構造受精法と日本語単独母音の認識

鈴木昇一

Method of Structural Fertilization and Recognition of Isolated Japanese Vowels

Shoichi Suzuki

あらまし

抽出された特徴を用いてパターンの構造(モデル)を再生しながら、ある写像(構造受精変換)の不動点として、入力パターンの帰属するカテゴリの代表パターンのモデルを確保する多段階認識手法(構造受精法)が説明され、日本語単独母音に関する計算機シュミレーション結果が示されている。この手法は、モデル構成作用素、類似度関数、大分類関数を各変換段階で用い、入力パターンの帰属するカテゴリを仮決定しながら、次の段階へと進むとき、その仮決定を訂正できる機能がある多段的構成がとられている。

正規化・特徴抽出・識別の3段階を統一した一つの考えで処理可能なパターン認識理論はいまだ存在していないと思われているが、本手法はその様な予想と異なり、その1つの存在を明らかにしている[27]。

キーワード

モデル構成作用素　類似度関数　大分類関数
不動点　構造受精変換

Abstract

A pattern reproduced with help of a set of features extracted from an original pattern and a set of primitive shape-components common to all patterns is called a model corresponding to the original pattern . A given input pattern is transformed into a sequence of models obtained at each stage using model-construction operators,similarity-measure functions and rough classifiers,and is classified as a fixed point of a structural-fertilization transformation that is the model corresponding to the typical pattern of the category to which the input pattern may belong . A result of a computer simulation is presented here applying the recognition method to a set of isolated Japanese vowels . The multistage decision process seems to be possessed of seeking for highly probable categories at a new stage determining the temporary categories of the input pattern at an old stage .

Most people have not believed in the existence of a pattern- recognition theory which can deal with the normalization, the feature-extraction and the classification of a pattern to be recognized in a unified manner. The theory presented here may be one of some such theories .

Key words : model-construction operator similarity-measure function rough classifier
fixed point structural fertilization transformation

1. 前書き

1.1 カテゴリ作用, パターン, カテゴリ, パターン認識,特徴量

いくつかの異なる事例物に対して同じラベルを与えるといった場合に含まれる認知機能を、心理学ではカテゴリ作用 (categorization) と呼ぶが [18]、本論文では事例物、ラベル、カテゴリ作用をぞれぞれ、**パターン** (ある程度、変形が許される情報; pattern)、**カテゴリ** (類概念; category)、**パターン認識** (各カテゴリをある程度、特徴づける情報、つまり**特徴量** (feature) を抽出することによる類別 (classification) の働き; pattern-recognition) と呼ぶことにしよう [2]。

1.2 本研究の連想形認識システム

本論文では、Φを処理の対象とする問題のパターンの集合として、入力パターン$\varphi \in \Phi$に対し、その帰属する可能性が考えられるカテゴリ候補の番号を重複なく並べたリストγ (本論文では、リストγを集合と同一視することがある) を考え、

"対" $\langle \varphi, \gamma \rangle$ に対し、

パターン$\varphi \in \Phi$ について特徴抽出の機能を持つ写像 (特徴抽出写像 ; feature-extracting mapping)

$u : \Phi \times L \rightarrow R^{+}$

ここに、R^{+}は非負実数全体の集合であり、$u(\varphi, \ell)$ はパターン$\varphi \in \Phi$から抽出された第$\ell \in L$番目の特徴量

を用い、

対$\langle \varphi, \gamma \rangle = \langle \psi_0, \lambda_0 \rangle$から、対$\langle \psi_t, \lambda_t \rangle$の列

$\langle \psi_0, \lambda_0 \rangle, \langle \psi_1, \lambda_1 \rangle, \langle \psi_2, \lambda_2 \rangle, \cdots, \langle \psi_t, \lambda_t \rangle, \cdots$

を次々と連想する **"連想形認識システム"** (連想形記憶の働きを使ったパターン認識システム) によって、原入力パターン$\varphi \in \Phi$ を認識する手段

が研究される。この "連想形認識システム" においては

$J \equiv \{1, 2, \cdots, m\}$

を全カテゴリ番号の集合として、もし、ある段階 t において、パターンψ_tの帰属する候補カテゴリ番号リストλ_tが唯一の要素$j \in J$のみからなるリスト [j] になるならば、

原入力パターンφはパターンψ_t として再生され (自己連想性; autoassociative)、第$j \in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$に帰属する

と認識推断できることに注意しよう。

1.3 従来の連想形記憶システムとの関連と、言語形式 $\langle A, O, V \rangle$, $\langle u ; \varphi, \gamma \rangle$

この際、従来の連想形記憶システム [25] との関連について指摘しておかねばならないだろう。

通常の連想形記憶システムでは、

A＝"属性(attribute)"，O＝"対象(object)"，V＝"値(value)"

として、**言語形式**〈A, O, V〉を考える場合がある。

〈A, O〉なる対を基にして、それと結び付いたVを
想起する手段

を想定しよう。例えば、〈色，リンゴ，赤〉に対しては、

〈色，リンゴ〉を基に、赤を想起する

ことになる。本研究では、

u ＝ "特徴の1つの種類としての特徴抽出写像（属性)"

φ ＝ "パターン（対象)",

γ ＝ "パターンの帰属する可能性のあるカテゴリ番号リスト（値)"

という対応の下で、**言語形式**

$\langle u;\varphi,\gamma\rangle$

（特徴属性 u に関し、パターン φ はカテゴリ集合 $\mathfrak{C}_j, j\in\gamma$ のいずれか1つの元に帰属する可能性がある、と読む）

を導入しているといえる。

1.4 モデル構成作用素 T, 原パターン φ の"モデル $T\varphi$", 類似度関数 SM, 大分類関数 BSC, 構造受精作用素 $A(\mu)$, 構造受精変換 $TA(\mu)\ T$, 不動点方程式, 不動点探索形構造受精多段階パターン認識法と対連想問題

本研究では、特徴抽出写像 $u:\Phi\times L\rightarrow R^+$ は固定されて用いられるので、裏に隠して、$\langle u;\varphi,\gamma\rangle$ を、

$\langle\varphi,\gamma\rangle$

と表現しなおすことにすると、

カテゴリ番号リスト $\mu\in 2^J$ を助変数に持つ"**構造受精変換**"と呼ばれる写像

$TA(\mu)\ T:\langle\Phi,2^J\rangle\rightarrow\langle\Phi,2^J\rangle$

ここに、2^J は全カテゴリ番号集合 J のすべての部分集合の成す集合

を適用して、$\langle\varphi,\gamma\rangle\in\langle\Phi,2^J\rangle$ から $\langle\psi,\lambda\rangle\in\langle\Phi,2^J\rangle$ へと、

$TA(\mu)\ T\cdot\langle\varphi,\gamma\rangle=\langle\psi,\lambda\rangle\in\langle\Phi,2^J\rangle$

ここに、$\mu\in 2^J$

という具合に変換する形式が導入される。前述の言語形式〈A, O, V〉でいえば、〈O, V〉から今1つの〈O′, V′〉を連想する形式である。

決して、〈A, O〉なる対からそれと結び付いた V を、言語形式〈A, O, V〉において連想する前述の形式（これは、Aを特徴抽出、Oをパターン、Vをカテゴリと対応づけると、通常のパターン認識の形式である）ではないことに注意しておかねばならないだろう。

また、通常、$\mu\in 2^J$ は包含関係 $\mu\subseteq\gamma$ を満たすように選ばれ、対 $\langle\varphi,\gamma\rangle$ を、絞り込み条件

$\lambda\subseteq\mu\cap\gamma$

を満たす対 $\langle\psi,\lambda\rangle$ へと変換する機能を持った構造受精変換 $TA(\mu)T$ は原パターン φ の帰属するカテゴリ候補を絞り込む役目を持つことになる。

更に、任意に選んだ対 $\langle x_k, y_k\rangle$ の有限集合

$\{\langle x_k, y_k\rangle\mid k=1\sim N\}$

に対し、想起行列Mを導入し、

$$y_k = Mx_k$$

という線形の形式で、第k番目の記憶データ y_k を y_k のkeyと呼ばれるx から連想する**対連想問題**(paired associate problem) [25] との関連で説明すれば、$\mu \in 2^J$ を変えて得られる各構造受精変換 $TA(\mu)T$ が想起行列Mに相当し、y_k が

$$\langle \omega_k, [k] \rangle \in \langle \Phi, 2^J \rangle$$

に相当する。ここで登場した、

$$\omega_k \in \Omega \equiv \{\omega_j \mid j \in J\} \subset \Phi$$

は第 $k \in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_k$ の代表パターンである。

また、axiom 1 (本付録2) を満たす"**モデル構成作用素**"(式(8)、あるいは、本付録1の式(A1.13)) と呼ばれる写像

$$T: \Phi \to \Phi$$

を用いて、"**構造受精作用素**"(本付録3の式 (A3.2)) と呼ばれる写像

$$A(\mu): T \cdot \Phi \to \Phi$$

ここに、

$$\mu \in 2^J, \text{かつ}, T \cdot \Phi \equiv \{T \cdot \varphi \mid \varphi \in \Phi\}$$

の両側に配置して得られる"構造受精変換"

$$TA(\mu)\ T: \langle \Phi, 2^J \rangle \to \langle \Phi, 2^J \rangle$$

は想起行列Mとは異なり、線形ではなくして、(本付録2での) axiom 2,3 を各々満たす2写像

"**類似度関数**" $SM: \Phi \times \Omega \to \{s \mid 0 \leqq s \leqq 1\}$

"**大分類関数**" $BSC: \Phi \times J \to \{0, 1\}$

で構成される (本付録3を参照)。また、パターン $\varphi \in \Phi$ をモデル構成作用素 T で変換して得られる像 $T\varphi \in \Phi$ は原パターン φ の"**モデル**"と呼ばれる。

対連想問題における訓練パターンの集合 $\{\langle x_k, y_k \rangle \mid k = 1 \sim N\}$ においては、x_k は訓練入力であり、y_k は x_k に対応する訓練出力 (理想出力) であり、各 x_k とは限らない一般入力は、本研究では、認識処理しょうとする入力パターン φ と、その帰属する可能性のある全カテゴリの番号のリスト

$$[1\ 2 \cdots m] \in 2^J$$

とを併記して得られる対リスト

$$\langle \varphi, [1\ 2 \cdots m] \rangle \in \langle \Phi, 2^J \rangle$$

であり、このような $\langle \varphi, [1\,2 \cdots m] \rangle$ の集合は有限集合とは限らない。なお、対 $\langle \omega_k, [k] \rangle$ については、**不動点方程式** (fixed-point equation)

$$\forall \mu \in 2^J, TA(\mu)\ T \cdot \langle \omega_k, [k] \rangle = \langle \omega_k, [k] \rangle \quad \text{if } k \in \mu$$

が成り立つことが示され (本付録3での定理A3.3)、**不動点探索形構造受精多段階パターン認識法** [27] と呼ばれる本手法が、各カテゴリ $\mathfrak{C}_k$ の代表パターン $\varphi = \omega_k$ については、第1段階で必ず正しく認識できる理由と成っている。

1.5 特徴抽出に関する同値関係,並びに,"多段階"の認識過程を取り入れたパターン認識の数学的理論、SS理論 [8], [27]

パターン $\varphi \in \Phi$ から抽出される第 $\ell \in L$ 番目の非負実数値特徴量を $u(\varphi, \ell) \in R^+$ と表現することは既に説明されたが、2つのパターン $\varphi, \psi \in \Phi$ が特徴抽出写像 $u: \Phi \times L \to R^+$ に関して区別できない

という関係（**特徴抽出に関する同値関係**）

$[\varphi, \psi] \in \mathrm{ind}(\mathrm{u})) \Leftrightarrow$

が、

$$[\varphi, \psi] \in \mathrm{ind}(\mathrm{u}) \Leftrightarrow \forall \ell \in \mathrm{L}, \mathrm{u}(\varphi, \ell) = \mathrm{u}(\psi, \ell) \in \mathrm{R}^+$$

という形で定義される。ここに、ind は indicatorの意である。この際、基本的に重要なことは

$$\forall \varphi \in \Phi, [\varphi, \mathrm{T}\varphi] \in \mathrm{ind}(\mathrm{u})$$

を満たす写像 $\mathrm{T}: \Phi \to \Phi$ が構成できるか否かということである。もし、構成できたならば、$\mathrm{T}\varphi$はφと同一特徴量の組を持つパターンとなり、原パターンφのモデルと解釈されてよいし、本付録1で主張しているように、原パターンφに対し、写像 T は正規化・特徴抽出の両機能を併せ持つとみてよい[3], [5]。このような写像 T の存在は既に2種類、提示されており（本付録1の2式(A1.13), (A1.30)）[3], [4]、その内の1つの写像 T が手書き漢字パターンφの構造をどの程度再現可能かについては既に計算機シュミレーションされている［5]。そこでは、像 $\mathrm{T}\varphi$が誤認識の生じない程度に質が落され再生されたものになっていることが確認されている。このような類の写像 $\mathrm{T}: \Phi \to \Phi$ に関する研究は文献［1］～［5］を除いて、これ迄まったくなされていないし、写像 T はパターン認識の数学的理論（以後、簡単に SS理論 と呼ぶことがある）[8] では、モデル構成作用素 と呼ばれるものの一種であり、情報量の多いパターンから必要な情報だけを備えた「情報量の少ないパターン（原パターンのモデル）」を作り出す働きがある。

$[\varphi, \mathrm{T}\varphi] \in \mathrm{ind}(\mathrm{u})$ を満たす特徴抽出写像 $\mathrm{u}: \Phi \times \mathrm{L} \to \mathrm{R}^+$ と、モデル構成作用素 $\mathrm{T}: \Phi \to \Phi$ の他の緒例については、SS理論［8］,第15部にあり、本付録1での2つのモデル構成作用素 T などを使って、有限次元ベクトルを入力する従来のホップフィールド型及び誤差逆伝播型ニューラルネット［26］を、正規化・特徴抽出の両機能を内部構造として内蔵する形で、可分な一般抽象Hilbert空間 $\mathfrak{H}$ 上に拡張できることも、SS理論 [8], 第17～23部で示されている。

本母音認識計算機シミュレーションでも使用された本付録1の式（A1.13）の写像 $\mathrm{T}: \Phi \to \Phi$ の有効性は、日本語単独母音系列の一部を与えると、生起順序を保存して、全系列を次々と自由再生する連想型記憶システム［14］でも、計算機シュミレーションで確かめられている［15]。本論文では、このモデル構成写像 T に関してはこの文献［15］と全く同じシュミレーション条件の下で、日本語単独母音の認識に関する計算機シミュレーション結果［13］がその理論 [8], [10]～[12] と共に示されるが、すべての内容は発表済みである。

つまり、本付録1での自己共役作用素 H として、提案済みの平均類似度［1］～［3]; [9］から定まるものを用い、パターン認識の数学的理論［8］に受け継がれた手法としての構造受精法［12］が、本付録1において式（A1.13）で示されているモデル構成作用素 T を適用した形で、日本語単独母音の認識方法、そのシミュレーション結果、吟味、検討が報告される。

尚、辞書を用いた連想検索の手法を適用し、簡単な部分パターンから、それを含む複雑な部分パターンへと階層的に連想を行い、文字のストローク情報から最終的な連想結果として、似た特徴を持った数個以内のカテゴリ候補を出力する“多段階”の文字連想システム［21］もあるが、本手法でも、**“多段階”**の認識過程が導入されており、初期の段階では間違っている認識の働きが訂正されることがある事実が明らかになっている。**“多”**段階認識情報処理を採用したことの効果が明確に表れているのである。本手法が実用に耐えうるとの確証は本シミュレーションでは得られていないが（本シミュレーションはこの種の確認のために行ったのではない）、他の簡単な3つの単段階認識手法では、画像認識の場合［5］に比べ変形の程度が大である話者適応形音声認識に

全く応じきれないことも明らかになっている。

また、本研究内容によって、無限次元 multi-channel形ニューラルネットによる連想の働き（文献［8］の第17～23部）をも含めて、パターン認識の数学的理論［8］の基本思想が明らかになると思う。

1.6 本論文の構成

本論文の構成は次のようになっている。

第2章では、不動点探索形構造受精多段階パターン認識手法の原理が説明され、第3章では、モデル構成作用素 T の意義、本パターン認識システムへの極小的入力パターン集合Φの意味、並びに、類似度関数SM 、大分類関数 BSC の具体的構成手法が説明され、第4章では、本 **"多"** 段階認識認識手法におけるカテゴリ候補の絞り方、収束性の実質的な判定法が更に詳しく説明され、第5章では、日本語単独母音の計算機シミュレーションの実施方法、その結果が説明され、その吟味、検討がなされる。また、付録1では、 T の具体的構成原理が説明され、付録2では、T, SM, BSC の満たすべき axiom 1, 2, 3 が説明され、付録3では、構造受精作用素 $A(\gamma)$, パターン φの有効な候補カテゴリ番号リスト $CSF(\varphi,\gamma)$ などが定義された後、併せて、構造受精変換 $TA(\gamma)T$ の不動点変換性質が説明される。

2. 不動点探索形構造受精多段階パターン認識手法の原理

本章では、本連想形認識システムがこれまでの如何なる認識システムとは異なり、パターンと、その帰属する可能性のあるカテゴリ番号リストとの対としてのカテゴリ帰属知識を入力, 出力とすることが説明され、併せて、正規化･特徴抽出の両機能を"陽に"含んだ形式で、入力パターンφの帰属するカテゴリを"不動点探索形構造受精多段階帰納推論［27］"する事実が指摘され（2.1節)、本研究での連想形認識システムにおいては、記憶内容としてのパターン（各カテゴリ$\mathfrak{C}j$の代表パターンωj）同士が直交していなくてもよい事実と、カテゴリ帰属知識の入力に関し非線形性動作をする事実が明らかにされる（2.2節)。

2.1 正規化･特徴抽出の両機能を"陽に"含んだ形式で、カテゴリ帰属知識を入力とし、カテゴリ帰属知識出力を自己想起する本連想形認識システム

まず、第3章以降の本研究内容の理解を容易にするためには、前章（前書き）の復習になるが、以下のことを前以て、指摘しておくことは無駄ではあるまい。

文献［16］では、n 次元列ベクトルの幾つかの要素を、記憶した n 次元列ベクトルの対応する要素に一致させて入力し、その記憶ベクトル全体を正確に想起するタイプの自己想起型の連想記憶システムが提案され、その対応する要素が入力ベクトルの不変要素値と等しい記憶ベクトルのうち、**入力ベクトルとの間のユークリッド距離が最小の記憶ベクトルが想起される**ことが示されている。すなわち、文献［16］の手法では、

(形の崩れた)"パターン"から（崩れていない）"パターン"を、正規化･特徴抽出の両機能を"陰に"含んだ形式で自己想起するタイプ

であるが、本不動点探索形構造受精多段階パターン認識手法［27］では、

対〈パターン, カテゴリ番号リスト〉から対〈パターン, カテゴリ番号リスト〉を、正規化・特徴抽出の両機能を**"陽に"含んだ形式**で自己想起するタイプ

が研究される。要約していえば、次のようになるだろう。

記憶機械がn次元列ベクトルxを記憶しているとは、ある行列Aが存在して、**不動点方程式**

$Ax=x$

が成立していることであり、入力uに対し、Aを何回か作用させ、

$u_1=Au_1, u_2=Au_2, u_3=Au_3,\cdots$

と変形していくことで、正確に想起される記銘内容としての正規直交基底から構成される想起行列Aの不動点として、出力としての想起ベクトルxを得るシステムが記憶機械である

という立場を採用している研究[16]と対比して、本研究内容を説明すれば、

本**連想形認識システム**が$\langle\psi,\lambda\rangle\in\langle\Phi,2^J\rangle$を記憶しているとは、あるカテゴリ番号リスト$\gamma\in 2^J$が存在して、$\langle\psi,\lambda\rangle$が**不動点方程式**

$$TA(\mu)T\cdot\langle\psi,\lambda\rangle=\langle\psi,\lambda\rangle \tag{1_1}$$

の解（不動点解）となっていることであり、入力パターン$\varphi\in\Phi$は全カテゴリの集合$\mathfrak{C}_j$, $j\in J$内のいずれか1つのカテゴリに帰属しているという**カテゴリ帰属知識入力**

$$\langle T\varphi, J\rangle\in\langle\Phi,2^J\rangle \tag{2}$$

に対し、$\mu_0,\mu_1,\mu_2,\cdots\in 2^J$を探索しながら得た作用素の列

$$TA(\mu_0)T, TA(\mu_1)T, TA(\mu_2)T,\cdots \tag{3}$$

を施し、

$$\langle\psi_{s+1},\lambda_{s+1}\rangle=TA(\mu_s)T\cdot\langle\psi_s,\lambda_s\rangle,\quad s=0,1,2,\cdots$$
$$\text{ここに、}\langle\psi_0,\lambda_0\rangle=\langle T\varphi, J\rangle \tag{4}$$

と変換していき（入力パターンφの帰属するカテゴリについての"不動点探索形構造受精多段階帰納推論［27］"）、最終認識段階にある1つの構造受精変換$TA(\mu_t)T$（第t認識段階の構造受精変換）に関し、不動点方程式

$$\langle\psi_t,\lambda_t\rangle=TA(\mu_t)T\cdot\langle\psi_t,\lambda_t\rangle \tag{1_2}$$

を満たす不動点として、カテゴリ帰属知識出力としての想起内容$\langle\psi_t,\lambda_t\rangle$を得るシステムが連想形認識システムである

ということになる。

2.2 本研究での連想形認識システムにおける記憶内容パターン同士の非直交性と、非線形性動作

この際、注意しておかねばならないことは、次の通りである：明らかに、文献［16］の研究内容と際立って異なるのは、正規化・特徴抽出の両機能を備えた"モデル構成作用素"$T:\Phi\to\Phi$を、"構造受精作用素"と呼ばれる$A(\gamma):T\cdot\Phi\to\Phi$の両側に配置していることである。そして、文献［16］の方法では、想起出力は入力パターンに関し線形であり、然も、**記憶するn次元ユークリッドベクトル同士は内積に関し正規直交していなければならない**が、本研究では、本付録2でのaxiom1,2,3を各々満たすモデル構成作用素T, 類似度関数SM,、大分類関数BSCを用いた形で、

想起される出力としてのカテゴリ帰属知識はカテゴリ帰属知識入力に関し**非線形**

であり、然も、**記憶する**一般抽象ヒルベルト空間$\mathfrak{H}$のベクトル（各カテゴリ$\mathfrak{C}_j$の代表パターンω_j）同士に対しては、内積（,）に関する正規直交性の代りに、

より緩和されている性質である本付録2でのaxiom2の(i)SMに関する正規直交性，axiom3の(i)カテゴリ抽出能力を要請する

のみで、処理対象としているパターンφの集合 Φを含むもとのヒルベルト空間$\mathfrak{H}$では**必ずしも直交しているとは限らない（1次独立でありさえすればよい）**本付録1での式（A1.9）の代表パターン集合 Ω の各元ω_jと、その帰属カテゴリ番号リスト［j］との対$\langle\omega_j,\ [j]\rangle$の集合

$$\langle\Omega, J\rangle \equiv \{\langle\omega_j,\ [j]\rangle \mid j\in J\} \tag{5}$$

が、（本付録3での定理A3.3からわかるように）正確に想起されるカテゴリ帰属知識としての記憶内容である。 □

3. パターン集合Φ、モデル構成作用素T、類似度関数SM、大分類関数BSCの構成

モデル構成作用素 $T:\Phi\rightarrow\Phi$の構成手法については本付録1に示されている。それで、本章では、このモデル構成作用素 $T:\Phi\rightarrow\Phi$については、その意義などが簡単に説明され、その後、処理するであろうパターン集合Φ、類似度関数SM、大分類関数BSCの構成手法が説明され、次章では、これらを組み合わせ、前章で説明された不動点探索形構造受精認識手法がより詳しく説明される。

3.1 本シミュレーションで採用されたモデル構成作用素T

処理しようとするパターン$\mathfrak{H}$の集合が、内積、ノルムを各々、$(\ ,\ )$, $\|\ \| = \sqrt{(\ ,\ )}$ とするHilbert空間$\mathfrak{H}$の部分集合と設定すると、第1章、並びに本付録1での式（A1.13）に関する説明により、本付録1での式（A1.19）で定義される特徴抽出写像

$$u : \Phi\times L\rightarrow R^{+} \tag{6}$$

と、本付録1での式（A1.12）での a set of primitive shape-components（**パターン形状素**の集合）

$$\psi_\ell \equiv \theta_\ell(H)\,\xi\,\|\xi\|^{-1},\ \ell\in L \tag{7}$$

とを導入して、

$$T\varphi = \Sigma_{\ell\in L}\ u(\varphi,\ell)\cdot\psi_\ell \tag{8}$$

と定義された写像$T:\Phi\rightarrow\Phi$ によってパターン$\varphi\in\Phi$ を変換して得られるパターン$T\varphi\in\Phi$ に関し、本付録1での式（A1.20)、が成立する。つまり、

$$\forall\varphi\in\Phi,\ \forall_{\ell\in L},\ u(T\varphi,\ell) = u(\varphi,\ell) \tag{9}$$

がいえ、式（8）の構造形式から

$$\forall\varphi\in\Phi,\ T(T\varphi) = T\varphi\ (\text{ベキ等性}) \tag{10}$$

が成立する。式(9)の成立は、正に、第1章（まえがき）での同値関係

$$\forall\varphi\in\Phi,\ [T\varphi,\varphi]\in \mathrm{ind}(u)$$

を意味していることに注意しておこう。

2式（9），(10）並びに、$T\varphi$の、本付録1でのウニタリ座標変換不変性を示す式（A1.24）が、

$T\varphi\in\Phi$はφと同一特徴量の組を持ち、原パターンφのモデルと解釈され、

写像$T:\Phi\rightarrow\Phi$は正規化・特徴抽出の両機能を持っている

ことの根拠である。

式(8）でいうモデル $T\varphi$が、2式(9)，(A1.24）を満たすように構成されたとき［3]，[5]、著者

は正直いって、その解釈に困惑したのであるが、知覚の働き（としての特徴抽出写像 $u : \Phi \times L \to R^{+}$）と、（本付録1での式（A1.17）でいう）記憶分解の働きとの協調的働きによって外界のモデルが形成されるということは心理学では通説となっていることがその後判明した。すなわち、知覚は過去経験の長期記憶を組み込んだ予測性内的短期モデルと解釈されるらしい（文献［20］の第4.1節を参照）。この意味では、$T\varphi$ は**知覚（と記憶分解との協調・連動的働きによって得られる）モデル**といえよう。

実は、式(8)の写像Tに関し、本付録2のA2.1節でのaxiom 1をみたすように、パターン集合Φを構成できる。つまり、Φ, Tの対【Φ,T】は以下の命題1に示すように、本付録2, A2.1でのaxiom 1を満たすのである。厳密には、この時初めて、写像Tはモデル構成作用素と呼ばれるのである［8］。R^{++}を正実数全体の集合として、

2つのパターン集合

$R^{++} \cdot \Phi \equiv \{a \cdot \varphi \mid a \in R^{++}, \varphi \in \Phi\}$

$T \cdot \Phi \equiv \{T\varphi \mid \varphi \in \Phi\}$

はもとのパターン集合Φの中に埋め込まれなければならない

ことを、本付録2, A2.1でのaxiom 1は要請しているのである。そうでないと、本付録3での、構造受精作用素 $A(\gamma) : \Phi \to \Phi$ と、構造受精変換 $TA(\gamma)T : \Phi \to \Phi$ との定義に関連して、本付録3での(イ)での等号の成立に支障をきたし、

$A(\gamma) \to TA(\gamma)T$ という操作（$A(\gamma)$ の両側に写像 $T : \Phi \to \Phi$ を配置すること）

が意味を失うのである。

3.2 パターン集合Φの構成

本付録2, A2.1節でのaxiom 1を満たすパターン集合Φの構成は次の通りである。

本付録1での式(A1.9)の代表パターン集合Ωに注目し、基本領域(basic domain)と呼ばれる Φ_B を、少なくとも

$$\{0\} \cup \Omega \cup$$

$$\{\Sigma_{j \in J}\, a_j \cdot \omega_j \mid a_j \in Z(\text{複素数体}), j \in J\} \subset \Phi_B \tag{11}$$

となるように選ぶ。実は、Φ_B は少なくとも、式（11）を必ず満たし、パターン情報システム（認識器［13］、連想器［15］などを総称してこう呼ぶことにする）への訓練入力パターン、並びに実際に処理する入力パターンを**次々と追加していく形式で得られていくものである**。尚、個々の事例（パターンφ）から、それが属するサイズNの母集団（第 $j \in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}j$）の一般的性質を推理するのに必要な最小限度の事例数は、Nが小のときはN／2であり、Nが大になるに従い、Nの対数に比例する（Weber-Fecherの法則に対応）ということ［19］が明らかにされている。

このとき、本付録2, A2.1節でのaxiom 1で許されている演算はTと正の実定数aをかけるという2つの演算のみであるから、パターン集合Φは、再帰領域方程式（reflective domain equation）

$$\Phi = \Phi_B \cup [T \vee R^{++}] \cdot \Phi$$

ここに、

$$[T \vee R^{++}] \cdot \Phi$$

$$\equiv \{\{T\varphi\} \cup \{a \cdot \varphi\} \mid a \in R^{++}, \varphi \in \Phi\} \tag{12}$$

を満たさなければならない。ここに、∪,∨は各々、集合和(union)、選言(disjunction)の意であり、また、R^{++}は正実数全体の集合である。式(12)の解 Φ は形式的には

$$\Phi = \lim_{n\to\infty} \bigcup_{k=0}^{n} [R^{++} \vee T]^{k} \cdot \Phi_B$$

と表現されるから、axiom 1のii, iiiを適用して、結局

$$\Phi = \Phi_B \cup R^{++} \cdot \Phi_B \cup T \cdot \Phi_B \cup R^{++} \cdot T \cdot \Phi_B \tag{13}$$

と求められる（SS理論［8］の第24部を参照）。この誘導された領域（derived domain）Φがパターン情報システムの実際の**動作領域の極小**（minimal operating region）となるものである。

$$T \cdot \Phi = T \cdot \Phi_B \subset \Phi \wedge$$

$$R^{++} \cdot \Phi = R^{++} \cdot \Phi_B \cup R^{++} \cdot T \cdot \Phi_B \subset \Phi \tag{14}$$

が成立しており、Φの代りにその基本領域 Φ_B を正しく処理可能なようにパターン情報システムを構成すれば、入力パターンφを常にそのモデル $T\varphi$へと変換して後、認識、連想などの後続処理が行われるという約束の下では、実際の**動作領域**（operating region）Φに関する処理性能が基本領域Φ_Bに関する処理性能でもって保証される。言い替えれば、**構成的集合**（constructible set）と考えられるΦに関する情報処理機能を全く損なわれないようにΦを縮小したのが基本領域Φ_Bである。

結局、次の命題1の成立が示されたことになる。

［命題1］式(8)で定義される写像 $T: \Phi \to \Phi$と、式(13)のパターン集合Φの対【Φ,T】は、付録2でのA2.1節のaxiom 1を満たす。

（証明）axiom 1のi, iiの成立は付録1での2式

（A1.3），（A1.19）から明らかである。axiom 1のivの成立は式（A1.21）から明らかである。axiom 1のiiiは、式（A1.20）そのものである。 □

3.3 類似度関数SMの具体的構成

式(A1.9)の各代表パターンω_j, $j \in J$は1次独立であり、かつ式(8)で定義されたモデル構成作用素Tによって変換された $T\omega_j$, $j \in J$も1次独立であると仮定する。このとき、類似度関数(similarity-measure function)

$$SM: \Phi \times \Omega \to \{s \mid 0 \leqq s \leqq 1\} \tag{15}$$

を導入し、

$SM(\varphi, \omega_j)=1, 0$ に従って、パターンφは各々ω_jと確定的な類似関係、相違関係にあり、

また、$0 < SM(\varphi, \omega_j) < 1$ の場合は、あいまいな類似・相違関係にある

と、SMを解釈しよう。そして、本節では、付録2でのA2.2節のaxiom 2を、類似度関数SMは満たすように具体的に、構成する。

axiom 2を満たす類似度関数SMは多数あるが、日本語単独母音の本認識シミュレーション［13］では次のように選ばれた（SS理論［8］,第7部を参照）：

$$\| T\varphi \| T\varphi \|^{-1} - \Sigma_{k \in J}\, q_k \cdot T\omega_k \| T\omega_k \|^{-1} \|^{2} \tag{16}$$

を最小にする複素係数q_kの組 $\{q_k \mid k \in J\}$ を求める。それには、連立1次方程式

$$\Sigma_{k \in J} (T\omega_j \| T\omega_j \|^{-1}, T\omega_k \| T\omega_k \|^{-1}) \cdot \overline{q_k}$$

$$= (T\omega_j \| T\omega_j \|^{-1}, T\varphi \| T\varphi \|^{-1}),\ j \in J \tag{17}$$

を解けばよい。$\overline{q_k}$は q_k の共役複素数である。解 $q_k = q_k(\varphi)$ をパターンφの第$k \in J$番目の線形帰属係数（linear membership coefficient）という［10］，［11］。その後、

$$c_j(\varphi) \to a_j(\varphi) \to \alpha_j(\varphi) \to SM(\varphi, \omega_j) \tag{18}$$

という順序で $SM(\varphi, \omega_j)$ を求めればよい。$c_j(\varphi)$, $aj(\varphi)$, $\alpha_j(\varphi)$について説明しよう。

（イ） $c_j(\varphi)\equiv$

$$\begin{cases} 0 \text{ if } \Sigma_{m\in J}\,|\,q_m(\varphi)\,|^2=0 \\ |\,q_j(\varphi)\,|^2/\Sigma_{m\in J}\,|\,q_m(\varphi)\,|^2 \text{ otherwise} \end{cases}$$

（ロ） 不等式 $0<\varepsilon_1<\varepsilon_2<1$ を満たす2つのパラメータ $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ を用いて（その決定法はSS理論[8], 第7部, 定理1、あるいは、文献（10）の第5章にある）、

$a_j(\varphi)\equiv$

$$\begin{cases} 1 \quad \text{if} \quad 1-\varepsilon_1 \leqq c_j(\varphi) \\ c_j(\varphi) \quad \text{if} \quad 1-\varepsilon_2 < c_j(\varphi) < 1-\varepsilon_1 \\ 0 \quad \text{if} \quad c_j(\varphi) \leqq 1-\varepsilon_2 \end{cases}$$

（ハ） $\alpha_j(\varphi)\equiv$

$$\begin{cases} p(\mathfrak{C}_j)\cdot c_j(\varphi) \quad \text{if} \quad \max_{k\in J} a_k(\varphi)=\min_{k\in J} a_k(v) \\ p(\mathfrak{C}_j)\cdot a_j(\varphi) \text{ otherwise} \end{cases}$$

（ニ） $SM(\varphi, \omega_j)\equiv$

$$\begin{cases} p(\mathfrak{C}_j) & \text{if } \Sigma_{k\in J}\ \alpha_k(\varphi)=0 \\ \alpha_j(\varphi)/\Sigma_{k\in J}\ \alpha_k(\varphi) & \text{otherwise} \end{cases}$$

式（16）の最小化を与える複素係数 $q_j(\varphi)$ については、付録2でのA1.1節のaxiom 1のiiiより、

$$\forall\varphi\in\Phi, \forall j\in J, q_j(T\varphi)=q_j(\varphi) \tag{19}$$

が成立しているので、明らかに、次の命題2の成立がしれる。

［命題2］ 式(18）のように定義された式(15）のSMは、付録2でのA2.2節のaxiom 2 を満たす。

（証明） axiom 2のｉの成立は、

$q_k(\omega_j)=1$ if $k=j,=0$ if $k\neq j$

から明らかである。axiom 2のiiの成立は、上述のニから明らかである。axiom 2のiiiの成立は式(19)から明らかである。 □

3.4 大分類関数BSCの具体的構成

大分類関数（rough classifier,binary-state classifier）と呼ばれる2値化関数

$$BSC:\Phi\times J\rightarrow\{0,1\} \tag{20}$$

を導入し、解釈

パターン $\varphi\in\Phi$ の帰属するカテゴリ候補の1つが第 $j\in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ であるならば、

$BSC(\varphi, j)=1$ であることが望ましい

を採用しよう。このとき、注意すべきは、

$BSC(\varphi, j)=0$ であっても、パターン $\varphi\in\Phi$ の帰属するカテゴリ候補の1つが

第 $j\in J$ 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ でないとは限らない

していることである。

大分類関数BSCは付録2でのA2.3節のaxiom 3を満たすように構成されなければならないが、本シミュレーションで採用されたBSCを以下に示そう（文献(12)の付録3を参照)。

$$psn(u)=0 \quad \text{if} \quad u<0,=1 \quad \text{if} \quad u\geqq0 \tag{21}$$

という関数（positive sign function）と、文献(4)の第5章, 定理8（特徴間距離の、ノルム距離による表現定理）で導入され、その後、パーセプトロン形作用素（Perceptron-like operator）と呼ばれている［11]

$W_j(H) \equiv \Sigma_{\ell \in L} w_{j\ell} \cdot \theta_\ell(H)$

ここに、$w_{j\ell}$は実数値であり、$\theta_\ell(H)$ は本付録1、式 (A1.1) での

第$\ell \in L$番目の直交射影作用素 (22)

とを用意し、

$BSC(\varphi, j) = \mathrm{psn}((W_j(H)M\varphi, M\varphi)/(M\varphi, M\varphi) - h_j)$ (23)

と選ぶ。ここに、式 (23) 内の

$(W_j(H)M\varphi, M\varphi)/(M\varphi, M\varphi)$

は、自己共役作用素$W_j(H)$と、パターン$M\varphi$とのなす "測度的ウニタリ不変量" [1] ~ [7] であることに注意しておく。また、一種の想起写像と考えられる$M: \Phi \to \Phi$ によるパターンφの像としてのパターン$M\varphi$は次のように定義された：第3.3節からわかるように、線形帰属係数$q_j(\varphi)$に関し

ある$\eta \in \mathfrak{H}$が存在して、

$[T\varphi \| T\varphi \|^{-1} = \Sigma_{k \in J} q_k(\varphi) \cdot T\omega_k \| T\omega_k \|^{-1} + \eta] \wedge [\forall j \in J, (T\omega_j \| T\omega_j \|^{-1}, \eta) = 0]$ (24)

が成立することを利用し、$M\varphi$は mixture の形に

$M\varphi \equiv \Sigma_{k \in J} q_k(\varphi) \cdot T\omega_k \| T\omega_k \|^{-1}$ (25)

と定義される。 □

もし、閾値h_jを

$\varphi = \omega_j$のとき、$(W_j(H)M\varphi, M\varphi)/(M\varphi, M\varphi) \geqq h_j$ (26)

と常に選定しておくと、式 (19) より、明らかに、

$\forall \varphi \in \Phi \subset \mathfrak{H}, MT\varphi = M\varphi$ (27)

が成立ち、次の命題3の成立が知れる。

[命題3] 式 (23) のように定義されたBSCは、本付録2、A2.3節での axiom 3 を満たす。

(証明) axiom 3のiの成立は、式 (26) より明らかである。axiom 3のiiの成立は、式 (27) より明らかである。 □

4. 不動点探索形認識と構造受精変換

本章では、SS理論 [8] の先駆けとなった "不動点探索形構造受精多段階パターン認識手法"が第3章、並びに本付録1, 2, 3の内容をもとに説明され、本計算機シミュレーションで採用された2設定

(a) カテゴリ候補の簡便な絞り方 (線形探索原理)

(b) 不動点方程式の実質的な成立の判定条件

などの解決法が説明される。

全カテゴリ集合$\underline{\mathfrak{C}}$は$\underline{\mathfrak{C}} = \{\mathfrak{C}_j \mid j \in J\}$の如く、本付録1での式 (A1.8) で表されるとして、パターン$\varphi \in \Phi$ がカテゴリ集合$\underline{\mathfrak{C}}_\gamma = \{\mathfrak{C}_j \mid j \in \gamma \subseteq J\} \subseteq \underline{\mathfrak{C}}$内のいずれか1つに帰属しているという知識 (カテゴリ帰属知識状態) を、

$\langle \varphi, \gamma \rangle \in \langle \Phi, 2^J \rangle$ (28)

と表す。ここに、2^Jは全カテゴリ番号の集合Jのすべての部分集合のなす集合である。また、

$\gamma = [j_1, j_2, \cdots, j_k] \in 2^J$

ここに、$p \neq q \Rightarrow j_p \neq j_q$

はパターン$\varphi \in \Phi$の帰属しているカテゴリ候補$\mathfrak{C}_{j_p}$の番号（カテゴリ候補番号）$j_p \in J\,(1 \leqq p \leqq k)$のリスト（a list of possible candidates for the category to which a pattern φ belongs）である。以後、部分集合とそのリスト表現とを、混乱が生じないかぎり同一視する。

その帰属すべきカテゴリが全く判明していない入力パターンφは、帰属知識$\langle \varphi, J \rangle \in \langle \Phi, 2^J \rangle$で表される。初期条件

$$\langle \psi_0, \lambda_0 \rangle = \langle T\varphi, J \rangle \tag{29}$$

の下で、本付録3の3式（A3.10), (A3.11), (A3.12）で定義される構造受精変換[12]

$$TA(\mu)\,T : \langle \Phi, 2^J \rangle \rightarrow \langle \Phi, 2^J \rangle \tag{30}$$

を用い、

$$\langle \psi_{t+1}, \lambda_{t+1} \rangle = TA(\mu_t)\,T \cdot \langle \psi_t, \lambda_t \rangle \qquad t = 0, 1, 2, \cdot\cdot \tag{31}$$

と変換していくことにしよう。式（31）の右辺の演算結果は、一般的に本付録3での式（A3.13）で規定されている。この際、3式（A3.8), (A3.14), (A3.15）に注意しておこう。

もし、ある非負整数（認識段階番号） tが存在して

$$TA(\mu_t)\,T \cdot \langle \psi_t, \lambda_t \rangle = \langle \psi_t, \lambda_t \rangle \quad \text{(fixed-point equation)} \quad \wedge$$
$$\langle \psi_t, \lambda_t \rangle = \langle \omega_j, [j] \rangle \tag{32}$$

が成立すれば（本付録3での定理A3.4を参照)、

The input pattern φ belongs to category $\mathfrak{C}_j$

と、帰属判断（パターン認識）されてよいだろう[10]～[13]。

これがSS理論［8］での手法（$\mu_0, \mu_1, \mu_2, \cdots \in 2^J$を探索していく形式としての不動点探索形構造受精多段階パターン認識手法）である。

適切に、$\mu_0, \mu_1, \mu_2, \cdots \in 2^J$を、

$$\mu_0 \supset \mu_1 \supset \mu_2 \supset \cdots \in 2^J \qquad \text{（カテゴリ候補の絞り込み）} \tag{33}$$

と選んでいくときの収束性、つまり、不動点方程式（32）の成立は、本付録3での2定理A3.3,A3.4で保証されている。

なお、定理A3.3からわかるように、もし、不適切に$\mu_0, \mu_1, \mu_2, \cdots \in 2^J$を選ぶことがあれば、式(31)で表されているこの“多”段階認識の途中の第t段階

$$\langle \psi_t, \lambda_t \rangle = TA(\mu_{t-1})\,T \cdot \langle \psi_{t-1}, \lambda_{t-1} \rangle \tag{34}$$

において、$\psi_t = 0$なるパターンψ_tは登場することになり（この場合、原入力パターンφは認識不能とすることになる)、処理すべきパターンの集合Φは$0 \in \Phi$と設定していなければならない。この事実が本付録2で、axiom 1のiを要請している理由である。

因みに、2式(31), (32）での、パターン$\varphi \in \Phi$とその帰属カテゴリ候補番号リスト$\gamma \in 2^J$との対$\langle \varphi, \gamma \rangle \in \langle \Phi, 2^J \rangle$の処理形式が、属性A、対象O、値Vを備えた言語形式〈A,O,V〉に関し、〈A,O〉なる対をもとにしてそれと結び付いたVの値を検索する連想形記憶形式［25］や、想起行列Mを用い、$y_k = Mx_k\,(k = 1 \sim N)$という形で、キイ$x_k$をもとに記憶したデータ$y_k$を想起する“対連想”の働き（いわゆる、通常のcontent addressable memory［25］の働き）との違いを明らかにしている。$\langle \varphi, \gamma \rangle \in \langle \Phi, 2^J \rangle$から$\langle \psi, \lambda \rangle \in \langle \Phi, 2^J \rangle$を連想していること、つまり、属性A(式(6)の特徴抽出写像 uに対応することに注意）を固定して、$\langle O_1, V_1 \rangle$から$\langle O_2, V_2 \rangle$を連想する形式が、2式（31）, (32）で示されているのである。

さて、本計算機シミュレーション［13］では、2式（30), (31）における$\mu_t \in 2^J$を簡単化のため、式(34)で示される認識の第t段階$\langle \psi_t, \lambda_t \rangle$での候補カテゴリ番号リスト$\lambda_t$と等しく選び、つまり、

$$\mu_t = \lambda_t \in 2^J \tag{35}$$

と選び、このときの λ_t を次のように求めた [11] ~ [13]。

candidate elimination approach to pattern recognition としての線形探索原理 [11] を採用する。つまり、

$$\lambda_{t+1} \subset \lambda_t \in 2^J \tag{36}$$

でありさえすれば良いのであるから、

$$\min_{j \in \lambda_t} SM(\psi_{t+1}, \omega_j) = SM(\psi_{t+1}, \omega_k) \tag{37}$$

を満たすもっとも若い番号 $k \in \lambda_t$ を選び、

$$\lambda_{t+1} = \lambda_t - \{k\}, \text{ここに } \mu_0 \equiv J \tag{38}$$

と、λ t+1 を求めた。これが、設定 (a) についての解答である。この $\lambda \in 2^J$ を求める関数プログラムがリスト論形式体系の中でも表現されている [22]。

また、不等式

$$0 \leqq \delta < 2^{-1} \tag{39}$$

を満たす非負数 δ を用意し(その決定法については、文献 [10] の第5章、あるいは、SS理論 [8] の第7部, 第3章を参照)、

不等式

$$1 - \delta \leqq SM(\varphi, \omega_j) \tag{40}$$

が成り立つようなカテゴリ番号 $j \in J$ は存在するとすれば、唯1つしかない

という事実を考慮し、

$$\exists j \in \lambda_t,\ 1 - \delta \leqq SM(\psi_{t+1}, \omega_j) \tag{41}$$

が成立することで、式 (32) での不動点方程式の成立とみなすことができる。これが設定 (b) についての解答であり、不動点へのこの収束判定方式が本計算機シミュレーションでは採用された。

5. 日本語単独母音の認識シミュレーション

本章では、第3, 4章の考えで実施された日本語単独母音の認識シミュレーション結果が与えられ、その検討、吟味がなされる。

5.1 平均類似度法とパーセプトロン形作用素内の重みの決定

5.1.1 平均類似度法における固有値問題の、計算機シミュレーションによる決定

連想形記憶器の計算機シミュレーション [15] において使用された日本語単独母音波形 (simulated data)、並びに式 (8) で定義されているモデル構成作用素 $T : \Phi \rightarrow \Phi$ が本シミュレーションでも使われる。本章の詳細な内容はすべて文献 [13], [15], [22], [23] にある。

各パターン(音声波形の2次元表示相関関数)は、内積、ノルムを各々

$$(\varphi, \eta) = \int_0^1 dz_1 \int_0^1 dz_2\, \varphi(z_1, z_2) \cdot \overline{\eta}(z_1, z_2)$$

$$\| \varphi \| = \sqrt{(\varphi, \varphi)}$$

ここに、$\overline{\eta}$ は η の複素共役 (42)

とする可分なHilbert空間 $\mathfrak{C} = L_2(0,1) \otimes L_2(0,1)$ の元であるとされる。

本付録1での3式（A1.1）～（A1.3）における自己共役作用素Hが

$H\varphi = \Sigma_{\ell \in L}\ \lambda_\ell \cdot (\varphi, \zeta_\ell) \cdot \zeta_\ell$

とスペクトル分解され得るS.Suzukiの提案した平均類似度法［3］,［9］を適用し、2次元Walsh関数系で各ノルム規格化固有ベクトルζ_ℓを展開する形でその固有値問題

$H\zeta_\ell = \lambda_\ell \cdot \zeta_\ell$

を解いて［9］、Hの

第$\ell \in L \equiv \{1, 2, \cdots, 25\}$番目の固有値$\lambda_\ell$とノルム規格化固有ベクトル$\zeta_\ell$

を求めた（固有解のこの具体的表示は文献［2］の§6.2においても採録されている）。また、本付録1，式（A1.4）でのBorel可測関数[2] $f(\lambda)$は、簡単に、

$f(\lambda) = \lambda$

と選ばれ、本付録1での式（A1.1）での各直交射影作用素$\theta_\ell(H)$は

$\theta_\ell(H)\varphi = (\varphi, \zeta_\ell) \cdot \zeta_\ell$

と設定された。

因みに、求められた25個の固有値$\lambda_\ell, \ell \in L$については文献［15］の表4.2にある。

5.1.2　ユニタリ不変量としての測度的不変量（平均類似度）の抽出

このとき、$H\eta = 0$となる$\eta \in \mathfrak{H}$を導入すると、本付録1での式（A1.3）の第$\ell \in L$番目の測度的ウニタリ不変量（平均類似度）$\mathfrak{F}_\ell(\varphi)$は、具体的に、

$$\mathfrak{F}_\ell(\varphi) = \lambda_\ell \cdot |(\varphi, \zeta_\ell)| \,/\, [\Sigma_{k \in L} |(\varphi, \zeta_k)|^2 + \|\eta\|^2],\ \ell \in L = \{1, 2, \cdots, 25\}$$

と表現される。何故ならば、

任意の$\varphi \in \mathfrak{H}$は、

$\forall k \in L, (\eta, \zeta_k) = 0 \quad \therefore \quad H\eta = 0$

を満たすηがφに依存して存在し、

$\varphi = \Sigma_{k \in L}(\varphi, \zeta_k) \cdot \zeta_k + \eta$

と展開されるからである。本シミュレーションでは、簡単に、$\eta = 0$とみなし、上の$\mathfrak{F}_\ell(\varphi)$を近似した。この時、パターン$\varphi$がHの1次元固有空間

$\{a \cdot \zeta_k \mid a \in Z$（複素数体）$\}$

に帰属する程度

$$(0 \leq)\ p_\ell(\varphi) \equiv |(\varphi, \zeta_\ell)|^2 / [\Sigma_{k \in L} |(\varphi, \zeta_k)|^2 + \|\eta\|^2]\ (\leq 1)$$

に、重みとして、固有値λ_ℓを考慮したものになっていることがわかる。

5.1.3　the　Fisher ratioを最大にする各パーセプトロン形作用素$W_j(H)$の重みの決定

更に、式（23）内の測度的ウニタリ不変量（ユニタリ不変量不変量としての平均類似度成分）[1]～[7]

$(W_j(H)M\varphi, M\varphi) / (M\varphi, M\varphi)$

は、

$[\forall \ell \in L, 0 \leq v_\ell(\psi) \leq 1] \wedge \Sigma_{k \in L} v_k(\psi) = 1$

を満たす

$v\ell(\psi) \equiv (\theta_\ell(H)\psi, \psi)/(\psi, \psi)$

を用いて、

$(W_j(H)M\varphi, M\varphi)/(M\varphi, M\varphi) = \Sigma_{\ell \in L} w_{j\ell} \cdot v_\ell(M\varphi)$

と表現されることを利用し、各重み $w_{j\ell}$ は、

$\mathfrak{C}_{1,j} = \{\mathfrak{C}_j\}, \mathfrak{C}_{2,j} = \{\mathfrak{C}_j \mid k \in J - \{j\}\}$

という2つの大分類カテゴリ

$\mathfrak{C}_{1,j}, \mathfrak{C}_{2,j}\ (j \in J)$

を想定し、大カテゴリ間分散（between-variance）と大カテゴリ内分散（within-variance）の総和との比（**the Fisher ratio**）を最大にするように、多変量解析の手法を用いて決定された（文献［12］の付録5あるいは、その詳細については、文献［23］を参照。）このようにして決定された式（22）のパーセプトロン形作用素

$W_j(H)$ の重み $w_{j\ell}, j \in J = \{1, 2, \cdots, 5\}, \ell \in L$

の一部,並びに、不等式（26）を満たす

閾値 $h_j, j \in J$

については、文献（13）の表3-2,表3-3に掲げられている。

5.2　モデル構成作用素Tの構成のための諸条件

5.2.1　音声波形 $x_m(t)$ の収集と、自己相関関数 R_m への変換、並びに、2次元パターン $\varphi_{(m)}$ への変換

試作の音声波形記憶装置（最小変換周期45μs,　再現最大周波数11.1KHz, AD変換分解能は符号無し12bit）を使用し、大学4年次男子学生6人分（その育った県はすべて異なる）の30個の日本語単独母音波形

$x_m(t)(t = 0, 1, 2, \cdots, 2^{10} - 1$;その継続時間は$125\mu s \times 1024$個$= 128ms)$　$(m = 1 \sim 30)$

を、騒音のある通常の研究室内の机上において、**発声者に全く諸注意を与えないで採集し、**

ある時間区間内の音声波形 $x(t)$ の凸から凹への

あるいは凹から凸への変化回数（零交差回数; zero-crossing rate）は、

$y(t) = -(d^2/dt^2)x(t)$

の零点の総数である

という事実を考慮し、各 $x_m(t)$ に、$(-1) \times 2$ 階微分演算子 $-(d^2/dt^2)$ を作用させた波形 $ym(t)$ の**自己相関関数**

$$Rm(\tau) = \sum_{t=0}^{2^{10}-1} [y_m(t) - ym^\circ] \cdot [y_m(t+\tau) - y_m^\circ]$$

$$\text{ここに、} y_m^\circ = [1/2^{10}] \cdot \sum_{t=0}^{2^{10}-1} y_m(t)$$

$$\tau = 0, 1, 2, \cdots,$$

を求め、この $Rm(\tau)$ を、

$$\varphi_{(m)}(z_1(k_1), z_2(k_2)) = R_m((k_2 - 1) \times 2^5 + (k_1 - 1))$$

という形式で、パターン（各音声波形 $x_m(t)$ の2次元化表示相関関数）$\varphi_{(m)}$ に変換した。ここに、$z_j(k_j)$ は

$z_j(k_j) = (k_j - 1) \times (1/2^5) + 1/2^6, k_j = 1 \sim 2^5$。

$\varphi_{(m)}$ は第m(＝1～30)番目のパターンであり、

$\varphi_{(5\times(k-1)+j)}$ は第k(＝1～6)番目の発声者の第j(＝1～5) 番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ に属するものである。5 個のカテゴリ $\mathfrak{C}_1, \mathfrak{C}_2, \mathfrak{C}_3, \mathfrak{C}_4, \mathfrak{C}_5$ は各々、日本語単独母音/ a /,/ i /,/ u /,/ e /,/ o /である。本付録1での式（A1.9）での、第j∈J番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の代表パターン ω_j については簡単に、

$$\omega_j = \varphi_{(10+j)},\ j\in J\equiv\{1,2,3,4,5\}$$

と選んでいる。$\mathfrak{C}_j$ の生起確率 $p(\mathfrak{C}_j)$ は等確率に

$$p(\mathfrak{C}_j)=1/5,\ j\in J$$

と選ばれている。各パターン $\varphi_{(m)}$ はHilbert空間 $\mathfrak{H}$ の元であると見なされる。第j∈J番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ に帰属するパターン集合を Ψ_j と表せば、

$$\Psi_j\equiv\{\varphi_{(5\times(k-1)+j)} \mid k=1\sim6\}$$

である。式（42）での内積（φ, η）の近似式として、

$$(\varphi,\eta)$$
$$=(1/25)\cdot\sum_{k_1=1}^{2^5}\ \sum_{k_2=1}^{2^5}\ \varphi(z_1(k_1), z_2(k_2))\cdot\overline{\eta}(z_1(k_1), z_2(k_2))$$

を採用している。

5.2.2　2値化特徴間距離 dis の算出と、類似度関数の評価に関する3パラメータ $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \delta$ の決定

以上により本付録1での、2式（A1.20），（A1.24）を満たす式（8）のモデル構成作用素 $T:\Phi\rightarrow\Phi$ が構成され、従って､第3.2節の式（11）での基本領域 ΦB を、

$$\Phi_B\supset\{0\}\cup\{\varphi_{(m)}\mid m=1\sim30\}\cup\{\Sigma_{j\in J}\, a_j\cdot\omega_j \mid a_j\in Z(\text{複素数体})\}$$
$$=\{0\}\cup[\cup_{j\in J}\Psi_j]\cup\{\Sigma_{j\in J}\, a_j\cdot\omega_j \mid a_j\in Z(\text{複素数体})\}$$

として、本付録2、A2.1節でのaxiom 1を満たす対【Φ,T】が式(14)を満たすように、式(13)のごとく得られた。因みに、本付録1での2式（A1.18),（A1.19）での閾値 e_ℓ, $\ell\in L$ については、文献［15］の Tab.4に掲げられている。この閾値 e_ℓ, $\ell\in L$ の選定後、本付録1での式(A1.19)の2値化特徴量 $u(\varphi,\ell)\in\{0,1\}$　が求められたが、このとき、

2つのパターン φ,ψ の間の2値化特徴間距離

$$\mathrm{dis}(\varphi,\psi)\equiv\Sigma_{\ell\in L}\mid u(\varphi,\ell)-u(\varphi,\ell)\mid \tag{43}$$

を導入し、2つのカテゴリ $\mathfrak{C}_j, \mathfrak{C}_k$ の代表パターン ω_j, ω_k 間の特徴間距離 $\mathrm{dis}(\omega_j,\omega_k)$ については、文献［15］の Tab.5 に掲げられており、

$$\min_{j\neq k}\mathrm{dis}(\omega_j,\omega_k)=\mathrm{dis}(\omega_1,\omega_2)$$
$$=\mathrm{dis}(\omega_2,\omega_3)=\mathrm{dis}(\omega_2,\omega_4)=\mathrm{dis}(\omega_3,\omega_5)=5$$
$$\max_{j\neq k}\mathrm{dis}(\omega_j,\omega_k)=\mathrm{dis}(\omega_1,\omega_5)=11$$

であった。ω_1, ω_5 間、つまり、/ a /,/ o /間の特徴間距離がもっとも大であることがわかる。

本付録2，第A2.2節でのaxiom 2を満たす、式(18)での類似度関数 $SM:\Phi\times\Omega\rightarrow\{s\mid 0\leqq s\leqq 1\}$ の $a_j(\varphi)$ 内の2個のパラメータ $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ は、文献［10］の5章の方法で決定されたが、

$$\varepsilon_1=0.587,\ \varepsilon_2=0.853$$

であった。また、この方法で決定された、第4章での不動点方程式（32）の成立の判定に使う2式(39),（40)での非負パラメータ δ の値は

$$\delta=0.146$$

であった。

5.3 認識結果と吟味・検討

5.3.1 不動点探索形構造受精多段階パターン認識の働きによる処理した結果

以上により、式(38)でのλ_tは式(34)で表されている認識の第t段階$\langle \psi_t, \lambda_t \rangle$で得られたパターン$\psi_t$の帰属する候補カテゴリの番号と解釈されるから、

$\max_{j \in \lambda t} \mathrm{SM}(\psi_t, \omega_j) = \mathrm{SM}(\psi_t, \omega_k)$

を与える最も若いカテゴリ番号

$k = \mathrm{argmax}_{\, j \in \lambda t}\, \mathrm{SM}(\psi_t, \omega_j) \in \lambda_t$

が、式(34)での、第t認識段階で得られたパターン

ψ_tの帰属するカテゴリ番号である

との考えで、30個のパターン$\boldsymbol{\varphi}_{(m)}$ $(m = 1 \sim 30)$を不動点探索形構造受精多段階パターン認識処理した結果が、Table 1に示されている。

このTable 1について、次項で吟味・検討しょう。

Table 1. A list of recognition results. Symbol $$ signifies the correct recognition and symbol ･･ the mis-recognition.

input pattern	its category	recognition step no				results
		0	1	2	3	
pattern PHI (1)	VOWEL / a /	/a/	/a/	—	—	$$
pattern PHI (2)	VOWEL / i /	/u/	/u/	/i/	—	$$
pattern PHI (3)	VOWEL / u /	/u/		—	—	$$
pattern PHI (4)	VOWEL / e /	/a/	/e/	—	—	$$
pattern PHI (5)	VOWEL / o /	/i/	—	—	—	･･
pattern PHI (6)	VOWEL / a /	/u/	/u/	/i/	—	･･
pattern PHI (7)	VOWEL / i /	/e/	/e/	—	—	･･
pattern PHI (8)	VOWEL / u /	/e/	/u/	—	—	$$
pattern PHI (9)	VOWEL / e /	/u/	—	—	—	･･
pattern PHI (10)	VOWEL / o /	/e/	/o/	—	—	$$
pattern PHI (11)	VOWEL / a /	/a/	—			$$
pattern PHI (12)	VOWEL / i /	/i/	—			$$
pattern PHI (13)	VOWEL / u /	/u/	—			$$
pattern PHI (14)	VOWEL / e /	/e/	—			$$
pattern PHI (15)	VOWEL / o /	/o/	—			$$
pattern PHI (16)	VOWEL / a /	/u/	—			･･
pattern PHI (17)	VOWEL / i /	/e/	/e/	—		･･
pattern PHI (18)	VOWEL / u /	/u/	—			$$
pattern PHI (19)	VOWEL / e /	/u/	/i/	—		･･
pattern PHI (20)	VOWEL / o /	/i/	—			･･
pattern PHI (21)	VOWEL / a /	/a/	/a/	—		$$
pattern PHI (22)	VOWEL / i /	/e/	/e/	—		･･
pattern PHI (23)	VOWEL / u /	/u/	—			$$
pattern PHI (24)	VOWEL / e /	/e/	—	—		$$
pattern PHI (25)	VOWEL / o /	/e/	/e/	—		･･
pattern PHI (26)	VOWEL / a /	/a/	—			$$
pattern PHI (27)	VOWEL / i /	/a/	/i/	—		$$
pattern PHI (28)	VOWEL / u /	/e/	—			･･
pattern PHI (29)	VOWEL / e /	/u/	—			･･
pattern PHI (30)	VOWEL / o /	/u/	/i/	—		･･

表1　認識結果のリスト．記号＄＄は正認識されたことを、また、記号･･は誤認識されたことを示す。

5.3.2　認識の誤びゅうから正認識への転換

代表パターン$\omega_j = \varphi_{(10+j)} \in \Omega$, $j \in J$は、本付録3、定理A3.3からわかるように、必ず正しく認識されるから、本付録1での式(A1.9)の$\Omega \subset \Phi \subset \Phi \subset$ Hilbert space $\mathfrak{H}$を除いていえば、

　　正しく認識されたパターンの集合は

　　　$\varphi_{(m)}$, m＝1, 2, 3, 4, 8, 10, 18, 21, 23, 24, 26, 27

　　であり、正認識率は12／25である

が、例えば、/ i /に帰属するパターン$\varphi_{(2)}$についていえば、

　　第0, 1段階では / u / と誤認識されていたのが、

　　第2段階で / i / と正しく訂正されている

ことがわかる。同様なことは$\varphi_{(4)}, \varphi_{(8)}, \varphi_{(10)}, \varphi_{(27)}$の認識においても生じている。このように、第4章で説明された

　　不動点探索形構造受精多段階パターン認識手法では、“多”段階認識過程を採用しているため、最終段階へ到達する途中の段階で入力パターン$\varphi_{(m)}$の帰属するカテゴリが正しく訂正されることがある（認識の誤びゅうから正認識への転換 ; switchover from mis-recognition to correct recognition）

という事実が明らかになった。

　　入力パターン$\varphi_{(m)}$の認識が

　　認識の仕方が本質的に、式(31)の知覚的表象ψ_t

を伴った多段階推論に還元され得る長所を備えた基礎理論［27］の1つとしての第4章で説明された「不動点探索形構造受精多段階パターン認識手法」の利点が、計算機シミュレーションで明らかにされたことになる。

5.3.3　認識の信頼性

また、$\varphi_{(1)}, \varphi_{(3)}, \varphi_{(18)}, \varphi_{(21)}, \varphi_{(23)}, \varphi_{(24)}, \varphi_{(26)}$のごとく、第0段階で正しく認識されていれば、以後の後続段階では誤った認識の方へ転換されないことがわかる。いいかえれば、

　　不動点探索形構造受精多段階パターン認識手法では、ある認識段階で正しく認識されたなら、以後の後続段階では誤ったカテゴリの方へ転換されない（認識の信頼性;reliability）

という事実が判明した。

一方、初期段階での誤った認識が訂正されない場合は、もちろん誤認識されてしまうことが、$\varphi_{(m)}$, m＝5,6,7,9,16,17,19,20,22,25,28,29,30の認識過程からわかる。

5.3.4　3つの“**単**”段階認識手法による認識結果

以下の簡単な3つの“単”段階認識手法（イ), (ロ), (ハ）を考えてみよう：

（イ）2値化特徴間最小距離による認識

式（43）の$\mathrm{dis}(\varphi,\psi)$において、$\psi=\omega$とした整数値

$$\mathrm{dis}(\varphi, \omega_j) \equiv \Sigma_{\ell \in L} \mid u(\varphi, \ell) - u(\omega_j, \ell) \mid$$

は、パターンφの、第$j \in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$の代表パターンω_jからの**2値化特徴間距離**といわれるが、

$$\mathrm{argmin}_{k \in J}\, \mathrm{dis}(\varphi, \omega_k) = j \in J$$

を、パターンφの帰属するカテゴリ番号とする。

（ロ）最大自乗帰属係数による認識

第3.3節での $c_j(\varphi)$は、パターンφの、第$j \in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$の代表パターンω_jに関する**自乗帰属係数**といわれるが、

$$\mathrm{argmax}_{k \in J}\, c_k(\varphi) = j \in J$$

を、パターンφの帰属するカテゴリ番号とする。

（ハ）最大類似度による認識

第3. 3節での $SM(\varphi, \omega_j)$ は、パターンφの、第$j \in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$の代表パターンω_jに関する**類似度**といわれるが、

$$\mathrm{argmax}_{k \in J}\, SM(\varphi, \omega_j) = j \in J$$

を、パターンφの帰属するカテゴリ番号とする。 □

本シミュレーションによる認識結果を、上述の3つの認識手法（イ），（ロ），（ハ）での結果と比較したところ、次の通りであった：

（イ）の方法では、$\varphi_{(2)}, \varphi_{(10)}, \varphi_{(28)}$の3個のみが正認識され、正認識率は3/25であり、

（ロ）の方法では、$\varphi_{(m)}$, m＝1, 3, 21, 23, 24, 26の6個のみが正認識され、正認識率は（イ）による結果より良い6/25であり、

（ハ）の方法では、$\varphi_{(m)}$, m＝1, 3, 21, 23, 24, 26の6個のみが正認識され、正認識率は（ロ）による結果と全く同じ6/25であった。 □

5.3.5　多段階認識手法と、単段階認識手法との“認識結果の違い”

前項での3つの“**単**”段階認識手法（イ），（ロ），（ハ）の正認識率3/25, 6/25, 6/25は、本不動点探索形構造受精“**多**”段階パターン認識手法の計算機シミュレーションによる正認識率12/25に比べて良くないこと（全く無残な結果）がわかるが、これ以外に気付いた3事実(1)～(3)を説明しておこう。

事実(1)　第6番目の発声者による母音/ u /のパターン$\varphi_{(28)}$は（イ）の方法では正認識されるが、（ロ），（ハ）の認識手法及び本不動点探索形構造受精“多”段階パターン認識手法では誤認識される。この事実は、**（ロ），（ハ）の認識手法及び本認識手法が単なる2値化特徴間距離で認識処理（（イ）の方法）していないこと**を示している。しかしながら、（イ）による正認識率3/25（全く予想外）は、（イ）の方法が全く使いものにならないことを示している。

事実(2)　（イ）の方法では、第2番目の発声者については母音/ o /の$\varphi_{(10)}$を除く残りの4母音全部、並びに第4,5番目の発声者の全母音

$$\varphi_{(16)} \sim \varphi_{(20)}, \varphi_{(21)} \sim \varphi_{(25)}$$

が誤認識され、（ロ），（ハ）の手法では、共に、第6番目の発声者については母音/ a /の$\varphi_{(26)}$を除く残りの4母音全部、並びに第2，4番目の発声者の全母音

$$\varphi_{(6)} \sim \varphi_{(10)}, \varphi_{(16)} \sim \varphi_{(20)}$$

が誤認識されるが、本不動点認識処理では、Table 1からわかるように、**如何なるいかなる発声者についても少なくとも1つの母音は正認識され**、（イ），（ロ），（ハ）の方法に比べ、（一人を規準にしての、他の5人についての）“**話者適応の機能**”が少しはある。

事実(3)　（ロ），（ハ）による認識結果が全く一致したことは、カテゴリ抽出能力を高めるであろうと予想した、

式(18)での各$c_j(\varphi)$から各$SM(\varphi, \omega_j)$への変換

が、本シミュレーションにおいては有効に機能しなかったこと（これも全く予想外）を意味している。にもかかわらず、(ロ), (ハ) の方法で正認識されたパターンはすべて、本不動点認識処理では正しく認識されたことは、本付録2, A2.3節でのaxiom 3(のi)を満たす大分類関数BSCのカテゴリ抽出能力が有効に機能したことを意味している。 □

本シミュレーションでの本不動点探索形構造受精 **"多"** 段階パターン認識結果でさえ、決して良好とはいえないが、**"多"** 段階認識手法を採用しない (イ), (ロ), (ハ) の **"単"** 段階認識手法は更に悪いことになる。この理由としては、ナマの母音音声波形 $x_m(t)$ の採集方法が適切でなかった、あるいはこの $x_m(t)$ が発声者によって大幅に異なるためであろうし、然も、この $x_m(t)$ の2次元パターン R_m への変換過程（第5.2節を参照）

$$x_m(t) \quad (\rightarrow y(t)) \rightarrow R_m(\tau) \rightarrow \varphi_{(m)}(z_1, z_2)$$

にも、問題があるといえる。にもかかわらず、本 "多" 段階認識手法が他の簡単な3つの **"単"** 段階認識手法 (イ), (ロ), (ハ) に比べて劣っていないことだけは確かである。

いずれにしても、モデル構成作用素T, 類似度関数 SM, 大分類関数 BSC の選定方法、その各々の内部の緒構成要素、諸パラメータの選び方に問題があり、この改良に関して研究されているSS理論［8］を適用して、再度シミレーションして見る必要があることは確かであろう。

6. むすび

構造受精変換を適用した不動点探索形 "多" 段階認識方法では、前段の認識結果が後続の段階で訂正される可能性を計算機シミュレーションを介して、明らかにした。これが本計算機シミュレーションでの最大の成果であろう。カテゴリ候補の絞り込みに伴うこの訂正機能の理論的解明は、SS理論［8］の研究（第14部, 第3章,基本定理C, つまり、構造受精変換のナローイング定理などを参照）の研究によってなされつつあることを指摘しておかねばならないだろう。。

構造受精変換形不動点探索認識手法では、従来のパターン情報処理の理論と異なり、処理されるであろうパターンの集合 Φ は、記号列情報処理の理論と同様に、構成的集合と与えられるのが特色である（第3.2節を参照）。この手法では、本付録1での2式 (A1.13), (A1.30) で示されているような、原パターン φ と同一特徴量の組 $u(\varphi, \ell), \ell \in L$ を持つ "φ のモデル$T\varphi$" が基本的に用いられるが（第3.1節, 本付録1, 本付録2のA2.1節を参照）、この種の研究、並びに、その応用研究は文献［1］～［5］, ［7］, ［8］, ［10］～［13］, ［15］を除いては存在しない。

SS理論［8］は3文献［10］, ［11］, ［12］での研究にその端著を発する。"入力パターン φ の帰属する正しいカテゴリの不動点探索理論" とも呼べるSS理論（知覚的記憶表象を伴ったパターン認識に関する多段階帰納推論［27］）の骨格は文献［11］においても示されているが、本構造受精法の改良を目指しているSS理論の展開が約1/3終えた段階で眺めて見ると、本研究内容における類似度関数 SM, 大分類関数 BSC などの選び方にその幼さが認められ、そのためもあって本シミュレーション結果が（通常の音声認識情報処理における前処理、特に、時間軸伸縮処理（SS理論の第27,28部)、segmentation処理（SS理論の第25部）を全くしなかったためか、それとも母音音声波形の採集法に問題があったためか、あるいは第5.2節で説明されている本音声波形の2次元化表示相関関数 R_m への変換法が当を得ていなかったためか、などの理由で）格別良好といえない（それでも、他の簡単な３つの単段階認識手法に比べて、本多段階認識手法による認識結果は、話者適応

に関し、格段によい；第5.3節を参照）のが残念であるが、本研究内容はこれからも展開されるであろうSS理論の理解に役立つことを願ってしたためたのであって、新たなシミュレーション（本シミュレーションは、本不動点探索形構造受精認識手法が、入力されたパターンの集合が極めて少数の 30 個からなることからわかるように、もともと実用に耐えうるかどうかの確認をするためになされたのではない。本認識手法が **“多”** 段階形を採用していることからわかるように、他の“単”段階認識手法［23],［24]）との能力比較が目的であった）を実施中であることを断っておきたい。

本論文を終えるにあたって、指摘しておきたいことは次の通りである：

原パターンと同一特徴量を持つパターン（モデル）を構成できた［3],［4］のは、当時の電子総研・主任研究官磯道義典氏が電子通信学会パターン認識学習研究会において著者に鋭い助言をしてくれたお陰である。氏による鋭い指摘は以後の研究［8］axiom1を決めるのに役立った。ここに至って、改めて記して、謝意を表す。

本計算機シミュレーションの実施は著者が芝浦工業大学に在職しているときになされ、口頭発表済みの文献［13］を書き直したものである。構造受精作用素 $A(\mu)$ の定義、並びに、構造受精変換 $TA(\mu)T\langle\varphi,\gamma\rangle$ の定義が整備済みの文献［27］のそれと多少、異なるのが残念であるが、その情報処理機能は基本的に保持されているはずであり、**認識の働きの万能性が証明されている不動点探索形構造受精多段階パターン認識手法［27］**を理解するにあたり、役立つ筈である。著者が芝浦工大在職当時の卒業論文学生諸氏、文教大学非常勤講師大槻善樹氏、著者が芝浦工大在職当時の芝浦工業大学助教授柴山秀雄博士、並びに工学院大学名誉教授奥野治雄博士に感謝します。

□

文　　献

［1］鈴木昇一：“測度的検出形認識系に関する研究”, 博士論文(工学院大学・博乙第1号), Mar.1975

［2］鈴木昇一：“認識工学(上)”, 柏書房, 1975

［3］鈴木昇一：“測度的不変量検出形認識系の構成理論”, 電子通信学論文誌(D), vol.55-D, no.8, pp.531-538, Aug.1972

［4］鈴木昇一：“パターン認識における構造化モデルの4性質とその応用”, 電子通信学論文誌(D), vol.J60-D, no.9, pp.710-717, Sept.1977

［5］鈴木昇一：“抽出された特徴による手書き漢字構造の再生”, 情報処理(情報処理学会誌), vol.18, no.11, pp.1115-1122, Nov.1977

［6］鈴木昇一：“特徴量としての測度的ウニタリ不変量の完全な集合の一構成”, 電子通信学論文誌(D), vol.J59-D, no.9, pp.678-680, Sept.1976

［7］鈴木昇一：“規格化特徴量の集合の完結構造モデルによる一意的決定”, 電子通信学論文誌(D), vol.J60-D, no.10, pp.898-899, Oct.1977

［8］鈴木昇一：“パターン認識の数学的理論”, PRL84-6(第1部), PRL84-30, PRL84-38, PRL85-27, PRU86-8, PRU86-35, PRU86-69, PRU87-1, PRU87-28, PRU88-30, PRU89-1, PRU89-27, PRU89-40, PRU89-66, PRU89-77, PRU89-136, PRU90-5, PRU90-15, PRU90-29, PRU90-125, PRU91-1,

PRU91-29, PRU91-42, PRU92-1, PRU92-18, PRU92-25, PRU92-89, PRU92-102（第28部）, 電子（情報）通信学会技術研究報告 ［パターン認識と学習，パターン認識と理解］
［9］鈴木昇一：“平均類似度の概念に基づく特徴抽出及び識別法（$\Phi_u^{(m)}$ －核形第1種特徴抽出作用素の固有値問題）”, 電子通信学会インホメーション理論研究会, IT71-10, Apr.1971
［10］鈴木昇一, 大槻善樹：“線形帰属係数とパターン情報処理”, 電子通信学会技術研究報告, vol.80, no.173, PRL80-45, pp.33-40, Nov.1980
［11］鈴木昇一：“パターンの意味論的不動点方程式”, 電子通信学会技術研究報告, vol.83, no.53, PRL83-21, pp.81-88, June 1983
［12］鈴木昇一：“パターン情報処理における構造受精法”, 電子通信学会技術研究報告, vol.81, no.74, PRL81-27, pp.51-58, July 1981
［13］鈴木昇一：“平均類似度を用いた構造受精法による日本語単独母音の認識”, 電子通信学会技術研究報告, vol.82, no.31, PRL82-4, pp.25-32, May 1982
［14］鈴木昇一：“線形連想形記憶器内の荷重係数の解析的決定”, 電子通信学会技術研究報告, vol.80, no.77, PRL80-18, pp.9-16, July 1980
［15］鈴木昇一：“連想形記憶器MEMOTRONと日本語母音系列の再生に関する計算機シミュレーション”, 情報研究（文教大学情報学部）, vol.7, pp.14-29, Dec.1986
［16］今田俊明, 曾根悟, 宇都宮敏男：“収束想起方式の連想記憶について”, 電子通信学論文誌（D）, vol.J60-D, no.3, pp.224-231, Mar.1977
［17］古橋啓介：“幾何図形を用いた再認課題における典型の形成”, 心理学研究, vol.52, no.6, pp.358-361, Feb.1982
［18］石毛明子, 箱田裕司：“カテゴリ群化における典型性効果”, 心理学研究, vol.55, no.4, pp.221-227, Apr.1984
［19］小野浩一：“帰納的判断の規定要因の検討－確信反応閾による行動論的分析－”, 心理学研究, vol.59, no.6, pp.334-341, June 1989
［20］M.A.アービッブ：“脳（思考と行動の源をさぐる）”, 金子芳訳, サイエンス社, Apr.1980
［21］河原田弘, 横沢一彦, 岩城修：“階層的パターン構造に基づく文字連想システム”, 電子通信学論文誌（D）, vol.J65-D, no.3, pp.362-369, Mar.1982
［22］鈴木昇一：“認識プログラムFERTのリスト論形式体系における表現”, 情報研究（文教大学情報学部）, vol.8, pp.1-12, Dec.1987
［23］鈴木昇一：“多変量解析に基づく大分類関数の決定とその計算機シミュレーション”, 情報研究（文教大学情報学部）, vol.10, pp.35-49, Dec.1989
［24］鈴木昇一：“帰属係数法に基づく類似度, 帰属関係あいまい度, 認識情報量の計算機シミュレーション”, 情報研究（文教大学情報学部）, vol.11, pp.51-68, Dec.1990
［25］T.コホネン：“連想記憶”, 中谷和夫訳，p.5, p.18, p.28, p .94, サイエンス社, Oct.1980
［26］鈴木昇一：“マルチメディア情報処理のための一般化誤差逆伝播学習ニューラルネットの新数理”, 近代文芸社, Sept.1996
［27］鈴木昇一:“知能情報ﾒﾃﾞｨｱ情報処理のためのカテゴリ帰属知識を用いたパターン認識問題の数理的一般解決”, 近代文芸社, Sept.1997

付録1（位相情報復元可能定理[3]とモデル構成写像 T）

本付録1で説明される写像Tはパターン認識の数学的理論（SS理論）[8] では、axiom 1(付録2) を満たすという意味で モデル構成作用素 と呼ばれもの の一種であり、情報量の多い原パターンから認識に必要な情報だけを備えた

「情報量の少ないパターン（原パターンのモデル）」

を作り出す働きがある。

処理すべきパターンφの集合Φが内積、ノルムをそれぞれ $(\varphi,\eta), \|\varphi\|=\sqrt{(\varphi,\varphi)}$ とする可分なHilbert空間$\mathfrak{H}$の、零元を含む部分集合（部分空間とは限らない；第3.2節の式（13）で与えられる）である場合、恒等作用素 I を、自己共役作用素 H の関数としての第 $\ell\in L$番目の射影作用素 $\theta_\ell(H)$ を用い、

$$I=\Sigma_{\ell\in L}\ \theta_\ell(H)$$

ここに

$$\theta_k(H)\cdot\theta_\ell(H)= \begin{cases} 0 & \text{if } k\neq\ell \\ \theta_\ell(H) & \text{if } k=\ell \end{cases} \tag{A1.1}$$

と直交直和分解すると、H の関数としての正値自己共役作用素 f(H) は

$$f(H)=\Sigma_{\ell\in L}\ f_\ell(H)$$

ここに、

$$f_\ell(H)\equiv(f(H)\cdot\theta_\ell(H) \tag{A1.2}$$

と、各正値自己共役作用素$f_\ell(H)$に直交直和分解される。

さて、$f_\ell(H)$とパターンφとの規定する測度的ユニタリ不変量［1］～［7］

$$\mathfrak{F}_\ell(\varphi)\equiv(f_\ell(H)\varphi,\varphi)/(\varphi,\varphi) \tag{A1.3}$$

を用意しよう。f(H)は有界作用素であるとする。つまり、$\sigma(H)$をHのスペクトル系として

$$0<b\equiv\sup_{\lambda\in\sigma(H)}\ f(\lambda)<+\infty \tag{A1.4}$$

を仮定する。この時、不等式

$$\forall\varphi\in\mathfrak{H},\forall\ell\in L,$$
$$\mathfrak{F}_\ell(\varphi)\leqq(f(H)\varphi,\varphi)/(\varphi,\varphi)\leqq b \tag{A1.5}$$

が成立している［2］。パターンφが第$\ell\in L$番目の射影作用素$\theta_\ell(H)$の値域

$$\mathrm{Range}(\theta_\ell(H))\equiv\{\eta\mid\eta=\theta_\ell(H)\psi,\psi\in\mathfrak{H}\} \tag{A1.6}$$

に帰属する程度は、

$$p_\ell(\varphi)\equiv(\theta_\ell(H)\varphi,\varphi)/(\varphi,\varphi)$$
$$=\theta_\ell(H)\varphi,\varphi)/\Sigma_{k\in L}(\theta_k(H)\psi,\psi) \tag{A1.7}$$

と解釈され、式（A1.3）の$\mathfrak{F}_\ell(\varphi)$はこの帰属する程度の量$p_\ell(\varphi)$に重み f を反映した量になっている［3］。

本研究の内容が契機となったSS理論［8］では、全くカテゴリが存在しえないパターンや2つ以上のカテゴリ候補が考えられるようなパターンを“異常な”パターンと呼び、このような異常なパターンも理論上排除されていないが、本論文でも同様な立場をとり、“正常な”パターンφはある1つのカテゴリ$\mathfrak{C}_j$のみに帰属しているとして、このような$\mathfrak{C}_j$の集まり

$$\underline{\mathfrak{C}}=\{\mathfrak{C}_j\mid j\in J\} \tag{A1.8}$$

を導入する。$\underline{\mathfrak{C}}$は有限集合と仮定する。第j∈J番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$の代表パターン（prototypical pattern）$\omega_j \in \Omega \subset \Phi \subset \mathfrak{H}$を1つ選定する。$\mathfrak{C}_j$は典型（proto-type）としての代表パターンω_jを中心とした緩やかなカテゴリであること［17］を仮定したことになる。

$$\Omega = \{\omega_j \mid j \in J\} \tag{A1.9}$$

が式（A1.8）の全カテゴリ集合$\underline{\mathfrak{C}}$に対応する代表パターンの集合である。このような代表パターンω_jを決定する方法についてはSS理論［8],第21部,付録1、或いは、文献［27］の付録Iにある。

第j∈J番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$の生起確率を$p(\mathfrak{C}_j)$とすると、

$$0 < p(\mathfrak{C}_j),\ \Sigma_{j\in J}\ p(\mathfrak{C}_j) = 1 \tag{A1.10}$$

を満たすとしてよい。このようなの生起確率$p(\mathfrak{C}_j)$を用意し、

$$\xi \equiv \Sigma_{j\in J}\ p(\mathfrak{C}_j)\cdot\omega_j\cdot\|\omega_j\|^{-1} \tag{A1.11}$$

と定義される全カテゴリ集合$\underline{\mathfrak{C}}$上の平均化パターンξ(各カテゴリに属する全事例パターンの平均した値を持つパターン）を導入する。

ノルム規格化平均化パターン$\xi\cdot\|\xi\|^{-1}$に各射影作用素$\theta_\ell(H)$を作用させて得られるパターンψ_ℓの集合

$$\underline{\psi} \equiv \{\psi_\ell \mid \ell \in L\}$$

ここに、

$$\psi_\ell \equiv \theta_\ell(H)\,\xi\cdot\|\xi\|^{-1} \tag{A1.12}$$

が、各パターンφを次の写像Tによる像$T\varphi$として再現するときの、これ以上分解しては意味を失うという意味で、“極小”の基本的なパターン要素（パターン形状素；素パターン）の集合(a set of primitive shape-components）であると考え、

$$T\varphi \equiv \Sigma_{\ell\in L}\ u(\varphi,\ell)\cdot\psi_\ell \tag{A1.13}$$

と、写像$T:\Phi\to\Phi$を定義して見たら、どうだろう。

式（A1.12）の、記憶しているパターン要素ψ_ℓの組ψの，パターンφから抽出された特徴量$u(\varphi,\ell)$の組

$$\underline{u}(\varphi) \equiv \{u(\varphi,\ell) \mid \ell \in L\} \tag{A1.14}$$

による1次結合として、パターンφを再現しょうという訳である。ここに、式（A1.14）から、

$$(\psi_k,\psi_\ell) = 0 \quad \text{if} \quad k \neq \ell \qquad \text{(直交性)} \tag{A1.15}$$

$$\Sigma_{\ell\in L}\ \psi_\ell = \xi\cdot\|\xi\|^{-1}\ \text{(総和分解性)}$$

が成立しているに注意しておくことが必要である。これは、特徴抽出の働き（特徴抽出写像)

$$u:\Phi\times L\to R^+\ \text{(非負実数全体の集合)} \tag{A1.16}$$

と、式（A1.15）での、記憶分解の働き

$$\xi\,\|\xi\|^{-1} \to \theta_\ell(H)\,\xi\,\|\xi\|^{-1},\ \ell\in L \tag{A1.17}$$

とが分離できなくて連動している［20］という形式で、原パターンφをモデル$T\varphi$として再構築しょうという考えである。事実、刺激閾値e_ℓを、不等式

$$0 < e_\ell \leqq \mathfrak{F}_\ell(\xi\|\xi\|^{-1}) \tag{A1.18}$$

を満たすように適応的に決定し(その適応的決定法については、文献[8]の第18部,付録、或いは、文献[11]の付録5にある)、パターンφから抽出される第ℓ∈L番目の2値化特徴量$u(\varphi,\ell)$として

$$u(\varphi,\ell) \equiv \begin{cases} 1 & \text{if}\quad \mathfrak{F}_\ell(\varphi) \geqq e_\ell \\ 0 & \text{if}\quad \mathfrak{F}_\ell(\varphi) < e_\ell \end{cases} \tag{A1.19}$$

を採用すると、式（A1.13）の如く定義される写像 $T:\Phi\to\Phi$ に関し、

$$\forall\varphi\in\Phi\subset\mathfrak{H},\forall\ell\in L, u(T\varphi,\ell)=u(\varphi,\ell)$$
$$\therefore\quad T(T\varphi)=T\varphi \tag{A1.20}$$

が成立することが証明されている。これが文献［1］,［2］,［3］での位相情報復元可能定理の内容であり、文献［5］研究内容はこの写像 $T:\Phi\to\Phi$ についての、手書き漢字パターン φ の構造再生に関する計算機シミュレーション例である。

式（A1.20）の成立は、第1章での同値関係で表現すれば、

$$[T\varphi,\varphi]\in \mathrm{ind}(u)$$

の成立を意味することに注意しておく。

特に、2式（A1.15），（A1.17）に関連して、

$$\forall\ell\in L, u(\xi\|\xi\|^{-1},\ell)=1$$
$$\therefore\quad T\xi\|\xi\|^{-1}=\xi\|\xi\|^{-1}$$
$$\text{(fixed-point equation)} \tag{A1.21}$$

並びに、

$$u(\psi_k,\ell)=1\quad\text{if}\quad \ell=k,=0\quad\text{if}\quad\ell\neq k$$
$$\therefore\quad\forall k\in L,\quad T\psi_k=\psi_k$$
$$\text{(fixed-point equation)} \tag{A1.22}$$

が成立し、ノルム規格化平均化パターン $\xi\|\xi\|^{-1}$並びに、各 primitive shape-component ψ_k は写像 T の不動点として、誤差なく完全に再現される。また、式（A1.3）の $\mathfrak{F}_\ell(\varphi)$ について U を自己共役作用素 H と可換な任意のユニタリ作用素（ユニタリ座標変換）とすると

$$\varphi\to\psi\equiv U\varphi$$

という座標変換に対し、

$$\forall\ell\in L,\mathfrak{F}_\ell(\psi)=\mathfrak{F}_\ell(\varphi) \tag{A1.23}$$

が成立し（測度的ユニタリ不変量抽出可能定理［1］～［7］)、式（A1.13）での原パターン φ のモデル $T\varphi$ に関し、U-ユニタリ座標変換不変性

$$T\psi=T\varphi,\ \text{that is to say},\ T(U\varphi)=T\varphi \tag{A1.24}$$

が成立する

ことに注意しておく。

この際、指摘しておきたいことは次の通りである。

式（A1.9）のモデル構造形式からわかるように、モデル $T\varphi$ の構成に当たり、式（A1.14）の、パターン φ から抽出された特徴量の組 $\underline{u}(\varphi)$ が用いられることは、モデル $T\varphi$ を組み立てることに伴い、“特徴抽出”(feature-extraction）がなされており、また、モデル $T\varphi$ が式（A1.20）での前半の等式

$$\forall\ell\in L, u(T\varphi,\ell)=u(\varphi,\ell) \tag{A1.25}$$

が満たされる形で、原パターン φ と同一の特徴量の組を備えていることは、原パターン φ に対し、同一の特徴量の組を持っているパターンの集合からその代表元（つまり、モデル $T\varphi$）を選ぶという形式で、一種のいわゆる“正規化（normalization）［2］”がなされていることである［3］,［5］。このように解釈すると、式（A1.9）での**写像 $T:\Phi\to\Phi$ は**原パターン　$\in\Phi$ に対し、**“正規化・特徴抽出の両機能”を併せ持っている**といって良い。

同様な“正規化・特徴抽出の両機能”を併せ持っている写像 $T:\Phi\to\Phi$ の例を挙げておこう。

2条件

$\forall \ell \in L, 0 < v_\ell, \sup_{\ell \in L} 1/v_\ell < +\infty$

$0 < \mathfrak{F}_\ell(\xi \| \xi \|^{-1}) / v_\ell = \text{const.}$（$\ell \in L$に無関係な定数） (A1.26)

を満たす刺激感度 v_ℓ の組$\{v_\ell\}\ \ell \in L$を導入する。

$S\varphi \equiv \Sigma_{\ell \in L} \sqrt{\mathfrak{F}_\ell(\varphi)/v_\ell} \cdot \psi_\ell$ (A1.27)

と定義される写像

$S: \Phi \rightarrow \Phi$ (A1.28)

を固定し、

$u(\varphi, \ell) = \sqrt{\mathfrak{F}_\ell(S\varphi)/v_\ell}$ (A1.29)

として、式（A1.13）と全く同様な構造形式を持つ

$T\varphi \equiv \Sigma_{\ell \in L}\ u(\varphi, \ell) \cdot \psi_\ell$

$= S(S\varphi)$ (A1.30)

を用意すると、

$SS = SSSS$

が成立し（文献(4), 第5章, 定理3のc)、結局、2式（A1.20), (A1.24）も、同様に成立することになる。式（A1.19で定義される2値化特徴抽出写像 u：$\Phi \times L \rightarrow R^+$を使った式（A1.13）の$T\varphi$は特徴量としての測度的不変量なる式(A1.3)の$\mathfrak{F}_\ell(\varphi)$の2値化に伴うモデル（**離散モデル**）であるが、式（A1.29）で定義される連続的特徴抽出写像 u：$\Phi \times L \rightarrow R^+$ を使った式（A1.30）のモデル$T\varphi$はそうではない。いわば、**連続モデル**である。式（A1.27）の構造化モデル$S\varphi$に関しては、相異なるものを2種類用意すると、絶対値1の複素定数倍を除いて、原パターン$\varphi \| \varphi \|^{-1}$を一意的に決定することが“phase情報限定可能定理” [4], [6], [7] の適用によって知られている（文献(4), 第7章，定理6)。

式（A1.13)、式（A1.30）で定義される2つの相異なる写像$T: \Phi \rightarrow \Phi$は、共に、処理対象とするパターンの集合Φを第3.2節の式（13）のように設定すると、付録2, A2．1節でのaxiom 1を満たし、モデル構成写像と呼ばれて良いことが示される。

付録2（不動点探索形構造受精多段階パターン認識手法、或いは、SS理論 [8], [27] における3つの公理1，2，3)

本付録2では、モデル構成作用素 T, 類似度関数 SM, 大分類関数 BSC の満たすべき3公理1, 2, 3が説明される。付録3では、これらを組み合わせる構造受精作用素Aが説明される。

A2.1 モデル構成作用素Tの満たす公理1

実は、2式 (A1.13), (A1.30) の写像 T に関し、次のaxiom 1をみたすように、パターン集合Φを構成できる。つまり、Φ, T の対【Φ, T】はaxiom 1を満たす。厳密には、この時初めて、写像 T はモデル構成作用素（model-construction operator）と呼ばれる [8]。

Axiom 1（パターン集合Φとモデル構成作用素$T:\Phi \rightarrow \Phi$ との対【Φ, T】の満たすべき公理)

(i) $0 \in \Phi \wedge T0 = 0.$

(ii)（錐性; cone property） $\forall \varphi \in \Phi, a \cdot \varphi \in \Phi$

$\wedge T(a \cdot \varphi) = T\varphi$ for any positive real number a.

(iii) (ベキ等法則; idempotent law)

$\forall \varphi \in \Phi, T\varphi \in \Phi \wedge T(T\varphi) = T\varphi.$

(iv) $\exists \varphi \in \Phi, T\varphi \neq 0.$ □

上述のaxiom 1内の (i)～(iii) は次の事実を指摘している：パターン集合Φは $T \cdot \Phi \equiv \{T\varphi \mid \varphi \in \Phi\} \subset \Phi$ を満たし、原点（=0）を始点とし、Φの任意の点を通る半直線を含むような集合（錐；cone）である。

因みに、SS理論[8]の第15部, 第22部, 第24部, 第28部によれば、axiom 1を満たすモデル構成写像T：Φ→Φ は、実は多数存在することが示されている。例えば、内積 (φ, η) として、

$(\varphi, \eta) = \int_M dm(x)\ \varphi(x) \cdot \overline{\eta}(x)$

ここに、$\overline{\eta}$ は η の複素共役であり、

M：n次元ユークリッド空間 R^n の可測部分集合

dm(x)：正値Lebesgue-Stieltjes式測度

を採用していれば、実数値パターン $\varphi = \varphi(x)$ に対しては、

$$(T\varphi)(x) \equiv \begin{cases} 1 & \text{if } \varphi(x)/\sup_{x \in M} |\varphi(x)| \geqq b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ここに、$0 < b \leqq 1$

と定義される写像T：Φ→Φ はaxiom 1を満たす。

A2.2 類似度関数SMの満たす公理2

式（A1.9）の各代表パターン ω_j, $j \in J$ は**1次独立**であり、かつ、axiom 1を満たすモデル構成作用素Tによって変換された $T\omega_j$, $j \in J$ も1次独立であると仮定する。このとき

$SM(\varphi, \omega_j) = 1, 0$ に従って、パターン φ は各々、

ω_j と確定的な類似関係、相違関係にある

と想定し、類似度関数（similarity-measure function）

$SM: \Phi \times \Omega \to \{s \mid 0 \leqq s \leqq 1\}$

を導入する。Kroneckerの δ 記号

$\delta_{ij} = 1$ if $i = j$, $= 0$ if $i \neq j$

を導入して、関数SMは次のaxiom 2を満たすように構成されねばならない。

<u>Axiom 2</u>（類似度関数SMの満たすべき公理）

(i)（直交条件; orthogonality）

$\forall j, \forall k \in J,\ SM(\omega_j, \omega_k) = \delta_{jk}.$

(ii)（正規条件; normality condition）

$\forall \varphi \in \Phi, \Sigma_{j \in J}\ SM(\varphi, \omega_j) = 1.$

(iii)（写像Tの下での不変性; invariance under mapping T）

$\forall \varphi \in \Phi, \forall j \in J,\ SM(T\varphi, \omega_j) = SM(\varphi, \omega_j).$ □

上のaxiom 2を満たす類似度関数 SM は多数存在することがSS理論[8], 第6部で示されている。例えば、条件

$\forall i, \forall j\, (i \neq j) \in J,\ T\omega_i \neq T\omega_j$

の下で、

$SM(\varphi, \omega_j)$
$= [1 + \Sigma_{k \in J - \{j\}} [\| T\varphi - T\omega_j \| / \| T\varphi - T\omega_k \|]^2]^{-1}$

と定義される $SM: \Phi \times \Omega \to \{s \mid 0 \leqq s \leqq 1\}$ はaxiom 2を満たす。

A2.3　大分類関数BSCの満たす公理3

大分類関数（rough classifier,binary-state classifier）と呼ばれる2値化関数

$BSC: \Phi \times J \to \{0, 1\}$

を、次のaxiom 3 を満たすものとして導入し、解釈

「パターン $\varphi \in \Phi$ の帰属するカテゴリ候補の1つが第$j \in J$番目の
カテゴリ $\mathfrak{C}_j$ であるならば、$BSC(\varphi, j) = 1$ である」

を採用しよう。下のaxiom 3の(i)からわかるように、カテゴリ間の相互排除性（mutual exclusion among categories）

$\forall j \in J, \forall j \in J - \{k\}, BSC(\omega_j, k) = 0$

を公理として要請していない事実に注意しておこう。

Axiom 3（大分類関数BSCの満たすべき公理）

(i)（カテゴリ抽出能力；good performmance of category separation）
$\forall j \in J, BSC(\omega_j, j) = 1.$

(ii)（写像Tの下での不変性；invariance under mapping T）
$\forall \varphi \in \Phi, \forall j \in J, BSC(T\varphi, j) = BSC(\varphi, j).$ □

大分類関数 BSC は、本付録3の式（A3.2）で定義されている“構造受精作用素” $A(\gamma)$内で用いられたときの前節 A1.2 の類似度関数 SM のカテゴリ抽出能力のあいまい性を2値化する形で、その能力を補うものである。例えば、

$psn(u) = 0 \text{ if } u < 0, = 1 \text{ if } u \geqq 0$

という関数（positive sign function）と、不等式

$0 < c_j \leqq 1$

を満たすパラメータ c_j とを導入して、

$BSC(\varphi, j) \equiv psn(SM(\varphi, \omega_j) - c_j)$

と定義すれば、axiom 3を満たすことが、axiom 2のi, iiiから直ちにわかる。

付録3（構造受精作用素 $A(\gamma)$と“有効な”候補カテゴリ番号リストCSF(φ, γ), 並びに, 構造受精変換の不変集合）

本付録3では、文献［27］とは異なる構造受精作用素
$A(\gamma)$, 並びに,構造受精変換 $TA(\gamma)T$ の両定義に伴う“$TA(\gamma)T$ の不変集合”について、研究される。

A3.1　構造受精作用素 $A(\gamma)$

構造受精作用素（structural-fertilization operator）と呼ばれる

$A(\gamma): T \cdot \Phi \to \Phi$

ここに、$\gamma \in 2^J$ (A3.1)

について説明しょう。ここに、2^J は全カテゴリ番号集合 J のすべての部分集合のなす集合である。

式（A3.1）の A（γ）の定義域 $T \cdot \Phi$ は、式（14）からわかるように、

$$T \cdot \Phi \equiv \{T\varphi \mid \varphi \in \Phi\} \subset \Phi \tag{A3.2}$$

と、処理の対象とする問題のパターン φ の集合 Φ に埋め込まれていることに注意しておく。

式（A3.1）の作用素 $A(\gamma)$ は、更新作用素（updating operator）とも呼ばれ、本付録2で用意された3情報処理機能要素

モデル構成作用素 $T: \Phi \rightarrow \Phi$

類似度関数 $SM: \Phi \times \Omega \rightarrow \{s \mid 0 \leqq s \leqq 1\}$

大分類関数 $BSC: \Phi \times J \rightarrow \{0, 1\}$

を使用する形式で、次のように定義される：

(i) $\varphi = 0 \vee \gamma = \phi$ の場合

$$A(\gamma)\varphi \equiv 0 \tag{A3.3}$$

(ii) $\varphi \neq 0 \wedge \gamma \neq \phi$ の場合

$$A(\gamma)\varphi \equiv \begin{cases} \Sigma_{k \in \gamma} SM(\varphi, \omega_k) \cdot \omega_k \\ \qquad \text{if } \Sigma_{k \in \gamma} BSC(\varphi, k) = 0 \\ \Sigma_{k \in \gamma} SM(\varphi, \omega_k) \cdot BSC(\varphi, k) \cdot \omega_k \\ \qquad \text{if } \Sigma_{k \in \gamma} BSC(\varphi, k) > 0 \end{cases} \tag{A3.4}$$

□

上述の $A(\gamma)\varphi$ の定義（ii）については、文献 [27] での、$A(\gamma)\varphi$ の定義式

$$A(\gamma)\varphi \equiv \begin{cases} \Sigma_{k \in \gamma} SM(\varphi, \omega_k) \cdot T\omega_k \\ \qquad \text{if } \Sigma_{k \in \gamma} BSC(\varphi, k) = 0 \\ \Sigma_{k \in \gamma} SM(\varphi, \omega_k) \cdot BSC(\varphi, k) \cdot T\omega_k \\ \qquad \text{if } \Sigma_{k \in \gamma} BSC(\varphi, k) > 0 \end{cases} \tag{A3.5}$$

とは異なっていることに注意する。

A3.2 従来の自己想起システムと構造受精作用素 A(γ)との対応

記憶したパターン y_k をそのkey pattern x_k から想起するように設計された際（$k = 1 \sim N$）、相関記憶行列 M による記憶システムでは、一般の入力パターン x から想起されるパターン y は、

$$y = Mx = \sum_{k=1}^{N} \langle x, x_k \rangle \cdot y_k \tag{A3.6}$$

であるとされる [25]。ここに、$\langle\ ,\ \rangle$ は n 次元ユークリッド空間 R^n での内積である。以下の定理A3.1における表現式（A3.17）は、この想起ベクトル y の表現式において、条件

$x_k = y_k$（自己想起; autoassociation） (A3.7)

の下での対応

$$\sum_{k=1}^{N} \longleftrightarrow \Sigma_{k \in CSF(\varphi, \gamma)} \tag{A3.8}$$

$$\langle x, x_k \rangle \longleftrightarrow SM(\varphi, \omega_k) \tag{A3.9}$$

$$y_k \longleftrightarrow \omega_k \tag{A3.10}$$

$$Mx \longleftrightarrow A(\gamma)\varphi \tag{A3.11}$$

を考えると、理解しやすいかも知れない。

A3.3 カテゴリ選択関数 CSF(φ,γ)

カテゴリ選択関数（category-selection function）と呼ばれる写像

$$CSF: \Phi \times 2^J \rightarrow 2^J \tag{A3.12}$$

は、少なくとも、**包含関係**（inclusion relation）

$$\forall\varphi\in\Phi, \forall\gamma\in 2^J, CSF(\varphi,\gamma)\subset\gamma\subset J\in 2^J \tag{A3.13}$$

を満たすものであり、次のように定義される：

（i）$\varphi=0\vee\gamma=\phi$ の場合

$$CSF(\varphi,\gamma)=\phi. \tag{A3.14}$$

(ii) $\varphi\neq 0\wedge\gamma\neq\phi$ の場合

$$CSF(\varphi,\gamma)=\begin{cases}\{k\in\gamma \mid SM(\varphi,\omega_k)>0\} & \text{if } \Sigma_{k\in\gamma} BSC(\varphi,k)=0\\ \{k\in\gamma \mid SM(\varphi,\omega_k)>0 \wedge BSC(\varphi,k)=1\} & \text{if } \Sigma_{k\in\gamma} BSC(\varphi,k)>0.\end{cases} \tag{A3.15}$$

□

2式（A3.14),（A3.15）で定義されるカテゴリ選択関数 CSF の値域の元 CSF(φ,γ) は、帰属候補カテゴリ番号リスト$\gamma\in 2^J$の部分リスト（部分集合と同一視されることがある）であり（式（A3.13）を参照)、カテゴリ集合

$$\mathfrak{C}_j, j\in\gamma \tag{A3.16}$$

の1つに帰属している可能性があるパターン$\varphi\in\Phi$に関する、**“有効な”**候補カテゴリ番号のリストと呼ばれる。

A3.4 構造受精作用素 A(γ) の再表現と、パターン φ の事前･事後類似度分布

このとき、2式（A3.3),（A3.4）の A(γ) $\varphi\in\Phi$ は次の定理A3.1のように簡単に表されることがわかる。

［定理A3.1］**（構造受精作用素 A(γ) の再表現定理）**

$$\forall\varphi\in\Phi, A(\gamma)\varphi=\Sigma_{k\in CSF(\varphi,\gamma)} SM(\varphi,\omega_j)\cdot\omega_j. \tag{A3.17}$$

□

パターンφの類似度分布

$$SM(\varphi,\omega_j), j\in J \tag{A3.18}$$

に対し、各 NSM(φ,ω_j)（normalized SM）を、

①) CSF(φ,γ) $=\phi$ (empty set) の場合

$$NSM(\varphi,\omega_j)\equiv 0 \tag{A3.19}$$

②CSF(φ,γ) $\neq\phi$ の場合

$$NSM(\varphi,\omega_j)\equiv\begin{cases}0 & \text{for } j\in J-CSF(\varphi,\gamma)\\ SM(\varphi,\omega_j)/\Sigma_{k\in CSF(\varphi,\gamma)} SM(\varphi,\omega_k) & \text{for } j\in CSF(\varphi,\gamma)\end{cases} \tag{A3.20}$$

と定義すると、定理A3.1から次の定理A3.2を得る。

$$\forall\varphi\in\Phi,\forall j\in J, 0\leqq NSM(\varphi,\omega_j)\leqq 1 \tag{A3.21}$$

$$\wedge\ \Sigma_{k\in J}SM(\varphi,\omega_k)= \begin{cases} 0 \text{ if } CSF(\varphi,\gamma)=\phi \\ 1 \text{ if } CSF(\varphi,\gamma)\neq\phi \end{cases} \tag{A3.22}$$

が成立しており、

$$\text{“}\varphi\in\Phi\rightarrow TA(\gamma)\ T\varphi\in\Phi\text{”} \tag{A3.23}$$

という“構造受精変換過程”は、付録1での式（A1.8）の全カテゴリ集合 $\underline{\mathfrak{C}}=\{\mathfrak{C}_j \mid j\in J\}$について、

パターン φ の事前類似度分布（a priori similarity-distribution）

$$\{SM(\varphi,\omega_j) \mid j\in J\} \tag{A3.24}$$

を、事後類似度分布（a posteriori similarity-distribution）

$$\{SM(\Sigma_{k\in CSF(\varphi,\gamma)}\ NSM(\varphi,\omega_k)\cdot\omega_k,\omega_j) \mid j\in J\} \tag{A3.25}$$

へと変換する

とみなされてよい。

［定理A3.2］**（構造受精変換の再表現定理）**

$$\forall\varphi\in\Phi, TA(\gamma)\ T\varphi$$
$$=T(\Sigma_{k\in CSF(\varphi,\gamma)}\ NSM(\varphi,\omega_k)\cdot\omega_k)\in\Phi \tag{A3.26}$$

が成立ち、よって、

$$\forall\varphi\in\Phi,\forall j\in J, SM(TA(\gamma)\ T\varphi,\omega_j)$$
$$=SM(\Sigma_{k\in CSF(\varphi,\gamma)}\ NSM(\varphi,\omega_k)\cdot\omega_k,\omega_j). \tag{A3.27}$$

（証明）　式（A3.26）はaxiom 1のiiを定理A3.1に適用して得られ、式（A3.27）はaxiom 2のiiiをこの式（A3.26）に適用して得られる。 □

A3.5　$TA(\gamma)\ T\varphi\in\Phi$の5性質

パターン $TA(\gamma)\ T\varphi\in\Phi$ に関連する簡単な性質（下の命題A3.1, 定理A3.3）を指摘しておこう。それには、容易に導かれる次の5性質（イ）～（ホ）に注意しておかねばならない。

（イ）$A(\gamma)TT\varphi=A(\gamma)T\varphi=A(\gamma)\varphi.$

$\because$ 2式（A3.3),（A3.4）での $A(\gamma)$ の定義、本付録2でのaxiom 1, 2の(iii), 並びに, axiom 3の(ii)

（ロ）$CSF(T\varphi,\gamma)=CSF(\varphi,\gamma).$

$\because$ 2式(A3.14),（A3.15）でのCSF(φ,γ)の定義, 本付録2での axiom 2 の(iii) と axiom 3の(ii)

（ハ）任意の $\gamma\in 2^J$ について

$CSF(\omega_j,\gamma)=[j]$ if $j\in\gamma$, $=\phi$ otherwise.

$\because$ 本付録2での、axiom 2 の（i）とaxiom 3の（i）

（ニ）$A(\gamma)\varphi=$

$$\begin{cases} SM(\varphi,\omega_j)\cdot\omega_j & \text{if}\ \ CSF(\varphi,\gamma)=[j] \\ 0 & \text{if}\ \ CSF(\varphi,\gamma)=\phi \end{cases}$$

$\because$ 式(A3.17).

（ホ）$A(\gamma)\omega_j=$

$$\begin{cases}\omega_j & \text{if } j\in\gamma \\ 0 & \text{if } j\in J-\gamma\end{cases}$$

∵ (ニ), (ハ)と本付録2での axiom 2のi. □

A3.6 TA(γ)T⟨φ, γ⟩ ∈ ⟨Φ, 2^J⟩ の定義

先ず、変換

$$TA(\mu)T: \Phi\to\Phi \tag{A3.28}$$

の定義域を、Φから、

$$\langle\Phi, 2^J\rangle\equiv\{\langle\varphi,\gamma\rangle \mid \varphi\in\Phi,\ \gamma\in 2^J\}$$

へと変更して、$\langle\varphi, \gamma\rangle\in\langle\Phi, 2^J\rangle$を、改めて、$\mu\in 2^J$をパラメータに持つ構造受精変換（structural-fertilization transformation）と呼ばれる写像

$$TA(\mu)T: \langle\Phi, 2^J\rangle\to\langle\Phi, 2^J\rangle \tag{A3.29}$$

で変換して得られる帰属知識

$$\langle\psi, \lambda\rangle\equiv TA(\mu)T\cdot\langle\varphi,\gamma\rangle\in\langle\Phi, 2^J\rangle \tag{A3.30}$$

は次のように定義される（method of narrowing down the number of candidate-categories）：

$$\psi=TA(\mu\cap\gamma)T\varphi\wedge\lambda=CSF(A(\mu\cap\gamma)\varphi,\ \mu\cap\gamma) \tag{A3.31}$$

□

本研究での定義式（A3.31）は、文献［27］で定義されている以下の式（A3.32）とは異なっていることに注意しておく：

$$TA(\mu)T\langle\varphi,\gamma\rangle(=_{\triangle}\langle\psi,\lambda\rangle\in\langle\Phi, 2^J\rangle)$$
$$=_{\triangle}\langle TA(\mu\cap\gamma)T\varphi, CSF(\varphi,\mu\cap\gamma)\rangle. \tag{A3.32}$$

□

A3.7 構造受精変換 TA(γ)T の不動点

さて、上述の式（A3.31）の定義から、(イ)，(ロ）を適用すると、次の命題A3.1が成立する。

［命題A3.1］

$$\forall\varphi\in\Phi,\ \forall\gamma,\forall\mu\in 2^J,$$
$$TA(\mu)T\cdot\langle\varphi,\gamma\rangle$$
$$=\langle TA(\mu\cap\gamma)\varphi, CSF(A(\mu\cap\gamma)\varphi,\ \mu\cap\gamma)\rangle. \tag{A3.33}$$

□

上述の命題A3.1と、(ホ), (ロ), (ハ)とから、次の定理A3.3が得られる。

［定理A3.3］（構造受精変換の不動点定理;fixed-point theorem of structural-fertilization transformation）

$$TA(\mu)T\cdot\langle\omega_j,\gamma\rangle=$$
$$\begin{cases}\langle T\omega_j,[j]\rangle & \text{if } j\in\mu\cap\gamma \\ \langle 0, CSF(0,\ \mu\cap\gamma)\rangle & \text{if } j\in J-\mu\cap\gamma\end{cases} \tag{A3.34}$$

□

A3.8 構造受精変換 TA(μ)T の不変集合

写像 $TA(\mu)T:\Phi\to\Phi$ は、入力パターン$\varphi\in\Phi$に対し、パターンφの部分的指定（φから抽出さ

れた式（A1.19）の$u(\varphi, \ell)$ で表される特徴量の、式（A1.14）の組$\underline{u}(\varphi)$）が与えられたとき、重なった代表パターンω_kの、式（A1.9）で表される組 Ω のなす集合体から、パターンφの帰属する可能性のある第$j \in J$番目のカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の代表パターン ω_jのモデル $T\omega_j$を抽出する働きを備えており、その結果得られるのが$TA(\mu)T\varphi \in \Phi$ なのである。この際、本付録2, A2.1節でのaxiom 1の(iii) を2式（A3.30）、（A3.31）の定義に適用すれば、次の命題A3.2が成り立っていることに注意しておく。

［命題A3.2］

$$\forall\varphi \in \Phi, \forall\gamma, \forall\mu \in 2^J,$$

$$TA(\mu)T\cdot\langle\varphi,\gamma\rangle = TA(\mu)T\cdot\langle T\varphi,\gamma\rangle. \tag{A3.35}$$

□

結局､構造受精変換 $TA(\mu)T$の不変集合 $IVS(TA(\mu)T)$ を決定する次の定理A3.4が成り立つ。

［定理A3.4］（**構造受精変換の不変集合定理**；invariant set theorem of structural-fertilization transformation）

不動点方程式（fixed-point equation）

$$TA(\mu)T\cdot\langle\varphi,\gamma\rangle = \langle\varphi,\gamma\rangle \tag{A3.36}$$

を満たす$\langle\varphi,\gamma\rangle \in \langle\Phi, 2^J\rangle$の集まりとして定義される不変集合

$$IVS(TA(\mu)T)$$

$$\equiv \{\langle\varphi,\gamma\rangle \in \langle\Phi, 2^J\rangle \mid TA(\mu)T\cdot\langle\varphi,\gamma\rangle = \langle\varphi,\gamma\rangle\} \tag{A3.37}$$

は、包含関係

$$IVS(TA(\mu)T) \supseteq \{\langle\omega_j, [j]\rangle \mid j \in \mu \in 2^J\} \tag{A3.38}$$

を満たす［11］，［12］。

□

本付録1，2での3構成要素 T,SM,BSC が処理の対象とする問題のパターン集合 Φ に対し適切に選定されているとしよう。各候補カテゴリ番号リスト$\mu \in 2^J$を、付録1でいう“異常でない入力パターン” $\varphi \in \Phi$ の帰属する正しいカテゴリ $\mathfrak{C}_j$ の番号 $j \in J$ を常に含むように、次々と、式（31）でいう各認識段階で探索･決定していけば、不動点探索形構造受精多段階パターン認識手法（知覚的記憶表象を伴った多段階帰納推論［27]）を用い、この入力パターン” $\varphi \in \Phi$ に対しては、式(32) でいう解$\langle\omega_j, [j]\rangle$が得られることを上述の定理A3.4が、保証するものである。

（鈴木昇一，文教大学・情報学部・情報システム学科，“文教大学・情報学部・情報研究 no.17” 投稿論文，論文題目 構造受精法と日本語単独母音の認識，投稿年月日1997年9月9日(木)）

（完了）