

日程計画に関する研究 (第1報 最適日程計画)

竹 田 仁

日程計画では、仕掛のない状態を良い計画としているが、生産実施段階では、割込みや作業時間の遅れが発生し、納期が後れる場合がある。よって、ある程度の余裕をもった状態で日程計画を立てる必要がある。本研究の目的は、次の二つの条件を含んださいの最適日程計画（コスト的に最適）、つまり余裕量について考察を試みた。(1)作業時間が確立的に変動する、その変動は正規分布に従うものとする。(2)作業中に割込みも考慮するものとする。

A Study of Scheduling (Part I Optimum scheduling)

Hitoshi Takeda

The completed product should be stored in the shop from the completion time until due date of it. In this paper optimum scheduling is derived for : (1) Worktime changes according to the normal-distributions. (2) With regard to interruptions in the working schedule.

1 序 論

日程計画は、各種の作業の予定や関連業務の手配の時期を決定することであり、部品加工の作業着手から組立作業の完了までの作業予定を指示するのが目的である。そのため、時間上ある期間を先行して計画を立案するため予測的な要素が強い。従って計画の立案時刻では各工程の正味作業時間が既知でも、余裕時間を考慮に入れなければならない。一方、実際の生産実施段階では割込み、優先順位などによる他業務の飛込みなどにより大巾に計画が狂ってくることが多い、このための対策として計画上ある余裕を持たせることが必要になる。又これ以外にも日常の管理活動の中で納期を守るような対策を立てる必要がある。

並木・古川⁽¹⁾、倉持⁽²⁾は図1のようなグラフを示し、部品AからKの加工と、組立WからZを仕掛の無い状態を良い計画としている。しかし、割込発生や機械の能力、材料の納期遅れ、作業時間の遅れなどが発生した時点で、この方法では納期が遅れる。このためある程度の余裕を持った状態で日程計画を立てる必要がある。図に示すと、図2のようになる。

これまで発表された論文は理論的、実用的なものであれ作業時間が一定という仮定のもとで、

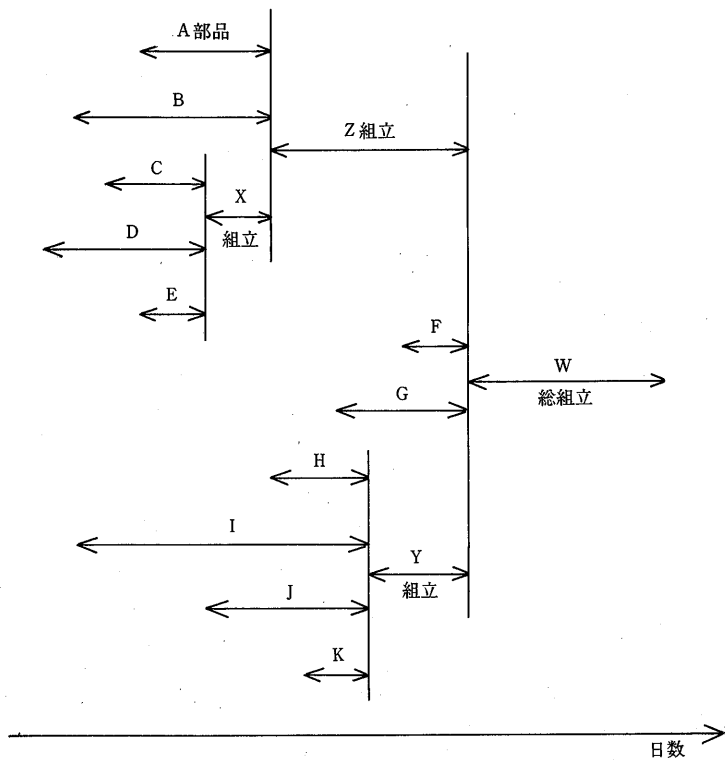


図1 組立作業の日程計画（余裕がない計画）

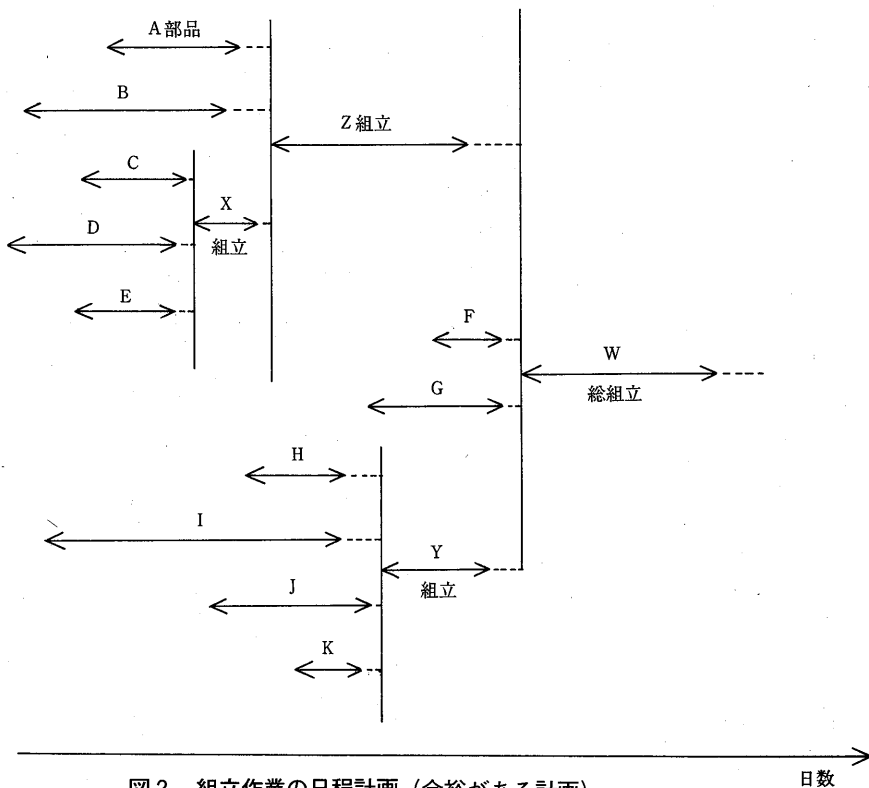


図2 組立作業の日程計画（余裕がある計画）

日程計画を扱っている。

本研究の目的は、作業時間が正規分布に従って変動したさいの最適日程計画について検討する。

2 記号とモデルの前提

2.1 記号

モデルの設定にともなう記号を次のように定める。

- T_{ie}^p : ジョブ i の最後のオペレーションの計画の加工・組立の完了時刻
- T_{ie}^a : 同上の実際の完了時刻
- T_{ia}^p : ジョブ i の第一のオペレーションの計画の加工・組立の開始時刻
- T_{ia}^a : 同上の実際の完了時刻
- U_{ia} : ジョブ i の割込みオペレーションの実際の加工・組立の開始時刻
- U_{ie} : 同上の実際の完了時刻
- D_i : 個々のジョブ i の納期時刻
- W_i : ジョブ i の主体作業時間
- σ_{w_i} : 同上の標準偏差
- ω_i : ジョブ i の段取時間
- σ_{ω_i} : 同上の標準偏差
- T_{iwe}^p : ジョブ i の工程 W での最後のオペレーションの計画の加工・組立の完了時刻

2.2 モデル前提

本研究では次のような前提条件を設定する。

- (1) 作業時間（主体作業時間+段取時間）は確率的に変動する。その変動は正規分布に従うものとする。
- (2) 大日程計画や中日程計画を立案するとき、計画の立案時点 t_0 から、実施時点 t_d を推定する。このため推定にともなう誤差が生じる。

時点 t_0 より実施時点 t_d を予測するときの時間差を $t_d - t_0 = t$ とすれば
誤差は、 $\epsilon_i = M_i - \alpha_i \beta_i^t$ で示せる。

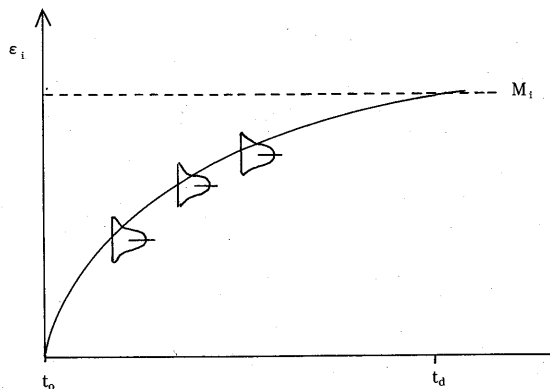


図3 予測の誤差

(3) 割込み作業の前提

作業の進行中に、割込み作業が発生する。この作業は次の2種類から構成される。

① 火急特急

図4のように現在進行中の作業を中止して、直ちに火急作業に入り、火急作業を終了した後で、進行中の作業を継続する。

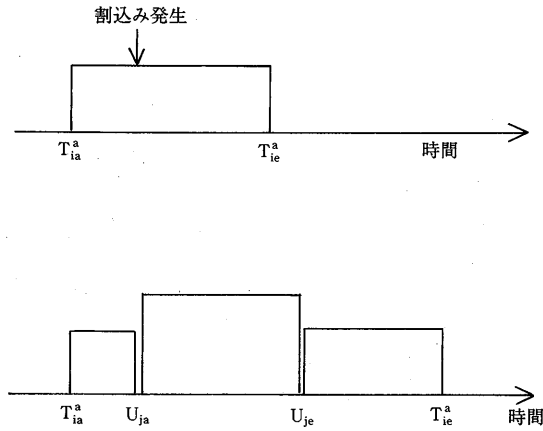


図4 火急特急の割込み

② 特急順位

図5のように現在進行中の作業の完了後、直ちに作業に着手するもの。

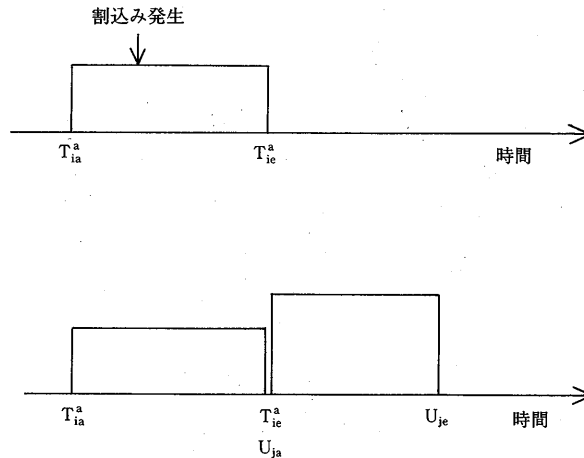


図5 特急順位の割込み

時間の長さは、火急特急では段取時間が $2\omega_i + \omega_j$ 、特急順位では $\omega_i + \omega_j$ となる。本来主体作業時間が同じでも総作業時間は火急特急の方が段取時間 ω_i だけ長くなる。

3 日程計画の作成

正しい日程計画法に対しては、幾つかの問題点がある。この中で、計画が作成された時点での大日程計画や中日程計画には能力や負荷に対して推定的な要素がきわめて強い。このため、実際に作業が実施されるまでと、実施後については推定された能力や負荷を修正する必要がある。この修正に対して、ベイズの方法を用いて9つの計画上でのパターンを分析する方法を提案し、かつ作業時間が正規分布に従って変動したさいの最適日程計画について検討する。

日程計画は、図6・7・8にあげた9つのパターンから構成されるが、 T_{ie}^p が納期 D_i までにまにあわせるためには、 T_{ie}^a を $p_1, p_4, p_5, p_6, p_7, p_9$ へのいずれかのパターンに調整活動によって持っていく。

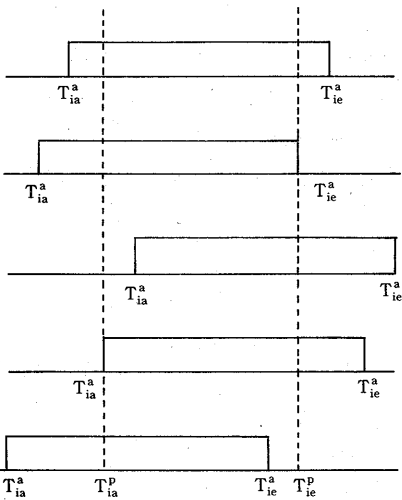


図6 $T_{ie}^a - T_{ia}^a < T_{ie}^p - T_{ia}^p$ のパターン

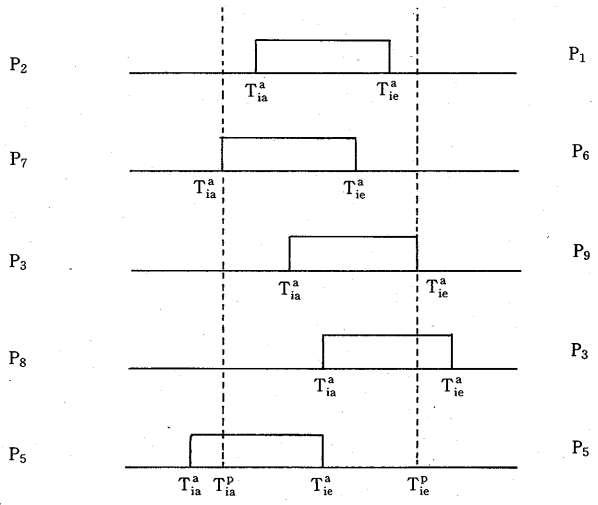


図7 $T_{ie}^a - T_{ia}^a > T_{ie}^p - T_{ia}^p$ のパターン

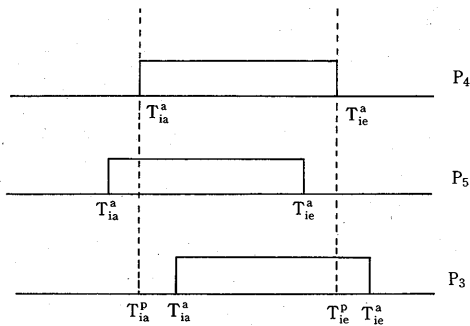


図8 $T_{ie}^a - T_{ia}^a = T_{ie}^p - T_{ia}^p$ のパターン

組立作業方法は計画負荷より決定される。それ以後の最適日程計画について考察して行く。図2の総組立Wについて考察するが、日程計画の一般性を失うことがない。割込みについては、

総組立 W が最終組立であることから特急順位の割込みは考慮に入れず、火急特急の割込みについて考察する。

3・1・1 火急特急の割込みがない場合

総組立作業 W の作業時間分布は

$N(W_{iw} + \omega_{iw}, \sigma_{W_{iw}}^2 + \sigma_{\omega_{iw}}^2)$, 総組立 W が時刻 T_{iwe}^P までに終了しない確立を $\Phi(x_{iw})$ とすると

$$\Phi(x_{iw}) = \int_{x_{iw}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x_{iw}}{2}} dx \dots\dots\dots (1)$$

ただし,
$$x_{iw} = \frac{(T_{iwe}^P - T_{iwa}^P) - (W_{iw} - \omega_{iw})}{\sigma_{W_{iw}} + \sigma_{\omega_{iw}}}$$

時刻 T_{iwe}^P から, 時刻 $T_{iwe}^P (> T_{iwe}^P)$ に変更すると納期が遅れるので納期遅れに対する反則コスト (r) は減少する反面, 仕掛品の在庫コスト (l) は増加する。

$$(T_{iwe}^P - T_{iwe}^P) \cdot \{1 - \Phi(x_{iw})\} \cdot l > \{\Phi(x_{iw}) - \Phi(x'_{iw})\} \cdot r \dots\dots\dots (2)$$

(2)式が成立すれば, 納期時刻が T_{iwe}^P となり, 予定組立完了時刻 T_{iwe}^P を越えるため, 総組立 W の開始時刻を T_{iwa}^P より $T_{iwe}^P + T_{iwe}^P$ だけ早めに作業を開始すればよい。

3・1・2 火急特急割込みを許す場合

総組立作業 W の作業時間分布は

$N(W_{iw} + U_w + 2\omega_{iw} + \omega_u, \sigma_{W_{iw}}^2 + \sigma_{U_w}^2 + \sigma_{2\omega_{iw}}^2 + \sigma_{\omega_u}^2)$ となり, 3・1・1 と同様に最適作業開始時刻を求めることが可能である。

3・1・1, 3・1・2 でそれぞれ決定した総組立 W の開始時刻を $T_{iwa}^P(i)$, $T_{iwa}^P(ii)$ と仮定し, 総組立作業 W の作業中に火急特急の割込みを許す確率を P_w とすると

$$(1 - P_w)(T_{iwe}^P(i) - T_{iwa}^P(i)) + P_w(T_{iwe}^P(ii) - T_{iwa}^P(ii)) \dots\dots\dots (3)$$

(3)式の値だけ T_{iwe}^P より以前に総組立作業 W を開始すればよいことになる。

3・2 ベイズの方法による日程修正法

計画が作成された時点での大日程計画や中日程計画には, 能力や負荷に対して一つの推定的な要素がきわめて強い。このため, 実際に作業が実施される時点 (3・1) では, 実施計画時点について推定した能力や負荷を修正する必要がある。この修正に対してベイズの方法を用いて, 9つの計画上でのパターンを分析する方法を提案する。

日程の狂いに対して修正するパターンは, 図 6・7・8 中の $p_1 \sim p_9$ で表した 9 通りの組合せであり, これを $A_j (j=1, 2, \dots, 9)$ とする。一方, これらのパターンが発生する情報を $Z_j (j=1, 2, \dots, 9)$ とすれば, Z_j すなわち日程の狂いに関する情報が入ったときの A_j の確率は

$$p(A_j | Z_j) = \frac{p(A_j)p(Z_j | A_j)}{\sum_{k=1}^9 p(A_k)p(Z_j | A_k)}$$

となり, 9つのパターンに, 計画の狂いによる効用値が求まっているとすれば, 期待値 $E(V_k)$ は個々の効用を V_k とした場合

$$E(V_k) = V_k \cdot \sum_{k=1}^9 p(A_k | Z_k)$$

となる。

よって、 $E(V_k)$ の値の大きいものより修正を行って、その対策をねっていけばよい。

3・3 特急順位の割込みを許す場合、組立作業 Z についての考察

3・3・1 割込みがない場合

組立作業 Z の作業時間分布は

$$N(W_{iz} + \omega_{iz}, \sigma_{\omega_{iz}}^2 + \sigma_{\omega_{iz}}^2)$$

3・3・2 火急特急の割込みで許す場合

組立作業 Z の作業時間分布は

$$N(W_{iz} + U_z + 2\omega_{iz} + \omega_u, \sigma_{W_{iz}}^2 + \sigma_{u_z}^2 + \sigma_{2\omega_{iz}}^2 + \sigma_{\omega_u}^2)$$

3・3・3 特急順位の割込みを許す場合

組立作業 Z の作業時間分布は

$$N(W_{iz} + U_z + \omega_{iz} + \omega_u, \sigma_{W_{iz}}^2 + \sigma_{u_z}^2 + \sigma_{2\omega_{iz}}^2 + \sigma_{\omega_u}^2)$$

3・3・1, 3・3・2, 3・3・3 でそれぞれ決定した組立作業 Z の開始時刻を $T_{iza}^p(i)$, $T_{iza}^p(ii)$, $T_{iza}^p(iii)$ と仮定し、組立作業 Z の作業中に火急特急、特急順位の割込みを許す確率をそれぞれ P_z , Q_z とすると

$$(1 - P_z - Q_z)(T_{ize}^p(i) - T_{iza}^p(i)) + P_z(T_{ize}^p(ii) - T_{iza}^p(ii)) + Q_z(T_{ize}^p(iii) - T_{iza}^p(iii)) \dots\dots\dots(4)$$

(4)式の値だけ T_{ize}^p より以前に組立作業 Z を開始すればよいことになる。

同様にして、F, G の加工作業, Y の組立作業についても T_{ifa}^p , T_{iga}^p , T_{iya}^p などが求められ順次 A, ..., K の加工作業, X の組立作業の開始時刻が求められる。

4 結 言

日程計画において、作業時間が正規分布関数に従って変動するさいのコストを考慮した最適日程計画を考察した。又日程計画が作成された時点での能力や負荷に対して、推定的要素が強いため作業開始時に推定された能力や負荷を修正する必要がある。この修正に対して、ベイズの方法を提案した。この2種類(作業時間の変動, ベイズの方法)の提案を結合することにより、思考錯誤的な日程計画の作成は減少するように思える。

5 参考文献

- (1) 並木・古川, 工程管理, 森北出版
- (2) 倉持, 固定管理の知識 日経文庫