帰属係数法に基づく類似度，帰属関係あいまい度，認識情報量の計算機シミュレーション

鈴 木 昇 一

Similarity, Membership Equivocation and Amount of Recognitive Information Relating to Membership Coefficient Method and its Computer Simulation

Shoichi Suzuki

We point out three following matters : （1）It does not necessarily follow that a similarity-measure is defined between two any patterns. （2）The measure have only to be defined between any pattern and a typical pattern of any category. （3）The measure have to be defined using a perceptual representation of any pattern, that is, a model of any pattern.

It is the purpose of the present paper to propose by the use of membership-coefficients the measure which satisfies three above matters and to compute by means of a computer simulation membership-equivocations and amounts of recognitive information of isolated Japanese vowels as input patterns. The equivocation is defined as an entropy function of the measure, and the amount as a Kullback discriminant function of the measure.

We pay attention to the following request : An amount of selfinformation must be obtained as a logarithmic function of the reciprocal of an occurrence-probability of a category if a system recognizes that an input pattern belongs to the category. The request can be explained sufficiently with such an amount of recognitive information.

1. まえがき

情報が表現されているものの代表的な２つの例は，

ことば（words）[15]，**記号**（symbol）

と

もの（objects）[15]，**パターン**（pattern），信号（signal）

とである。前者の“ことば”は記号を操作する言語的世界にあって環境から独立した内部表現（概念）をもつが，後者の“もの”は前概念的（subconceptual）あるいは前記号的

(subsymbolic) と呼ばれるレベルの存在[17]であり，物理的世界と何んらかの対応関係がある知覚的世界の中にあって，ある位置を占め，色，形，大きさ，音色，pitch，loudness，その他などの属性をもつ存在である。

古き良き“人口知能学”(古典的計算主義) は**記号**の操作を通じて知能の働き (人間の行っている認知，記憶，学習，思考といった心理的活動) を実現しようとし，新しい“人工知能学”(コネクショニズム，connectionism) は興奮／抑制のリンクだけで結合された多数のユニットのネットワーク上の信号の伝播を通じて，知能の働きを実現しようとしている。

見かけの上で形を変えても同一物であると認知するという“知覚的カテゴリ化”はあくまで，意味 (meaning) を奪われた正常な知覚現象 (normal percept) をもたらす入力情報のカテゴリ化機構によってなされ，意味ネットのような意味的分析から得られる記憶表象をもたらす意味的カテゴリ化と区別することが必要とされる。

2つ以上の“もの”を同一のものとみなすカテゴリ化機能 (categorization) を研究する際に注意しておくことは次の仮定である：「もの」と「ことば」の「知覚的」カテゴリ化は各々の独立の記憶機構で行われ，「もの」の世界と「ことば」の世界とは統合がなされていないが，各々の「意味的」カテゴリ化の段階においては何かを接点としてつながっており，「もの」の世界と「ことば」の世界の統合がなされているとの仮定が有望視されている[15]。

ここで，カテゴリの定義を述べておこう：何らかの基準において等価な対象の集まりをカテゴリという。われわれに同じであると知覚・認知されたものが同一の名前で呼ばれるが，この名前がカテゴリ名である。

等価なものに同一名を与えるという原則に従っても，何を基準にある一群の「もの」に同一名称 (カテゴリに与えられたカテゴリ名) が付与されるのかは決して明らかでない。しかしながら，本研究では，この基準を「もの」ψ のあるカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ に関する**類似度** (similarity measure)

SM (ψ, ω_j)

と考えよう。ここに，ω_j は $\mathfrak{C}_j$ の典型的諸性質を備えた代表パターン ($\mathfrak{C}_j$ の典型例) である。

一つのカテゴリと今一つの別のカテゴリの間には境界がない場合があり，このことはともかくとして，ある「もの」があるカテゴリに帰属するかどうか (あるものがあるカテゴリの成員かどうか) の判断には，その「もの」がもつ属性とその属性値が手掛かりとして使用されていると思われるが，各成員としての「もの」(pattern) は，そのカテゴリの成員としての典型性の程度によって順序づけられていると仮定すると，この典型性の程度が類似度ということになる。

パターン $\psi \in \Phi$ の，ある一つのカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ (第 $j \in J$ 番目のカテゴリ名) に関する類似度 SM (ψ, ω_j) を構成するにあたって，次の**2つの注意点**を配慮することが望ましい。

注意点(1) (clustering：密集化) 手掛かり k がある一つの今注目しているカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ 内の多くの成員に共通する属性であればあるほど，この手掛かり k はカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の手掛かりとしての妥当性が高い。

注意点(2)(separation：分離化)ある一つの，今注目しているカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ 以外のカテゴリ $\mathfrak{C}_k$ ($k \neq j$) の手掛かりであることが少なければ少ないほど，$\mathfrak{C}_j$ の手掛かりとしての妥当性が高い。

本研究では，以上の2注意点を満たす類似度の構成法として，帰属係数法†を説明し，この類似度から定義される帰属関係あいまい度†，認識情報量†の計算機シュミレーション結果が報告される。

---

† 多数の数理的な諸性質については文献(1)のⅥ部，第Ⅶ部，第Ⅸ部で指摘されている。

2．類似度の3構成法[(1), Ⅵ]

パターン ψ の集まり Φ はある可分な Hilbert 空間 $\mathfrak{H}$ の部分集合であるとしよう。$\mathfrak{H}$ の内積，ノルムは各々

(ψ, η), $\|\psi\|=\sqrt{(\psi, \psi)}$

ここに，$(a\psi, \eta)=a(\psi, \eta)\in Z$, $a\in Z$, $\psi\in\mathfrak{H}$, $\eta\in\mathfrak{H}$, Z は複素数体

であるとしよう。各パターン $\psi\in\Phi$ は少なくとも一つのカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ に帰属するかも知れないとしよう。ここに，$\mathfrak{C}_j$ は第 $j\in J$ 番目のカテゴリである。

$\mathfrak{C}_j$ のもつ典型的諸性質を代表しているパターンを $\omega_j\in\Phi$ としよう。

$\Omega=\{\omega_j \mid j\in J\}\subset\Phi$

は全カテゴリ集合

$\mathfrak{C}=\{\mathfrak{C}_j \mid j\in J\}$

と1対1対応をもつ代表パターンの集合である。

パターン $\psi\in\Phi$ と代表パターン $\omega_j\in\Omega$ との間に，以下の類似・相違性の表現に関する解釈を可能にする**類似度関数**（similarily-measure function）

$SM: \Phi\times\Omega\rightarrow\{s \mid 0\leqq s\leqq 1\}$

ここに，

$\Phi\times\Omega=\{<\psi, \omega_j> \mid \psi\in\Phi, \omega_j\in\Omega\}$（直積，direct product）

が次の axiom 7[(1), Ⅵ]を満たすように定義されているとする。

〔類似・相違性（similarities or differences）の表現〕

パターン ψ が代表パターン ω_j に似ていればいるほど，類似度 $SM(\psi, \omega_j)$ の値は1に近づき，しかも，ψ が ω_j に異なっていればいるほど $SM(\psi, \omega_j)$ の値は0に近づき，特に，

$SM(\psi, \omega_j)=1$ のとき，二つのパターン ψ, ω_j の間に確定的な類似性がある

といい，

$SM(\psi, \omega_j)=0$ のとき，確定的な相違性がある

という。

<u>Axiom 7</u> [(1), Ⅵ]

(i) $\forall j\in J$, $SM(\omega_j, \omega_j)=1$

(ii) $\forall i$, $\forall j(i\neq j)\in J$, $SM(\omega_i, \omega_j)=0$

(iii) $\forall\psi\in\Phi$, $\forall j\in J$, $0\leqq SM(\psi, \omega_j)\leqq 1$, $\Sigma_{j\in J}SM(\psi, \omega_j)=1$

(iv) $\forall\psi\in\Phi$, $\forall j\in J$, $SM(T\psi, \omega_j)=SM(\psi, \omega_j)$

ここに，パターン $\psi\in\Phi$ に次の axiom/[(1), Ⅱ]を満たすように構成される写像（**収縮写像**と呼ばれる）

$T: \Phi\rightarrow\Phi$

を作用させて得られる像 $T\psi\in\Phi$ はある観点からもとのパターン ψ のもつ構造を簡約的に表現

したものであって，パターン ψ の**知覚表象**（知覚モデル）に対応するものである。

Axiom 1 [(1), Ⅱ]

(i)　$0 \in \Phi$ であって，0はTの不動点である：$T \cdot 0 = 0$

(ii)　（吸収法則，absorptive law）
$\forall \psi \in \Phi$，$\forall a(=$定数$)>0$，$T(a\psi)=T\psi$（$a\psi$，ψ のTによる像 $T(a\psi)$，$T\psi$ は等しい。）

(iii)　（ベキ等法則，idempotent law）
$\forall \psi \in \Phi$，$TT\psi = T\psi$（$T\psi$ はTの不動点である）

(iv)　$T\psi \neq 0$ なる $\psi \in \Phi$ が存在する。

備考：もし，パターン ψ が第 $j \in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$（その代表パターンは ω_j）に帰属すると判断されたとき，ψ は $\mathfrak{C}_j$ に意味的カテゴリ化され得，$T\omega_j$ と帰属カテゴリ番号リスト〔j〕との対リスト

$<T\omega_j$，〔j〕$>$

が ψ の**記憶表象**（記憶モデル）に対応すると考える。パターン η とその帰属カテゴリの候補のリスト γ との対リスト $<\eta$，$\gamma>$ があるパターンの表象である，という前提の下で考えている。

対象に関し視覚失認の患者は見るものの弁別ができ，かつ複数のサンプルのなかから同一または類似のものを選びだすことができ，さらに，見ている対象を描くことすらできるが，しかしながら，その対象に名をつけることができない。これは正しい名を見いだせないからではなく，見ているものが何であるかを理解できないからである。この視覚失認は，意味のある対象をその「もの」として正しく認知（recognition）することの障害（知覚表象が形成されないことの障害かその視覚表象へのアクセスの障害），つまり**知覚的カテゴリ化**の障害ではなく，その記憶表象が形成されないことの障害かその記憶表象へのアクセスの障害，つまり**意味的カテゴリ**（semantic category）**化**の障害であると考えられている[15]。　（備考・終）

パターン認識の数学的理論[1]は，axiom 7 [(1), Ⅵ]を満たす以下の3種類の類似度を提案している。

Ⅰ．内積形類似度の一般化

パターン $\psi \in \Phi$ がある一つのカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の代表パターン ω_j と似ていれば似ている程，大きい値をとる類似性尺度（内積型類似度）の一般化である。

ψ と ω_j との間の類似性の尺度と考えられる

$(\psi,\ \omega_j)/[\|\psi\| \cdot \|\omega_j\|]$

（Schwarz の不等式から暗示された規格化内積）

あるいは

$(\psi,\ \omega_j)/[\|\psi\|^2+\|\omega_j\|^2-(\psi,\ \omega_j)]$

（タニモトの尺度）

あるいは

$|(\psi,\ \omega_j)/[\|\psi\| \cdot \|\omega_j\|]|^2$

（鈴木の提案した[9], [11], [2], [3], [4], [12]測度的不変量形**平均類似度**）

の一般化であって，詳細は文献(1)，Ⅵ部，theorem 3.2（類似度関数 SM の構成定理Ⅰ）を参照のこと。

備考：鈴木の平均類似度は結果としては規格化内積の絶対値の自乗であるが，次の様な意味合いを持っている。

任意の $\eta \in \mathfrak{H}$ に対し，

$P_{[\omega j]}\eta = (\eta,\ \omega_j \| \omega_j \|^{-1})\,\omega_j \| \omega_j \|^{-1}$

と定義される作用素 $P_{[\omega j]}$ は ω_j のみから張られる1次元部分空間〔ω_j〕への射影作用素（自己共役作用素の特別な形）であって，

$(P_{[\omega j]}\,\psi \| \psi \|^{-1},\ \psi \| \psi \|^{-1})$

$= |(\psi \| \psi \|^{-1},\ \omega_j \| \omega_j \|^{-1})|^2$

$= |(\psi,\ \omega_j)/[\| \psi \| \cdot \| \omega_j \|]|^2$

は自己共役作用素 $P_{[\omega j]}$ とノルム規格化パターン $\psi \| \psi \|^{-1}$ とから規定された測度的不変量（平均類似度）であって，ψ が〔ω_j〕へ含まれている程度を表わしている量である。（備考・終）

Ⅱ．ノルム距離型類似度の一般化

パターン $\psi \in \Phi$ がある一つのカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の代表パターン $\omega_j \in \Omega$ と似ていれば似ている程小さい値をとる類似性尺度（ノルム距離型類似度）の一般化である。

$\psi \| \psi \|^{-1}$ と $\omega_j \| \omega_j \|^{-1}$ との間のノルム距離

$\| \psi \| \psi \|^{-1} - \eta \| \eta \|^{-1} \|$

$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{1 - \mathrm{Re}[(\psi,\ \eta)/\{\| \psi \| \cdot \| \eta \|\}]}$

ここに，Re〔……〕は……の実部の意の一般化であって，詳細は文献(1)，Ⅵ部，theorem 4.1（類似度関数 SM の構成定理Ⅱ）を参照のこと。

Ⅲ．1次従属性類似度の一般化

上述の構成法Ⅰ，Ⅱは類似度関数 SM を構成するに際し，第1章で指摘された注意点(1)，(2)の内，(1)を満たすようにしか実現できないが，次の構成法Ⅲは(1)，(2)双方を満たすように実現できる。

本構成法Ⅲは，パターン $\psi \in \Phi$ に関し，

$\| \psi \| \psi \|^{-1} - \Sigma_{k \in J}\, u_k \cdot \omega_k \| \omega_k \|^{-1} \|$

を最小にするように，表現

$\psi \| \psi \|^{-1} = \Sigma_{k \in J}\, u_k \cdot \omega_k \| \omega_k \|^{-1} + \varphi,\ \forall j \in J,\ (\omega j \| \omega j \|^{-1},\ \varphi) = 0$

を許す各係数 u_k とパターン $\psi \in \mathfrak{H}$ を求め，u_j を ψ と第 $j \in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の代表パターン ω_j との間の類似度とみなすことの一般化である。

〔定理 2.1〕（類似度関数 SM の構成定理Ⅲ）(1)，Ⅵ部，theorem 5.9

次の i ～iv での変換を用いて，パターン $\psi \in \Phi$ の線形帰属係数 $q_j(\psi)$ の組を出発点とし，$q_j(\psi)$，$C_j(\psi)$，$a_j(\psi)$，$\alpha_j(\psi)$，$SM(\psi,\ \omega_j)$

という順序で構成された組

$SM(\psi,\ \omega_j)$，$j \in J$

は axiom 7 を満たす。

さて，パターン $\psi \in \Phi$ に関し

$\| T\psi \| T\psi \|^{-1} - \Sigma_{k\in J} q_k \cdot T\omega_k \| T\omega_k \|^{-1} \|$

を最小ならしめる1次結合

$\Sigma_{k\in J} q_k \cdot T\omega_k \| T\omega_k \|^{-1}$

の係数（coefficient of linear combination）q_k を

$q_k(\psi)$

と書き，パターン $\psi \in \Phi$ の第 $k\in J$ 番目の**線形帰属係数**（linear membership coefficient），あるいは帰属係数という。

〔定理 2.2〕（最小ノルム距離近似定理）(1), Ⅵ, theorem 5.2

複素係数 q_k の組 $\{q_k \mid k\in J\}$ が

$\| T\psi \| T\psi \|^{-1} - \Sigma_{k\in J} q_k \cdot T\omega_k \| T\omega_k \|^{-1} \|$

を最小にするとすれば，

$\forall j\in J,\ (T\omega_j \| T\omega_j \|^{-1},\ T\psi \| T\psi \|^{-1} - \Sigma_{k\in J} q_k \cdot T\omega_k \| T\omega_k \|^{-1}) = 0$

が成立し，係数 q_k の組は連立1次方程式

$\Sigma_{k\in J}(T\omega_j \| T\omega_j \|^{-1},\ T\omega_k \| T\omega_k \|^{-1}) \cdot \overline{q_k}$

$= (T\omega_j \| T\omega_j \|^{-1},\ T\psi \| T\psi \|^{-1}),\ j\in J$

を満たす。ここに，$\overline{q_k}$ は q_k の共役複素数である。

また，この方程式の解 q_k を $q_k(\psi)$ と書けば，近似誤差の自乗評価

$\| T\psi \| T\psi \|^{-1} - \Sigma_{k\in J} q_k(\psi) \cdot T\omega_k \| T\omega_k \|^{-1} \|^2$

$= 1 - \Sigma_{m\in J}(T\psi \| T\psi \|^{-1},\ T\omega_m \| T\omega_m \|^{-1})$

$\cdot \overline{q_m(\psi)}$

が成り立つ。よって，$T\psi \| T\psi \|^{-1}$ の次の表現が成り立つ：

$T\psi \| T\psi \|^{-1}$

$= \Sigma_{k\in J} q_k(\psi) \cdot T\omega_k \| T\omega_k \|^{-1} + \phi$,

ここに，

$\forall j\in J,\ (T\omega_j \| T\omega_j \|^{-1},\ \phi) = 0$

さて，上で指摘した4種類の量

$C_j(\psi),\ a_j(\psi),\ \alpha_j(\psi),\ SM(\psi,\ \omega_j)$

は次のように定義される。

(i)

$$C_j(\psi) = \begin{cases} 0 & \text{if } \Sigma_{m\in J} |q_m(\psi)|^2 = 0 \\ |q_j(\psi)|^2 / \Sigma_{m\in J} |q_m(\psi)|^2 & \text{otherwise} \end{cases}$$

この $C_j(\psi)$ をパターン ψ の自乗帰属係数ということがある。

(ii) 不等式

$0 < \varepsilon_1 < \varepsilon_2 < 1$

を満たす二つの助変数 ε_1, ε_2 を用いて†

---

† 助変数 ε_1, ε_2 の決定法については，文献(1)，Ⅶ部，定理 3.1 をみよ。

$$a_j(\psi)=\begin{cases}1 \text{ if } 1-\varepsilon_1 \leqq C_j(\psi) \\ C_j(\psi) \text{ if } 1-\varepsilon_2 < C_j(\psi) < 1-\varepsilon_1 \\ 0 \text{ if } C_j(\psi) \leqq 1-\varepsilon_2\end{cases}$$

(iii)

第 $j \in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の生起確立 $p(\mathfrak{C}_j)$ に関し

$0 < p(\mathfrak{C}_j)$, $\Sigma_{j \in J}\, p(\mathfrak{C}_j) = 1$

が成立しており，

$$\alpha_j(\psi)=\begin{cases}p(\mathfrak{C}_j)\cdot C_j(\psi) \\ \qquad\qquad \text{if } \mathrm{MAX}_{k\in J}\, a_k(\psi)=\mathrm{MIN}_{k\in J}\, a_k(\psi) \\ p(\mathfrak{C}_j)\cdot a_j(\psi) \quad \text{otherwise}\end{cases}$$

(iv)

$$\mathrm{SM}(\psi,\ \omega_j)=\begin{cases}p(\mathfrak{C}_j) \quad \text{if } \Sigma_{k\in J}\,\alpha_k(\psi)=0 \\ \alpha_j(\psi)/\Sigma_{k\in J}\,\alpha_k(\psi) \quad \text{otherwise}\end{cases}$$

3．収縮写像 T の選定

パターン $\psi \in \Phi$ の知覚表象としての，axiom 1 [(1), II] を満たす収縮写像 $T: \Phi \to \Phi$ による象 $T\psi$ の意味については第 2 章で説明された。ここに，Φ は処理しようとするパターン ψ の集合である。

本計算機シュミレーションでは，収縮写像 T として，パターン $\psi \in \Phi$ から抽出する第 $\ell \in L$ 番目の特徴量（**測度的不変量**）[(12)]

$\mathfrak{F}_\ell(\psi) \equiv (f(H)\cdot\theta_\ell(H)\psi,\ \psi)/(\psi,\ \psi)$

を 0 あるいは 1 に 2 値化するのに必要とされるしきい値 e_ℓ に，訓練パターン集合（処理対象とするパターン ψ の集合 Φ の部分集合）に関する適応化の機能（各訓練パターンがいかなるカテゴリに帰属しているかという情報を間接的に反映させる機能）[(1), IVIII, 付録] をもたせることの可能な写像

$\mathfrak{Y}(\cdot)=\Sigma_{\ell\in L}\, y_\ell(\cdot)\cdot\theta_\ell(H)\xi\,\|\xi\|^{-1}$

を選んだ[(12)]。

つまり，

$T\psi=\mathfrak{Y}(\psi)$, $\psi \in \Phi$

と選定した。ここに，e_ℓ は不等式

$0 < e_\ell \leqq \mathfrak{F}_\ell(\xi\,\|\xi\|^{-1})$

を満たし，パターン $\psi \in \Phi$ から抽出される，第 $\ell \in L$ 番目の 2 値特徴量 $y_\ell(\psi)$ は

$y_\ell(\psi) \equiv \mathrm{sgn}(\mathfrak{F}_\ell(\psi)-e_\ell)$

と定義されている。

$\xi \equiv \Sigma_{j\in J}\, p(\mathfrak{C}_j)\cdot\omega_j\|\omega_j\|^{-1}$

はカテゴリ集合 $\mathfrak{C}=\{\mathfrak{C}_j \mid j \in J\}$ 上の平均化パターンと称せれものであり，

$\mathrm{sgn}(u)=0$ if $u<0$, $=1$ if $u \geqq 0$.

上述で登場した3要素である

自己共役作用素H

Hの関数としての，第 $\ell \in L$ 番目の自己共役作用素（実は射影作用素）$\theta_\ell(H)$

Borel可測関数 $f(\lambda)$

については以下の様に選んだ。

$f(\lambda)=\lambda$，つまり $f(H)=H$

であり，各 $\theta_\ell(H)$ については，3条件

$\theta_k(H)\cdot\theta_\ell(H)=0 \quad (k\neq l)$

$\theta_\ell(H)\neq 0$，$\theta_\ell(H)\neq I$（恒等作用素）

$\Sigma_{\ell\in L}\,\theta_\ell(H)=I$

を満たすように，

$\theta_\ell(H)\psi=(\psi,\ \eta_\ell)\eta_\ell$

ここに，η_ℓ は自己共役作用素Hの，第 $\ell \in L$ 番目のノルム規格化固有ベクトル

と選んだ。

自己共役作用素Hは鈴木昇一の提案した**平均類似度法**[9], [11], [12], [2], [3], [4]に従い，次のように選んだ。

パターン集合 Φ から抜き取ってきた第 α 番目のサンプルパターン $\psi_\alpha\in\Phi$ とその生起率 p_α を導入し，

$\sup_{\alpha\in D}\|\psi_\alpha\|<\infty$，$\Sigma_{\alpha\in D}\,P_\alpha<\infty$

が満たされているとする。このとき，Hを

$$H\psi\equiv\Sigma_{\alpha\in D}\,p_\alpha(\psi,\ \psi_\alpha\|\psi_\alpha\|^{-1})\cdot\psi_\alpha\|\psi_\alpha\|^{-1} \tag{3.1}$$

と選んだ。

上述の自己共役作用素Hの固有値 λ_n，ノルム規格化固有ベクトル η_n は次のように求まる[9]。

$\mathfrak{H}$ での高々可算個から成る完全正規直交系 $\{\sigma_j\}$ を用いて

$$\eta_k=\Sigma_{j=1}^{\infty}\ \xi_{kj}\ \sigma_j \tag{3.2}$$

と表される。ここに，第j行第k列の要素 b_{jk} を

$b_{jk}=\Sigma_{\alpha\in D}P_\alpha(\psi_\alpha,\ \sigma_j)\cdot\overline{(\psi_\alpha,\ \sigma_k)}$

$\quad /\Sigma_{p=1}^{\infty}\ |(\psi_\alpha,\ \sigma_p)|^2$

とする行列（b_{jk}）の第k番目のノルム規格化固有ベクトルが

$\xi_k=(\xi_{k1},\ \xi_{k2},\ \cdots)$ の転置ベクトル

であるとしている。$\overline{(\psi_\alpha,\ \sigma_k)}$ は（ψ_α，σ_k）の共役複素数である。行列（b_{jk}）の第n番目の固有値 μ_n はHの固有値 λn と等しく，

$H\eta_k=\lambda_k\eta_k$

を満たす λ_k は，固有値方程式

$\Sigma_{k=1}^{\infty}\ b_{jk}\cdot\xi_{nk}=\lambda_n\xi_{nj}$

の解である。

また，第 $\ell\in L$ 番目の射影作用素 $\theta_\ell(H)$ として，一般的には

$\theta_\ell(H)\psi=\Sigma_{\lambda k\in S\ell}(\psi,\ \eta_k)\eta_k$

を採用することができる。

4．帰属関係あいまい度，認識情報量

パターン分類・認識法の基本は，（パターン集合から抽出される）データ（属性値，特徴値）の分布の不確かさを表すエントロピー（Shannon 流平均情報量）が最大限に減少する属性（特徴）を，毎回選択することによって決定木を作成することであろう。この種のエントロピーに相当するのが本研究での帰属関係あいまい度 EQUI$\{\mathfrak{C}/\psi\}$ である。

鈴木によって提出されつつある“パターン認識の数学的理論(1)”では，

「パターン $\psi\in\Phi$ が第 $j\in J$ 番目のカテゴリ $Z_j\in Z$ に帰属する」 (4.1)

と認識推断されたとき，

「$-\log_e p(\mathfrak{C}_j)$ という情報量が得られる」 (4.2)

という性質をもつ認識情報量の定義を提案している。ここに，Z_j の生起確率は $p(Z_j)$ であるとしている。

パターン $\psi\in\Phi$ の，カテゴリ集合 $\mathfrak{C}=\{\mathfrak{C}_j\mid j\in J\}$ に関する**認識情報量**（amount of recognition information）

REIN$\{Z/\psi\}$

は，ψ の類似度分布

$\{SM(\psi,\ \omega_j)\mid j\in J\}$

ここに，$0\leqq SM(\psi,\ \omega_j)\leqq 1$

$\Sigma_{j\in J}SM(\psi,\ \omega_j)=1$

の，カテゴリ生起分布

$\{p(\mathfrak{C}_j)\mid j\in J\}$

ここに，$0<p(\mathfrak{C}_j)<1$

$\Sigma_{j\in J}p(\mathfrak{C}_j)=1$

からの離反度として，“Kullback の情報量”の形で，

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{REIN}\{\mathfrak{C}/\psi\}\\
&\equiv\Sigma_{j\in J}SM(\psi,\ \omega_j)\log_e[SM(\psi,\ \omega_j)/p(\mathfrak{C}_j)]\\
&=-\Sigma_{j\in J}SM(j,\ \omega_j)\cdot\log_e p(\mathfrak{C}_j)\\
&\quad-\mathrm{EQUI}\{\mathfrak{C}/\psi\}
\end{aligned}
$$

と定義されている。ここに，

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{EQUI}\{\mathfrak{C}/\psi\}\\
&\equiv\Sigma_{j\in J}SM(\psi,\ \omega_j)\log_e[SM(\psi,\ \omega_j)
\end{aligned}
$$

は，

パターン $\psi\in\Phi$ の，ある一つのカテゴリへの成員らしさ（membership）の程度，帰属の程度（帰属関係）を反映している量

であって，

帰属関係あいまい度（membership equivocation）

といわれる。EQUI$\{\mathfrak{C}/\psi\}$ の値が大きくなればなるほど，パターン $\psi\in\Phi$ を正認識するのが困難になることは次の定理 4.1 などからある程度理解できよう†。

---

† EQUI，REIN についてのその他の諸性質については，文献(1)，IX 部を参照のこと。

〔定理 4.1〕[(1), Ⅳ, 定理 3.1] (EQUIの非負・最大定理)

(i) 常に

EQUI$\{\mathfrak{C}/\psi\}\geqq 0$

であり,

EQUI$\{\mathfrak{C}/\psi\}=0 \Leftrightarrow$「$\exists j\in J$, 〔SM$(\psi,\ \omega_j)=1\ \Lambda$ 〔$\forall_k(\neq j)\in J$, SM$(\psi,\ \omega_k)=0$〕〕」

(ii) 不等式

EQUI$\{\mathfrak{C}/\psi\}\leqq \log_e \#(J)$,

ここに $\#(J)$ は集合Jに含まれる要素の総数(カテゴリ総数)

が成り立ち,

EQUI$\{\mathfrak{C}/\psi\}=\log_e \#(J)$

$\Leftrightarrow\forall j\in J$, SM$(\psi,\ \omega_j)=1/\#(J)$.

認識情報量REIN$\{\mathfrak{C}/\psi\}$ に関し,二つの定理 4.2, 4.3 を指摘しておく。

〔定理 4.2〕[(1), Ⅳ, 定理 6.1] (REINの非負・最大定理)

REIN$\{\mathfrak{C}/\psi\}\geqq 0$, 即ち,

EQUI$\{\mathfrak{C}/\psi\}\leqq -\Sigma_{j\in J}$ SM$(\psi,\ \omega_j)\cdot\log_e p(\mathfrak{C}_j)$

が成立し,

REIN$\{\mathfrak{C}/\psi\}=0$

$\Leftrightarrow$EQUI$\{\mathfrak{C}/\psi\}=-\Sigma_{j\in J}$ SM$(\psi,\ \omega_j)\cdot\log_e p(\mathfrak{C}_j)$

$\Leftrightarrow\forall j\in J$, SM$(\psi,\ \omega_j)=p(\mathfrak{C}_j)$.

次の定理 4.3 は,(4.1) でいう事象が認識推断され,

$\exists j\in J$, SM$(\psi,\ \omega_j)=1$

が成立している場合,(4.2) でいう解釈が得られる性質を認識情報量REIN$\{\mathfrak{C}/\psi\}$ が備えていることを示していると考えられる。

〔定理 4.3〕[(1), Ⅳ, 定理 2.1] (認識情報量のカテゴリ定理)

$\exists j\in J$, SM$(\psi,\ \omega_j)=1$

$\Rightarrow$REIN$\{\mathfrak{C}/\psi\}=-\log_e p(\mathfrak{C}_j)$

5. 本計算機シュミレーションにおける資料と諸条件

計算機シュミレーションをPL/I言語で実施したが,用いた資料(入力パターン集合)とシュミレーション諸条件は文献(18)あるいは(8)と全く同一であるので,詳細は割愛し,以下に簡単に説明しよう。

日本語単独母音の自己相関関数形

$\psi_m=\psi_m(x_1,\ x_2)$, $0\leqq x_1,\ x_2\leqq 1$

の集合

$\{\psi_m \mid m=1\sim 30\}$

が処理対象とした入力パターンの集合である。5個のカテゴリ

$\mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{C}_2$, $\mathfrak{C}_3$, $\mathfrak{C}_4$, $\mathfrak{C}_5$

は各々，5個の母音カテゴリ

/a/，/i/，/u/，/e/，/o/

であり，第 $j \in J = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ に帰属するパターンの集合を Φ_j と表わせば，Φ_j は

$$\Phi_j = \{\psi_{5\times(k-1)+j} \mid k = 1, 2, \cdots, 6\}$$

である。

第 $m(=1\sim 30)$ 番目のパターン ψ_m は可分な Hilbert 空間

$$\mathfrak{H} = L_2(0, 1) \otimes L_2(0, 1)$$

の元とみなされ，内積 (ψ, η)，ノルム $\|\psi\|$ は各々

$$(\psi, \eta) = \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2\ \psi(x_1, x_2) \cdot \overline{\eta}(x_1, x_2)$$

$$\|\psi\| = \sqrt{(\psi, \psi)}$$

ここに，$\overline{\eta}$ は η の複素共役

である。

$$p_\alpha = 1/30,\ D = \{1, 2, \cdots, 30\}$$

とおき，式（3.1）の自己共役作用素 H を構成し，式（3.3）の射影作用素 $\theta_\ell(H)$ を，

$$L = \{1, 2, \cdots 25\}$$

$S_\ell = \{\lambda_\ell\}$（唯一の固有値 λ_ℓ のみから成る集合）

と設定し，構成した。

固有値 λ_ℓ，$\ell \in L$ については文献(18)の Tab.2 にある。式（3.2）での完全正規直交系 $\{\sigma_k\}$ として，2次元 walsh 関数系を選んでいる。また，第 $j \in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ 代表パターン ω_j として，

$$\omega_j = \psi_{10+j},\ j = 1 \sim 5$$

を選んだ。

第 $j \in J = \{1, 2, \cdots, 5\}$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の生起確立 $p(\mathfrak{C}_j)$ は

$p(\mathfrak{C}_j) = 1/5,\ j = 1 \sim 5$（等確率の仮定）

とされ，平均化パターン

$$\xi = \Sigma_{j \in J}\ p(\mathfrak{C}_j) \cdot \omega_j \|\omega_j\|^{-1} = (1/5) \cdot \Sigma_{j=1}^{5}\ \psi_{10+j} \|\psi_{10+j}\|^{-1}$$

を導入して，第3章での**収縮写像**

$$T = \mathfrak{Y}(\cdot)$$

を構成した。

6．計算機シュミレーション結果

前章で登場した内積，計算機シュミレーションを実行するに伴って採用したその他の近似式については文献(18), (8)にあるが，第2章，IIIのiiにおける2つの助変数 ε_1，ε_2 について

$\varepsilon_1 = 1 - (1 - \varepsilon_1)$ は1に切り上げるに伴う雑音余裕

$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = (1 - \varepsilon_1) - (1 - \varepsilon_2)$ は中間雑音余裕

$1 - \varepsilon_2 = (1 - \varepsilon_2) - 0$ は0に切り捨てるに伴なう雑音余裕

と各々呼ばれるが[(1), VI, 2.3節]，文献(1)，VII部，定理3.1を適用して決定された ε_1，ε_2 の値は

$$\varepsilon_1 = 0.587211$$

$\varepsilon_2 = 0.853198$

である。また，条件

$0 \leqq \delta < 2^{-1}$

の下で，不等式

$1 - \delta \leqq \mathrm{SM}(\psi,\ \omega_j)$

を満たすカテゴリ番号 $j \in J$ は，存在するとすれば，唯一つしかないが（文献(1)，Ⅵ部，定理2.2（一意的帰属に関する SM－δ 定理)），文献(1)，Ⅶ部，定理3.1を適用して決定されたこの助変数 δ の値は

$\delta = 0.146106$

であった。

さて，簡単な認識法として，次の3種類Ⅰ，Ⅱ，Ⅲを考えた。このとき，カテゴリ番号集合 J は

$J = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$

であることに注意しておく。

Ⅰ．2値化特徴間最小距離による認識

$\mathrm{MIN}_{m \in J}\ \Sigma_{k=1}^{25}\ |y_{\ell k}(\psi) - y_{\ell k}(\omega_m)|$

$= \Sigma_{k=1}^{25}\ |y_{\ell k}(\psi) - y_{\ell k}(\omega_j)|$

を満たすカテゴリ番号 $j \in J$ の集合

$\{j_1,\ j_2,\ \cdots\} \subset J$

を選定して，

Pattern ψ belongs to category $\mathfrak{C}_{j_1}$ or $\mathfrak{C}_{j_2}$ or…

と認識推断する。

Ⅱ．最大自乗帰属係数による認識

$\mathrm{MAX}_{m \in J}\ C_m(\psi) = C_j(\psi)$

を満たすカテゴリ番号 $j \in J$ の内最も若いカテゴリ番号 j_* を選定して，

ψ belongs to category $\mathfrak{C}_{j*}$

と認識推断する。

Ⅲ．最大類似度による認識

$\mathrm{MAX}_{m \in J}\ \mathrm{SM}(\psi,\ \omega_m) = \mathrm{SM}(\psi,\ \omega_j)$

を満たすカテゴリ番号 $j \in J$ の内最も若いカテゴリ番号 j_* を選定して，

ψ belongs to category $\mathfrak{C}_{j*}$

と認識推断する。

上述の3種類の認識法Ⅰ，Ⅱ，Ⅲを適用して，30個のパターン集合

$\{\psi_m \mid m = 1 \sim 30\}$

を認識した結果は Tab. 1 に示されている。

Tab. 1 の内容につき検討しよう。

Tab. 1　2値化特徴間最小距離，最大自乗帰属係数，最大類似度による各認識結果

パターン番号	帰属する正しいカテゴリー	2値化特徴間最小距離による認識		最大自乗帰属係数による認識		最大類似度による認識	
1	a	o	×	a		a	
2	i	i		u	×	u	×
3	u	o	×	u		u	
4	e	o	×	a	×	a	×
5	o	i	×	i	×	i	×
6	a	a,u	×	u	×	u	×
7	i	i,o	×	e	×	e	×
8	u	i,o	×	e	×	e	×
9	e	o	×	u	×	u	×
10	o	o		e	×	e	×
1	a	a		a		a	
2	i	i		i		i	
3	u	u		u		u	
4	e	e		e		e	
15	o	o		o		o	
6	a	u	×	u	×	u	×
7	i	a,u	×	e	×	e	×
8	u	o	×	u	×	u	×
9	e	u	×	u	×	u	×
20	o	u	×	i	×	i	×
1	a	o	×	a		a	
2	i	o	×	e	×	e	×
3	u	e	×	u		u	
4	e	o	×	e		e	
25	o	u	×	e	×	e	×
6	a	a,u	×	a		a	
7	i	o	×	a	×	a	×
8	u	u		e	×	e	×
9	e	o	×	u	×	u	×
30	o	i,o	×	u	×	u	×

注　×印は誤認識されたことを表している。

認識法Ⅰ，Ⅱ，Ⅲにより正認識されたパターンの個数は各々，

8，12，12

であり，最大自乗帰属係数，最大類似度による認識法Ⅱ，Ⅲは単なる2値化特徴間最小距離法による認識法Ⅰより認識性能がよいことがわかる。また，認識法Ⅰ，Ⅱ，Ⅲによる認識結果について，/a/，/i/，/u/，/e/，/o/ に各々誤認識されたパターンの個数は各々

3，2，2…/a/ について

4，2，2…/i/ について

6，7，7…/u/ について　(＊1)

1，7，7…/e/ について

13，0，0…/o/ について　(＊2)

である。平均化パターン

$\xi = \Sigma_{j\in J}\, p(\mathfrak{C}_j)\,\omega_j \|\omega_j\|^{-1}$

を認識法Ｉ，Ⅱ，Ⅲで認識した結果は各々，

/o/，/u/，/u/

であり，３認識法Ｉ，Ⅱ，Ⅲとも

平均化パターン ξ の帰属するカテゴリに誤認識されるパターンの個数が最も大きいことは（＊１），（＊２）からわかる。 □

次に，特に例えば，第２番目の入力パターン ψ_2 について，

$T\omega_j$，$T\psi_2$ の間の規格化内積の値

$d_j = (T\omega_j \| T\omega_j\|^{-1},\ T\psi_2 \| T\psi_2\|^{-1})$

Tab. 2　$T\omega_j$，$T\Psi_2$ の間の規格化内積の値
$d_j = (T\omega_j \| T\omega_j\|^{-1},\ T\Psi_2 \| T\Psi_2\|^{-1})$

j	d_j
1	0.951471
2	0.954366
3	0.965612
4	0.923092
5	0.330414

を調べてみると，Tab. 2のようになっている。このTab. 2からいえることは，$T\psi_2$ は ψ_2 の帰属するカテゴリ Z_2 (/i/) の代表パターン ω_2 のモデル $T\omega_2$ よりも，第３番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_3$(/u/) の代表パターン ω_3 のモデル $T\omega_3$ と最も相関があることである。この事実に関連して，Tab. 1よりわかるように，認識Ⅱ，Ⅲでは共に ψ_2 は $\mathfrak{C}_3$ に誤認識されているが，認識法Ｉでは ψ_2 は $\mathfrak{C}_2$ に正認識されていることに注意しておこう。

また，$\omega_j = \psi_{10+j}$ は第 $j \in J = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の代表パターンであるが，

$T\omega_j$，$T\omega_i$ の間の規格化内積の値

$C_{ji} = (T\omega_j \| T\omega_j\|^{-1},\ T\omega_i \| T\omega_i\|^{-1})$

はTab. 3に示されている。

Tab. 3　$T\omega_j$，$T\omega_i$ の間の規格化内積の値 $C_{ji} = (T\omega_j \| T\omega_j\|^{-1},\ T\omega_i \| T\omega_i\|^{-1})$
注　$C_{ji} = C_{ij}$ が成立している

j	C_{j1}	C_{j2}	C_{j3}	C_{j4}	C_{j5}
1	1.000000	0.985133	0.974500	0.967399	0.241214
2		1.000000	0.974506	0.967238	0.241589
3			1.000000	0.956514	0.339142
4				1.000000	0.299881
5					1.000000

$C_{jj} = 1$

$C_{ji}=C_{ij}$, i, $j \in J$

が成立している。C_{j5} は，C_{jj} の場合を除外すると，他の C_{j1}，C_{j2}，C_{j3}，C_{j4} に比べ，1/4～1/3 程度の値になっていることがわかる。

また，パターン ψ_2 について，帰属係数 $q_j(\psi_2)$，自乗帰属係数 $C_j(\psi_2)$，類似度 $SM(\psi_2, \omega_j)$ を求めてみると，Tab. 4 のようになっている。明らかに，$C_j(\psi_2)$ より $SM(\psi_2, \omega_j)$ の方が分離の程度につき，(悪い方向へではあるが) 強くなっていることがわかる。

Tab. 4　第 2 番目のパターン Ψ_2 の帰属係数 $q_j(\Psi_2)$，自乗帰属係数 $C_j(\Psi_2)$，類似度 $SM(\Psi_2, \omega_j)$

j	$q_j(\psi_2)$	$C_j(\psi_2)$	$SM(\psi_2, \omega_j)$
1	0.196135	0.063656	0.000000
2	0.386706	0.247450	0.198365
3	0.599851	0.595406	0.801635
4	−0.231109	0.088382	0.000000
5	0.055551	0.005106	0.000000

最後に，第 $j \in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の生起確立 $p(\mathfrak{C}_j)$ は，任意の $j \in J$ について，

$p(\mathfrak{C}_j)=1/5$

であり，よって，

$$-\Sigma_{j\in J}\, SM(\psi, \omega_j) \log_e p(\mathfrak{C}_j)$$
$$=-\log_e p(\mathfrak{C}_j)\ \Sigma_{j\in J}\, SM(\psi, \omega_j)$$
$$=-\log_e p(\mathfrak{C}_j) \quad \because \Sigma_{j\in J}\, SM(\psi, \omega_j)=1$$

Tab. 5　第 m 番目のパターン Ψ_m の帰属関係あいまい度 $EQUI\{\mathfrak{C}/\Psi_m\}$，認識情報量 $REIN\{\mathfrak{C}/\Psi_m\}$，ここに，$-\Sigma_{j=1}^{5} SM(\Psi_m, \omega_j)\log_e p(\mathfrak{C}_j)=-\log_e p(\mathfrak{C}_j)=2.32193$

m	$EQUI\{\mathfrak{C}/\psi_m\}$	$REIN\{\mathfrak{C}/\psi_m\}$	m	$EQUI\{\mathfrak{C}/\psi_m\}$	$REIN\{\mathfrak{C}/\psi_m\}$
1	1.00000	1.32193※	16	0.00000	2.32193
2	0.718646	1.60328	17	0.840854	1.48107
3	0.00000	2.32193※	18	0.00000	2.32193※
4	1.13037	1.19156	19	1.24745	1.07448
5	0.00000	2.32193	20	0.00000	2.32193
6	0.773708	1.54822	21	0.801258	1.52067※
7	0.678095	1.64383	22	0.842651	1.47928
8	1.24977	1.07215	23	0.00000	2.32193※
9	0.00000	2.32193	24	0.585130	1.73680※
10	0.721305	1.60062	25	0.814305	1.50762
11	0.00000	2.32193※	26	0.00000	2.32193※
12	0.00000	2.32193※	27	1.23734	1.08459
13	0.00000	2.32193※	28	0.00000	2.32193
14	0.00000	2.32193※	29	0.00000	2.32193
15	0.00000	2.32193※	30	1.00000	1.32193

注　※印のついているパターンは最大類似度による認識法で正認識されている。(Tab. 1 を参照)

$=-\log_e 1/5=2.32193$

であることに注意して，各パターン $\psi_m(m=1\sim30)$ につき，

帰属関数あいまい度 EQVI$\{\mathfrak{C}/\psi_m\}$

認識情報量 REIN$\{\mathfrak{C}/\psi_m\}$

を求めてみると，それらの値は Tab. 5 に示されている。各パターン $\psi_m(m=1\sim30)$ についての，最大類似度Ⅲによる認識結果を掲げてある Tab. 1 の参照の下で，Tab. 5 を眺めてみると，正認識されるパターン ψ_m について当然ながら，帰属関係あいまい度 EQVI$\{\mathfrak{C}/\psi_m\}$ が小さくて，その結果，認識情報量 REIN$\{\mathfrak{C}/\psi_m\}$ が大きい傾向があることがわかる。 □

7．むすび

パターン間の「類似相違性」の程度を計量化する類似度は当然ながら，各パターンの知覚表象間で定義されねばならないが，本パターン認識の数学的理論では，パターン ψ の知覚表象（知覚モデル）は収縮写像 T による像 Tψ であるとされている。そして，パターン間の類似性といっても，これ迄のパターン認識の理論での類似度と異なる点は，類似度というものは任意のパターンの（知覚表象）と各カテゴリの代表パターンの（知覚表象）との間の類似度としてのみ定義されていれば十分であるということである。このように類似度を考え直すと，任意のパターンと任意のカテゴリの代表パターンとの間の類似度の構成は他のすべてのカテゴリの代表パターンとの間の何んらかの従属関係を取り入れてなされてくることである。これは第 1 章での注意点(2)を配慮して類似度を構成できることにつながり，1 次従属性類似度の一般化としての，本計算機シュミレーションでの類似度（帰属係数法に基づく類似度）SM$(\psi,\ \omega_j)$ が他の二つの内積形類似度の一般化，ノルム距離形類似度の一般化（第 2 章）よりすぐれた clustering（密集化），separation（分離化）の機能を備えていることになった。

本論文では，このような帰属係数法に基づいて定義された類似度

SM：$\Phi\times\Omega\rightarrow\{s\mid 0\leqq s\leqq 1\}$

から定義される，パターン ψ の

帰属関係あいまい度 EQUI$\{\mathfrak{C}/\psi\}$

$=-\Sigma_{j\in J}\,\mathrm{SM}(\psi,\ \omega_j)\mathrm{loge}\,\mathrm{SM}(\psi,\ \omega_j)$

認識情報量 REIN$\{\mathfrak{C}/\psi\}$

$=-\Sigma_{j\in J}\,\mathrm{SM}(\psi,\ \omega_j)\log_e p(\mathfrak{C}_j)$

$\quad-\mathrm{EQUI}\{\mathfrak{C}/\psi\}$

の算出に伴う計算機シュミレーション結果を報告したが，この際留意しておきたいことは，これ迄の他の研究者によるパターン認識理論での“情報量”と異なり，REIN$\{\mathfrak{C}/\psi\}$ という情報量は，

パターン ψ があるカテゴリに帰属すると認識推断されたとき，その帰属カテゴリの生起確率の逆数の対数という Shannon 流の情報量が得られなければならないという性質を備えた認識情報量

であることである。

なお，パターンを認識する過程によって，そのパターンの記憶表象（記憶モデル）が次第に形成されていくことの素直な表現は，パターン認識の数学的理論[1]で提案されている

多段階形不動点構造受精認識法

の適用によって得られるが，本認識情報量 REIN と関連しているこの種の計算機シュミレーション結果についてはいずれ報告するつもりである。

文　献

(1) 鈴木昇一：パターン認識の数学的理論，
第Ⅰ部（考え方，PRL 84−6，pp. 1〜10，1984−05）
第Ⅱ部（認識抽象と公理系・定理系，PRL 84−30，pp. 65〜74，1984−07）
第Ⅲ部（認識抽象と不動点諸定理，PRL 84−38，pp. 65〜73，1984−09）
第Ⅳ部（パターンの素領域，PRL 85−27，pp. 1〜10，1985−09）
第Ⅴ部（認識停止と認識同値，PRU 86−8，pp. 65〜74，1986−05）
第Ⅵ部（類似度関数の三構成法，PRU 86−35，pp. 51〜60，1986−07）
第Ⅶ部（類似度関数の実現と解析，PRU 86−69，pp.1〜8，1986−12）
第Ⅷ部（大分類関数の自己組織化，PRU 87−1，pp. 1〜8，1987−05）
第Ⅸ部（帰属関係あいまい度と認識情報量，PRU 87−28，pp. 1〜10，1987−07）
第Ⅹ部（mixture 条件の研究，PRU 88−30，pp. 1〜8，1988−07）
第 XI 部（認識プログラム FERT の近似の鎖，PRU 89−1，pp. 1〜8，1989−05）
第 XII 部（ポテンシャル関数による認識過程の評価，AI 89−38，pp. 1〜8，1989−07）
第 XIII 部（認識プログラム $\mathrm{FERT_D}$ の不動点認識定理，PRU 89−40，pp. 1〜8，1989−09）
第 XIV 部（線形帰属係数法と諸基本定理，PRU 89−66，pp. 1〜8，1989−11）
第 XV 部（パターンの構想的類似性をもたらす 4 種類の収縮写像，PRU 89−77，pp. 1〜8，1989−12）
第 XVI 部（コネクショニスト・モデルと収縮写像，IE 89−109，pp. 9〜16，1990−03）
第 XVII 部（ホップフィールドネットワーク 2 値モデルと収縮写像(1)，PRU 90−5，pp. 1〜8，1990−05）
第 XVIII 部（ホップフィールドネットワーク 2 値モデルと収縮写像(2)，PRU 90−15，pp. 1〜8，1990−06）
第 XIX 部（ホップフィールドネットワークの連続モデルと 2 種類の収縮写像(1)，AI 90−35，pp. 9〜16，1990−07）
電子（情報）通信学会技術研究報告〔パターン認識と学習，パターン認識・理解，画像工学，人工知能と知識処理〕
(2) 鈴木昇一：認識工学（上），柏書房，1975−02
(3) 鈴木昇一，柴山秀雄，福永一保，大本修，吉田晋吾：作用素に対するフーリエ変換法による側抑制特性の設計，芝浦工業大学研究報告理工系編，Vol. 24，No. 1，1980−05，pp. 147〜155
(4) 鈴木昇一：情報の量子論と平均類似度を保持するあるいは単調的に変換する作用素，情報研究（文教大学情報学部），Vol. 3，1982−12，pp. 11〜27
(5) 鈴木昇一：収縮写像に関する一考察，情報研究（文教大学情報学部），Vol. 6，1985−12，pp. 19〜30
(6) 鈴木昇一：認識プログラム FERT のリスト論的形式体系における表現，情報研究（文教大学情報学部），Vol. 8，1987−12，pp. 1〜12
(7) 鈴木昇一：収縮写像の構成用空間回路とその計算機シュミレーション，情報研究（文教大学情報学部），Vol. 9，1988−12，pp. 17〜28
(8) 鈴木昇一：多変量解析に基づく大分類関数の決定とその計算機シュミレーション，情報研究（文教大学情報学部），Vol. 10，1989−12，pp. 35〜49
(9) 鈴木昇一：平均類似度の概念に基づく特徴抽出及び識別法，電子通信学会・オートマトンインホメーション理論研究会資料，A 71−10，IT 71−10，1971−04
(10) 鈴木昇一：パターン情報処理における構造受精法，電子通信学会技術研究報告〔パターン認識と学習〕，PRL 81−27，1981−07，pp. 51〜58
(11) 鈴木昇一：平均類似度を用いた構造受精法による日本語単独母音の認識，電子通信学会技術研究報告〔パターン認識と学習〕，PRL 82−4，1982−05，pp. 25〜32
(12) 鈴木昇一：測度的不変量検出形認識系の構成理論，電子通信学会論文誌（D），Vol. 55−D，No. 8，

1972－08, pp. 531～538
(13) 鈴木昇一：画像情報量とその手書き漢字への応用，画像電子学会誌，Vol. 4, No. 1, 1975－04, pp. 4～12
(14) 鈴木昇一：抽出された特徴による手書き漢字構造の再生，情報処理学会誌，Vol. 18, No. 11, 1977－11, pp. 1116～1122
(15) 御領謙：「ことば」と「もの」の認識，人工知能学会誌，Vol. 3, No. 2, 1988－03, pp. 169～177
(16) 往住影文：コネクショニズムの挑戦に古典的計算主義はどうこたえるか，コンピュータソフトウェア，Vol. 5, No. 3, 1988－07, pp. 57～63
(17) 往住影文：コネクショニズムの展望（V）批判と課題，情報処理，Vol. 29, No. 11, 1988－11, pp. 1316～1321
(18) 鈴木昇一：連想形記憶器 MEMOTRON と日本語母音系列の再生に関する計算機シミュレーション，情報研究（文教大学情報学部），Vol. 7, 1986－12, pp. 14～29