, k\neq\ell} c_{k\ell} \cdot w_k$

であるが,

$\forall k,\ \forall \ell \quad c_{k\ell} = c_{\ell k}$（対称性）

が成立しているので，結局

$\partial B/\partial w_\ell$

$= 2 \cdot \Sigma_{m\in L} c_{\ell m} \cdot w_m,\ \ell \in L$ （4．4）

が得られる。

さて,

$G = A/B$

を w_ℓ に関し偏微分すると,

$$\frac{\partial G}{\partial w_\ell} = \left(\frac{\partial A}{\partial w_\ell}\right) \cdot \frac{1}{B} - A \cdot \frac{1}{B^2} \cdot \left(\frac{\partial B}{\partial w_\ell}\right)$$

$$= \frac{1}{B}\left[\frac{\partial A}{\partial w_\ell} - G \cdot \frac{\partial B}{\partial w_\ell}\right]$$

が得られ,

$\partial G/\partial w_\ell = 0$

より

$$\frac{1}{G}\frac{\partial A}{\partial w_\ell} = \frac{\partial B}{\partial w_\ell},\ \ell \in L \qquad （4．5）$$

が得られる。

ここで式（4．5）に2式（4．2),（4．4）を代入すれば,

$$\Sigma_{m\in L} c_{\ell m} \cdot w_m = \frac{1}{G} \cdot (\Sigma_{m\in L} w_m \cdot d_m) \cdot d_\ell,\ \ell \in L \qquad （4．6）$$

が得られる。ここで,

$$\frac{1}{G} \cdot \Sigma_{m\in L} w_m \cdot d_m = 1 \qquad （4．7）$$

とおいてよい。その理由は次の通りである。

G，A，Bを w_ℓ，$\ell \in L$ の関数とみて,

$G(w_\ell\ ;\ \ell \in L)$，$A(w_\ell\ ;\ \ell \in L)$

$B(w_\ell\ ;\ \ell \in L)$

と書くと，2式（4．1),（4．3）からわかるように

非零定数Kに対し

$A(Kw_\ell\ ;\ \ell \in L) = K^2 \cdot A(w_\ell\ ;\ \ell \in L)$

$B(Kw_\ell\ ;\ \ell \in L) = K^2 \cdot B(w_\ell\ ;\ \ell \in L)$

が成立し,

$G(Kw_\ell\ ;\ \ell \in L) = G(w_\ell\ ;\ \ell \in L)$

が得られる。よって,

$$\frac{1}{G(Kw_\ell\ ;\ \ell \in L)} \cdot \Sigma_{m\in L} (Kw_m) \cdot d_m$$

$$= \frac{1}{G(w_\ell\ ;\ \ell \in L)} \cdot [\Sigma_{m\in L} w_m \cdot d_m] \cdot K$$

が得られ，Kとして,

$$K = \left[\frac{\Sigma_{m\in L} w_m \cdot d_m}{G(w_\ell\ ;\ \ell \in L)}\right]^{-1}$$

とおくと,

$$\frac{1}{G(Kw_\ell\ ;\ \ell \in L)} \cdot \Sigma_{m\in L} (Kw_m) \cdot d_m = 1$$

が得られ，理由の説明が終了した。

結局，2式（4．6），（4．7）から

$\Sigma_{m \in L} C_{\ell m} \cdot w_m = d_\ell,\ \ell \in L$　　（4．8）

を得る。Gの最大値は式（4．7）から

$G = \Sigma_{m \in L} w_m \cdot d_m$

と求められるが，これは2式（4．1），（4．3）から，Gは

$G = [\Sigma_{\ell \in L} w_\ell \cdot d_\ell]^2 / \Sigma_{k \in L} \Sigma_{m \in L} c_{km} \cdot w_k \cdot w_m$

と表現されるが，式（4．8）から

$$G = [\Sigma_{\ell \in L} w_\ell \cdot d_\ell]^2 / \Sigma_{k \in L} w_k \Sigma_{m \in L} c_{km} \cdot w_m$$
$$= [\Sigma_{\ell \in L} w_\ell \cdot d_\ell]^2 / \Sigma_{k \in L} w_k \cdot d_k$$
$$= \Sigma_{\ell \in L} w_\ell \cdot d_\ell$$

とも求められる。 □

Hilbert空間$\mathfrak{H}$の元としてのパターンφに対しては，第$j \in J$番目のパーセプトロン形作用素

$W_j = \Sigma_{\ell \in L} w_{j\ell} \cdot \theta_\ell(H)$

を考えると，第2章での式（2．12）より

$$Th(W_j;\varphi) = \Sigma_{\ell \in L} w_{j\ell} \cdot v_\ell(\varphi)$$
$$= <\vec{W}_j, \vec{V}(\varphi)>$$
$$= T(\vec{W}_j, \vec{V}(\varphi)>$$

ここに，

$\vec{W}_j = \{w_{j\ell} \mid \ell \in L\}$

$\vec{V}(\varphi) = \{v_\ell(\varphi) \mid \ell \in L\}$

とおけるから，定理4．1を適用して，次の定理4．2を得る。

［定理4．2］（多変量解析の大分類関数の構成への適用）

2つのカテゴリ番号の部分集合J_1，J_2を

$J_1,\ J_2 \subseteq J,$

$J_1 \cap J_2 = \phi$（空集合），$J_1 \neq \phi$，$J_2 \neq \phi$

と選び

$\mathfrak{C}'_k = \{\mathfrak{C}_j \mid j \in J_k\}$

内のいずれか一つに帰属するパターンの集合

$\eta_r,\ r \in R_k$

を導入する。ここに，k=1,2。

$A = (\tilde{T}_2 - \tilde{T}_1)^2$

$B = \Sigma_{i=1}^{2} \Sigma_{r \in R_i} (T_{ir} - \tilde{T}_i)^2$

$\tilde{v}_{1r} = \{v_{1r\ell} \mid \ell \in L\},\ v_{1r\ell} \equiv v_\ell(\eta_r),\ r \in R_1$

$\tilde{v}_{2r} = \{v_{2r\ell} \mid \ell \in L\},\ v_{2r\ell} \equiv v_\ell(\eta_r),\ r \in R_2$

$$T_{ir} \equiv Th(W;\eta_r) = \Sigma_{\ell \in L} w_\ell \cdot v_\ell(\eta_r)$$
$$= \Sigma_{\ell \in L} w_\ell \cdot v_{ir\ell},\ r \in R_i,\ i=1,2$$

$W = \Sigma_{\ell \in L} w_\ell \cdot \theta_\ell(H)$

$$\tilde{T}_i = [\#(R_i)]^{-1} \cdot \Sigma_{r \in R_i} T_{ir}$$
$$= \Sigma_{\ell \in L} w_\ell \cdot [\#(R_i)]^{-1} \Sigma_{r \in R_i} v_{ir\ell}$$
$$= \Sigma_{\ell \in L} w_\ell \cdot \tilde{v}_{i\cdot\ell}$$

$\tilde{v}_{i\cdot\ell} = [\#(R_i)]^{-1} \Sigma_{r \in R_i} v_{ir\ell}$

として，

$G = A / B$

と定義されるGを最大にするしきい素子

$Th(W;\eta) = \Sigma_{\ell \in L} w_\ell \cdot v_\ell(\eta)$

内の重み

$\vec{W} = \{w_\ell \mid \ell \in L\}$

は，連立1次方程式

$C\vec{W} = \vec{D}$

の解として与えられ，Gのこの最大値は

$G = \Sigma_{\ell \in L} w_\ell \cdot d_\ell$

と求められる。ここに，

$C = (c_{\ell m})_{\ell, m \in L}$

$\vec{W} = (w_\ell)_{\ell \in L}$（縦ベクトル）

$\vec{D} = (d_\ell)_{\ell \in L}$（縦ベクトル）

$c_{\ell m} = \Sigma_{i=1}^{2} \Sigma_{r \in R_i} (v_{ir\ell} - \tilde{v}_{i\cdot\ell})(v_{irm} - \tilde{v}_{i\cdot m})$

$d_\ell = \tilde{v}_{2\cdot\ell} - \tilde{v}_{1\cdot\ell}$

5．日本語単独母音に関する計算機シミュレーション(1)

試作の音声波形記憶装置を使い，男性（芝浦工業大学通信工学科昭和54年度卒論学生）6人分の30個の日本語単独母音の自己相関関数形パターン

$\varphi_m = \varphi_m(x_1,\ x_2),\ 0 \leqq x_j \leqq 1,\ j=1,2$

を採集した。φ_mは第m番目のパターンであり，m=1～30である。なお，採集の際，発声時刻，発声時刻から記録開始までの時間，唇とマイクとの距離，周囲環境などについて

は，発声者に全く指示を与えなかった。5個のカテゴリ

/a/, /i/, /u/, /e/, /o/

を各々，$\mathfrak{C}_1, \mathfrak{C}_2, \mathfrak{C}_3, \mathfrak{C}_4, \mathfrak{C}_5$と名付けた日本語単独母音の音声時間波形からパターンφ_mを得るまでの説明は文献(17)の付録1を参照されたい。

第m番目のパターンφ_mは可分なHilbert空間

$\mathfrak{H}=L_2(0,1)\times L_2(0,1]$

の元とみなされ，内積(φ, η)，ノルム$\|\varphi\|$は各々

$$(\varphi, \eta)=\int_1^0 dx_1\int_1^0 dx_2\,\varphi(x_1,x_2)\cdot\overline{\eta}(x_1,x_2)$$

$$\|\varphi\|=\sqrt{(\varphi, \varphi)}$$

ここに，$\overline{\eta}$はηの複素共役

である。第$j\in J=\{1,2,3,4,5\}$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$に帰属するパターンの集合をΦ_jと表わせば，

$\Phi_j=\{\varphi_{5\times(k-1)+j}\mid k=1,2\cdots,6\}$

である。

$P_\alpha=1/30, D=\{1,2,\cdots,30\}$

$\psi_\alpha=\varphi_\alpha$

とおき，式（2．1）の自己共役作用素Hと式（2．2）の射影作用素$\theta_\ell(H)$とを構成した。ここに，

$L=\{1,2,\cdots,25\}$

$S_\ell=\{\lambda_\ell\}$（λ_ℓのみから成る集合）

固有値λ_ℓ（$\ell=1\sim25$）については文献(17)のTab. 2を参照せられたい。また，式（2．3）の完全正規直交系$\{\sigma_k\}$として，2次元walの関数系を選んでいる。また，第$j\in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$の代表パターンω_jとして，

$\omega_j=\varphi_{10+j},\ j=1\sim5$

を選んだ。以上の，より詳細な説明は文献(17)の3．3節，3．4節，付録2にある。更に，式（2．4）の収縮写像Tとして，構造モデル化写像

$\mathfrak{Y}(\cdot)$

$=\Sigma_{\ell\in L}X_\ell(\cdot)\cdot\theta_\ell(H)\xi\|\xi\|^{-1}$

ここに，

$\xi=\Sigma_{j\in J}P(\mathfrak{C}_j)\cdot\omega_j\|\omega_j\|^{-1}$：全カテゴリ集合$\mathfrak{C}=\{\mathfrak{C}_j\mid j\in J\}$上の平均化パターン

$P(\mathfrak{C}_j)$：第$j\in L$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$の生起確率（=1/5）

$X_\ell(\cdot)=\mathrm{sgn}(\mathfrak{F}_\ell(\cdot)-e_\ell)$：2値特徴抽出写像

$\mathfrak{F}_\ell(\cdot)=(f(H)\theta_\ell(H)\cdot,\cdot)$

$/(\cdot,\cdot)$：連続特徴抽出写像

e_ℓ：第$\ell\in L$番目のしきい値で，

$0<e_\ell\leqq\mathfrak{F}_\ell(\xi\|\xi\|^{-1})$

を選んだ。（写像$\ddot{F}(\cdot)$がaxiom 1を満たす収縮写像であることの証明は文献(5)，第Ⅳ部，付録1をみよ。）

6．分散分析法の計算機シミュレーション(2)

30個の日本語単独母音パターン

$\varphi_m, m=1\sim30$

を2分割し，/a/～/o/のカテゴリ別にクラスター化の傾向があるかどうかを調べてみた。即ち，

$q_r=1/30,\ \eta_r=\varphi_r,\ r=1\sim30$

として，定理3．3の内容を計算機シミュレーションしてみた。諸値は次の通りである：

$\Lambda_1=0.00628677$

$\Lambda_2=0.999997$

$\Lambda=0.00628678$

$\widetilde{\mathrm{Th}}(W;\cdot)=0.622309$ □

T（W, TRBF(r)）と書かれてあるTh（W;η_r）の値をr=1～30にわたって，大→小の順に並べて見ると，Fig. 1のようになり，次の事実が判明する†：

/a/, /u/, /e/のパターンはクラスター化の

† このFig. 1でT(W, ・)−WAVEとあるのは$\widetilde{\mathrm{Th}}$(W, ・)のことである。

N	T(W,TRBF(R))			CATEGORY	
1	T(W,TRBF(26))	=	8.47128E-01	/A/	
2	T(W,TRBF(16))	=	8.35112E-01	/A/	/a/の
3	T(W,TRBF(12))	=	8.26040E-01	/I/	クラスタ
4	T(W,TRBF(11))	=	8.26015E-01	/A/	
5	T(W,TRBF(17))	=	8.16023E-01	/I/	
	T(W,.)_WAVE	=	6.22309E-01		
6	T(W,TRBF(5))	=	7.92461E-01	/O/	
7	T(W,TRBF(20))	=	7.92260E-01	/O/	
8	T(W,TRBF(28))	=	7.91025E-01	/U/	
9	T(W,TRBF(6))	=	7.87807E-01	/A/	
10	T(W,TRBF(13))	=	7.81718E-01	/U/	
	T(W,.)_WAVE	=	6.22309E-01		/u/の
					クラスタ
11	T(W,TRBF(23))	=	7.78956E-01	/U/	
12	T(W,TRBF(2))	=	7.78598E-01	/I/	
13	T(W,TRBF(1))	=	7.73996E-01	/A/	
14	T(W,TRBF(3))	=	7.70801E-01	/U/	
15	T(W,TRBF(14))	=	7.68346E-01	/E/	
	T(W,.)_WAVE	=	6.22309E-01		
16	T(W,TRBF(29))	=	7.66633E-01	/E/	
17	T(W,TRBF(7))	=	7.60175E-01	/I/	/e/の
18	T(W,TRBF(24))	=	7.51365E-01	/E/	クラスタ
19	T(W,TRBF(19))	=	7.50039E-01	/E/	
20	T(W,TRBF(4))	=	7.45188E-01	/E/	
	T(W,.)_WAVE	=	6.22309E-01		
21	T(W,TRBF(9))	=	7.38366E-01	/E/	
22	T(W,TRBF(18))	=	7.27061E-01	/U/	
23	T(W,TRBF(30))	=	7.19579E-01	/O/	
24	T(W,TRBF(22))	=	7.17064E-01	/I/	
25	T(W,TRBF(25))	=	6.96952E-01	/O/	
	T(W,.)_WAVE	=	6.22309E-01		
26	T(W,TRBF(8))	=	-9.09161E-02	/U/	
27	T(W,TRBF(21))	=	-9.19834E-02	/A/	
28	T(W,TRBF(10))	=	-9.99429E-02	/O/	
29	T(W,TRBF(15))	=	-1.00115E-01	/O/	
30	T(W,TRBF(27))	=	-1.00180E-01	/I/	

Fig.1　しきい素子Th（W;φm）＝T(W,TRBF(m)), m＝1～30の値を大→小の順に並べたもの。ここに，$\widetilde{\mathrm{Th}}$(W,·) ＝T (W,·) − WAVE

傾向があり，特に/e/はそうである。/i/, /o/はクラスター化の傾向は見られないことがわかる。 □

なお，参考のため，Fig. 2 に，

$$\mathrm{Th}(W;\eta_r)=T(W;\mathrm{TRBF}(r)),\quad r=1\sim 30$$

の値を1次元的にグラフ化したものを示す。

7．多変量解析の計算機シミュレーション(3)

カテゴリ番号 j∈J を一つ固定して，二つのクラス$\mathfrak{C}'_1$, $\mathfrak{C}'_2$を

$$\mathfrak{C}'_1=\{\mathfrak{C}_k \mid k\neq j, k\in J\}\subsetneqq\{\mathfrak{C}_j \mid j\in J\}$$

$$\mathfrak{C}'_2=\{\mathfrak{C}'_j\}$$

とする。$\mathfrak{C}'_1$の内いずれか一つのカテゴリに帰属する訓練パターンの集合は

$$\eta_r, r\in R_1=\{k+5n \mid k\neq j, n=0,1,2,3,4,5\},$$

$$\#(R_1)=24$$

であり，$\mathfrak{C}'_2$内のいずれか一つのカテゴリに帰属する訓練パターンの集合は

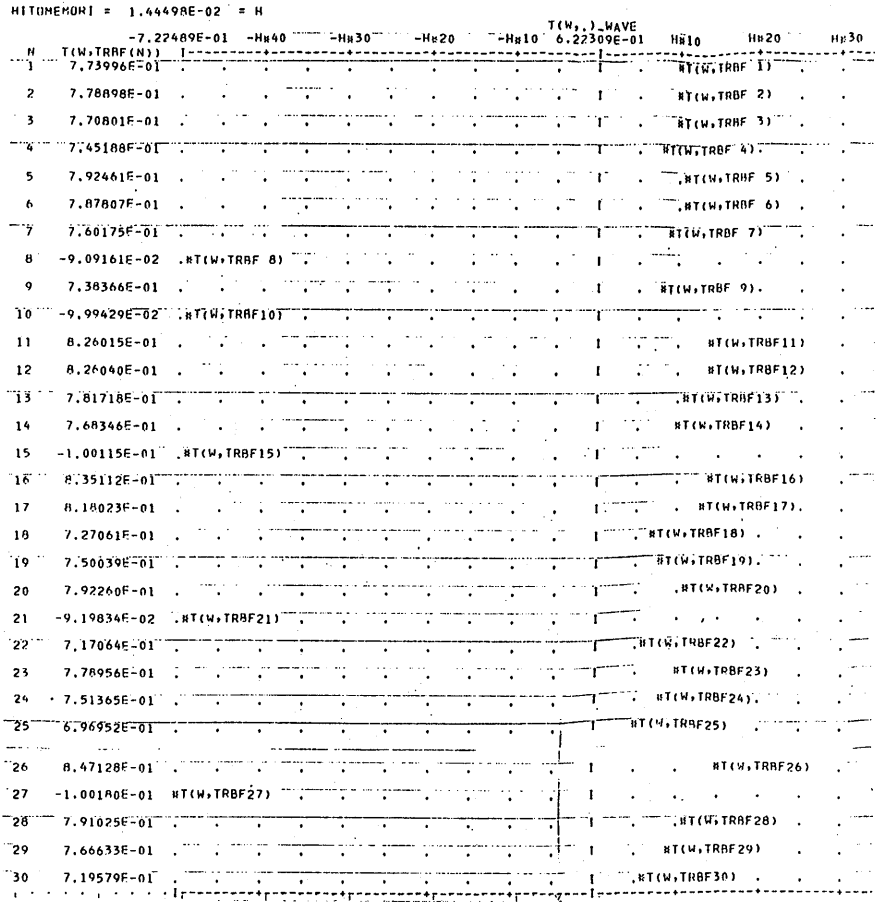

Fig. 2　しきい素子Th（W;φm）＝T（W,TRBF(m)),m＝１～30の値の１次元的グラフ化

$\eta_r, r \in R_2 = \{j+5n \mid n=0,1,2,3,4,5\}$,

$\#(R_2)=6$

である。

以上の条件の下で，j=1，2，3，4，5として，各々の場合の定理4．2の内容に関し，計算機シミュレーションを実行した。

例えば，

j=2

と固定した場合の，定理4．2の諸値は

$\tilde{T}_1 = -1.49570$

$\tilde{T}_2 = -1.36980$

$A = (\tilde{T}_1 - \tilde{T}_2)^2 = 0.0158514$

$\Sigma_{r \in R1}(\tilde{T}_{ir} - \tilde{T}_i)^2 = 0.0774491$

$\Sigma_{r \in R2}(\tilde{T}_{ir} - \tilde{T}_i)^2 = 0.0484597$

$B = \Sigma_{i=1}^{2} \Sigma_{r \in Ri}(\tilde{T}_{ir} - \tilde{T}_i)^2 = 0.125909$

$G = A/B = 0.125896$

であり，得られた重みベクトル

$\vec{W}_2 = \{w_{2\ell} \mid \ell = 1 \sim 25\}$

がFig. 3に示されている。また，

$T_{ir} = Th(w_2\,;\eta_r) = \Sigma_{\ell \in L} w_{2\ell} \cdot v_\ell(\eta_r)$

$= \Sigma_{\ell=1}^{25} w_{2\ell} \cdot v_{ir\ell}, r \in R_i, i=1,2$

の値を　大→小の順に並べたものがFig. 4に示されている。式（2．14）で規定されるしきい値h_2をこのFig. 4から，求めてみると†,

$a_2 = Th(W_2\,;\eta_7) = -1.48403$

$b_2 = Th(W_2\,;\eta_6) = -1.49631$

† Fig. 4の※１，※２を参照。

k	$W_{2\,k+1}$	$W_{2\,k+2}$	$W_{2\,k+3}$	$W_{2\,k+4}$	$W_{2\,k+5}$
0	− 1.56	− 17.0	− 8.30	− 3.53	− 3.97
5	3.03	− 1.40	− 8.09	− 9.99	10.6
10	5.22	− 52.6	2880	− 0.944	− 42.9
15	− 1.35	1066	5312	− 328	1217
20	−1209090	330	2064	169	− 628

Fig. 3 日本語単独母音|i|に対し得られた重みベクトル $\vec{W}_2=\{W_{2\ell}\,|\,\ell=1\sim25\}$

パターン番号 r	しきい素子 $Th(W_2,\ \eta_r)$の値	帰属カテゴリ	パターン番号 r	しきい素子 $Th(W_2,\ \eta_r)$の値	帰属カテゴリ
27	− 1.21234	|i|	24	− 1.50111	|e|
17	− 1.29358	|i|	3	− 1.50152	|u|
14	− 1.32780	|e|	13	− 1.50597	|u|
5	− 1.37492	|o|	20	− 1.51353	|o|
2	− 1.40425	|i|	1	− 1.51630	|a|
12	− 1.41006	|i|	30	− 1.51803	|o|
22	− 1.41454	|i|	9	− 1.53168	|e|
19	− 1.42058	|e|	29	− 1.53251	|e|
11	− 1.43437	|a|	15	− 1.53376	|o|
25	− 1.45177	|o|	23	− 1.53449	|u|
26	− 1.47193	|a|	18	− 1.53578	|u|
28	− 1.47985	|u|	4	− 1.54166	|e|
7	− 1.48403	|i| ※1	8	− 1.54894	|u|
6	− 1.49631	|a| ※2	21	− 1.55754	|a|
10	− 1.49922	|o|	16	− 1.56725	|a|

Fig. 4 日本語単独母音|i|の重みベクトル $\vec{W}_2=\{W_{2\ell}\,|\,\ell=1\sim25\}$ をもつしきい素子 $Tir=Th(W_2\,;\,\eta_r)=\Sigma_{\ell\in L}W_{2\ell}\cdot V_\ell(\eta_r)=\Sigma_{\ell=1}^{25}W_{2\ell}\cdot Vir\ell$, $r\varepsilon Ri$, $i=1,\ 2$ の値を大→小の順に並べたもの

$h_2=(a_2+b_2)/2=-1.49017$

となる。

なお，ちなみに，同様にして，式（2. 14）で規規定されるしきい値 $h_j, j=1\sim5$ を求めたものがFig. 5に示されている。

さて，不等式（2. 15）が満たされているのは，j＝1～5の内

$j=1$(/a/)

の場合のみである。従って，/a/～/o/の内，

h_1	0.01225
h_2	− 1.490
h_3	3.088
h_4	2.962
h_5	− 1.255

Fig. 5 五個の日本語単独母音カテゴリ |a|，|i|，|u|，|e|，|o| に対する五個の大分類関数内のしきい値 $h_1\sim h_5$ の値

日本語単独母音カテゴリ/a/が最も類別しやすいといえよう。ちなみに，

カテゴリ $\mathfrak{C}_j$ に帰属しないパターズ η_r について，不等式

$Th(W_j\,;\eta_r)>a_j$（カテゴリ $\mathfrak{C}_j$ に帰属するパターン η_s に対する $Th(W_j\,;\eta_s)$ の最小値）（7. 1）

を満たすパターン η_r は次の通りである：

(i)j＝2(/i/)の場合

η_{14}(/e/)，η_5(/o/)，η_{19}(/e/)，η_{11}(/a/)，η_{25}(/o/)，η_{26}(/a/)，η_{28}(/u/)の7個

(ii)j＝3(/u/)の場合

η_6(/a/)，η_9(/e/)，η_{30}(/o/)，η_{16}(/a/)，η_2(/i/)，η_{29}(/e/)，η_{25}(/o/)の7個

(iii)j＝4(/e/)の場合

η_7(/i/)，η_{25}(/o/)，η_{30}(/o/)，η_{22}(/i/)，η_{18}(/u/)，η_{17}(/i/)，η_5(/o/)，η_3(/u/)，

η_{20}(/o/), η_{28}(/u/), η_{15}(/o/), η_{1}(/a/), η_{13}(/u/)の13個

(iv)j=5(/o/)の場合

η_{19}(/e/), η_{18}(/u/), η_{17}(/i/), η_{7}(/i/), η_{4}(/e/), η_{9}(/e/)の６個 □

この内，計算機シミュレーション済[9]の構造受精法では，

j=2(/i/)の場合

η_{5}(/o/), η_{19}(/e/)の２個

j=3(/u/)の場合

η_{9}(/e/), η_{16}(/a/), η_{29}(/e/)の３個

j=4(/e/)の場合

η_{7}(/i/), η_{22}(/i/), η_{17}(/i/)の３個

j=5(/o/)の場合

なし

が各々，/i/, /u/,/e/,/o/ に誤認識される。

上記の事実は，大分類関数SGNの，訓練パターン集合による適応的構成が良好な認識の働きの達成にとって基本的に重要な役割を果すことを示していると考えられる。

8．むすび

不動点形構造受精認識法[5],[8],[9]では，axiom 1， 7， 9を各々満たす

収縮写像T，類似度関数SM,

大分類関数SGN

という三機能要素の，対象とするパターン集合に適切な適応的構成が良好な認識の働きの確保に基本的に重要である。

大分類関数SGNの適応的構成にはこれ以上良好な決定法が存在しないといわれる「ニューラルネットワーク情報処理での手法（例えば，誤差逆伝播法)」があるが，線形の範囲内では多変量解析的手法も捨てたものではないというのが本研究の，計算機シミュレーション結果からの結論である。もっとも，線形の範囲内では，多層パーセプトロンのパターン分離機能は多変量解析のもつ機能と同等であることが示されている[20]けれども。

文献

(1) 鈴木昇一：認識工学(上)，柏書房，1975－02

(2) 鈴木昇一：収縮写像に関する一考察，情報研究（文教大学情報学部)，Vol.6，1985－12, pp.19－30

(3) 鈴木昇一：認識プログラム FERT のリスト論的形式体系における表現，情報研究（文教大学情報学部)，Vol.8，1987－12，pp.1－12

(4) 鈴木昇一：収縮写像の構成用空間回路とその計算機シミュレーション，情報研究（文教大学情報学部)，Vol.9，1988－12，pp.17－28

(5) 鈴木昇一：パターン認識の数学的理論,

第Ⅰ部（考え方，PRL84－6，pp.1－10，1984－05）

第Ⅱ部（認識抽象と公理系・定理系，PRL84－30，pp.65－74，1984－07）

第Ⅲ部（認識抽象と不動点諸定理，PRL84－38, pp.65－73，1984－09）

第Ⅳ部（パターンの素領域，PRL85－27，pp.1－10，1985－09）

第Ⅴ部（認識停止と認識同値，PRU86－8, pp.65－74，1986－05）

第Ⅵ部（類似度関数の三構成法，PRU86－35, pp.51－60，1986－07）

第Ⅶ部（類似度関数の実現と解析，PRU86－69, pp.1－8，1986－12）

第Ⅷ部（大分類関数の自己組織化，PRU87－1, pp.1－8，1987－05）

第Ⅸ部（帰属関係あいまい度と認識情報量, PRU87－28，pp.1－10，1987－07）

第Ⅹ部（mixture条件の研究，PRU88－30，pp.1－8，1988－07）

第XⅠ部（認識プログラム FERT の近似の鎖, PRU89－1，pp.1－8，1989－05）

第XⅡ部（ポテンシャル関数による認識過程の評価，AI89－38，pp.1－8，1989－07）

第XⅢ部（認識プログラム $FERT_D$ の不動点認識定理，PRU89－40，pp.1－8，1989－09）

第XⅣ部（線形帰属係数法と諸基本定理, PRU89－66，pp.1－8，1989－11）

第XⅤ部（パターンの構造的類似性をもたらす４種類の収縮写像，PRU89－77，pp.1－8, 1989－12),

第XⅥ部（コネクショニスト・モデルと収縮写像，PRU　－　，pp.　－　，1990－03）

電子(情報）通信学会技術研究報告［パター

ン認識と学習，パターン認識・理解，人工知能と知識処理]
(6) 松原望：意志決定の基礎，朝倉書店，1978
(7) R. L. Mattson, J. E. Dammann：A Technique for Determining and Coding Subclasses in Pattern Recognition Problems, IBM Journal, 1965–07, pp.294–302.
(8) 鈴木昇一：パターン情報処理における構造受精法，電子通信技術研究報告［パターン認識と学習］，Vol.81，No.74，PRL81－27，1981－07，pp.51－58
(9) 鈴木昇一：平均類似度を用いた構造受精法による日本語単独母音の認識，電子通信技術研究報告［パターン認識と学習］，Vol.82，No.31，PRL82－4，1982－05，pp.25－32
(10) 岡田敏彦，富田真吾：正規直交判別ベクトルの計算法，電子通信学会論文誌，Vol.J65－A，No.11，1982－11，pp.1190－1191
(11) 川端豪，牧野正三，城戸健一：判別分析による音素の特徴抽出，電子通信学会論文誌，Vol.J65－A，No.12，1982－12，pp.1278－1285
(12) L. Bobrowski, W. Niemiro：A Method of Synthesis of Linear Discriminant Function in the case of Nonseparability, Pattern Recognition, Vol.17, No.2, 1984, pp.205–210.
(13) Adam Jozwik：A Recursive Method for the Investigation of the Linear Separability of two sets, Pattern Recognition, Vol.16, No.4, 1983, pp.429–431.
(14) 岡田敏彦，津脇努，富田真吾：クラスタリングを用いた非線形特徴抽出器の設計，電子通信学会論文誌，Vol.J68－A，No.1，1985－01，pp.54－61
(15) 市野学：判別関数のための最適な特徴選出法，電子通信学会論文誌 D－II，Vol.J72－D－II，No.1，1989－01，pp.49－55
(16) 吉田耕作：近代解析（基礎数学講座20），共立出版，1963－12
(17) 鈴木昇一：連想形記憶器 MEMOTRON と日本語母音系列の再生に関する計算機シミュレーション，情報研究（文教大学情報学部），Vol.7，1986－12，pp.14－29
(18) 鈴木昇一：測度的不変量検出形認識系の構成理論，電子通信学会論文誌(D)，Vol.55－D，No.8，1972－08，pp.531－538
(19) 柳井晴夫，高根芳雄：多変量解析法，朝倉書房，1979－07
(20) P. Gallinari, S. Thiria, F. Fogelman Soulie：Multilayer Perceptrons and Data Analysis, Proc. of IEEE ICNN (Annual International Conference on Neural Networks) 88, 1988, pp.I–391–399.