

反対色応答を示す段階説の数理モデルとその応用

広内哲夫
坂本和義

A Mathematical Model of the Stage Theory Exhibiting Chromatic Response and Its Application

Tetsuo Hirouchi
Kazuyoshi Sakamoto

要 旨

Young-Helmholzの3色説とHeringの反対色説を融合した段階説の数理モデルを構築することを試みた。色光の混合におけるGrassmanの第3法則を3色説と反対色説に適用して、3色説の3原色と反対色説の6基本色を相互に変換する混色式/脱混色式の導出した。この式を利用することによって、NCSと類似の表色系をコンピュータ画面上に容易に作成することが可能となった。また、反対色応答の機構を数学的に説明することも出来た。

Summary

An attempt has been made with construction of a mathematical model of the stage theory obtained by merging Young-Helm-holz's trichromatic theory and Hering's opponent colors theory. By applying Grassman's 3rd Law in the mixture of color lights to the trichromatic theory and opponent colors theory, introduction has been made with mixed color equation / de-mixed color equation with which 3 primary colors of the trichromatic theory and 6 fundamental colors of the opponent colors theory are interchangeable. Utilization of this equation has made it possible to form very easily the color order system similar to NCS on a computer screen. On the other hand, a mathematical explanation has been possible with the structure of the chromatic response.

1. はじめに

ディスプレイ画面に色を再現するには、赤、緑、青の3原色光を混色する方法が採用されている。コンピュータグラフィックスで用いられるHLS表色系（6.3節で述べる）は、ディスプレイ装置の発光体の3原色光に基づいた8基本色光の混色系である。発光体の特性はCIE-XYZ表色系によって

定められているので、混色系は測色学的に客観化することが出来る。一方、これまで我々が馴染んできた伝統的なマンセル表色系やNCS (Natural Color System) 表色系などは顕色系である。それらは人間の色の見えという視感に基づいて構成され、例えばNCSは、色に含まれると感じる色味、白味、黒味の混合割合を基準に作成される極めて心理的なものである。

筆者は、これからのマルチメディア時代に向けて、ディスプレイ画面を表示媒体とするコンピュータ向けの新しい表色系を実現したいと考えた。(ディスプレイ画面をマンセル表色系の表示媒体とする研究は、すでにMeyer等によって行われている)⁽¹⁾。その表色系は、ソフトウェアの作成原理からすれば測色学に基づく混色系であり、利用者の立場からすれば人間の色知覚を尊重した顕色系であるという、両表色系の特徴を活用しようとするものである。筆者は新しい表色系の実現目標を、各個人の心の中にある色知覚を色判別の基準とする表色系とし、この表色系を”個人の色知覚に適合する表色系”という意味から適応型表色系 (Adaptive Color System : ACS) と名付けた。ACSでは、その表色系としての原理はNCSの考え方に基づくが、個々の利用者に心理実験を課すので、利用者毎の色知覚が反映したACSが構成される。

ACSを具体化するためには、ディスプレイ装置の3原色光からACSの6基本色である有彩色4色(赤、黄、緑、青)と無彩色2色(白、黒)の6色を作り出したりその逆を行う混色アルゴリズムが、まず必要となる。ディスプレイ装置の3原色はYoung-Helmholtzの色覚説(3色説)に基づき、一方、ACSの6基本色はHeringの色覚説(反対色説)に基礎を置いている。この2つの色覚説は現在、融合されて段階説へと発展している。

そこで、本論文では、VosとWalravenの段階説(V-W段階説)に対して数理モデルを構築し、そのモデルからACSを具体化するための有用な混色アルゴリズムが誘導されることを示す。まず第2章で段階説の概要を示し、そして第3章から第7章で、この数理モデルにおいてはアフィン写像の過程でHeringの反対色応答が生ずること、モデル構築の際に導出される式がACS構成のための混色アルゴリズムとして働くこと、などを中心に述べる。最後の第8章で、この数理モデルの応用として、ACSを構成する過程の初段階で必要となる表色系を、その式から容易に作成できることを示す。なお、反対色応答を工学的な立場からシミュレートする数理モデルは、現在まで提案されていない。

2. 段階説

2.1 3色説と反対色説

色覚説には大別して、Young-Helmholtzの3色説とHeringの反対色説が知られている。3色説では、色覚は、光の長波長、中波長、短波長にそれぞれ別々に反応する3種類の視細胞が網膜中に存在することから生じるとされている。それらをL視細胞、M視細胞、S視細胞と呼ぶと、L視細胞が反応すると赤、M視細胞が反応すると緑、またS視細胞が反応すると青が知覚され、3つの視細胞の反応の強弱で、赤、緑、青の混じり合った色知覚が生じると考えられている。この説は、後述する色覚の段階説が提案される近年まで、数学的にも確立した色光の混色理論の立場からも強く支持されて来た。近年、長波長、中波長、短波長に反応する錐体と呼ばれる3種類の視細胞の存在が電気生理学的に確認されており⁽²⁾、それぞれL錐体、M錐体、S錐体と名付けられている。

一方、反対色説では、色知覚の基本は3色説の3色に黄を加えた4色であるとする。この4色は

個々人の心の中で経験的に感じ取る純粋な赤味、黄味、緑味、青味の色で、それをユニーク色という（ユニーク色は色覚正常者でも、個々人によって測色学的値は若干異なっている）。Heringは、赤と緑に反応する視細胞と黄と青に反応する視細胞が網膜中にあり、それらの2つの視細胞が同化と異化という作用をして、一方に反応すれば、他方には反応しないと考えた⁽²⁾。すなわち、赤に反応すれば緑には反応しない、緑に反応すれば赤には反応しないのである。黄と青についても同様である。このように互いに相反する色を反対色と呼び、このような反応を反対色応答と呼ぶ。Heringはまた、2つの視細胞の同化と異化が拮抗する場合には、白と黒に対して同化と異化の反応をするもう1つの視細胞が存在し、それが白、黒あるいは灰色を知覚すると考えた。従って、白と黒も反対色である。このような網膜の反対色応答から、ユニーク色などの色知覚が生じるとするのが反対色説である。この説についても近年、反対色応答をする水平細胞が網膜中に存在することが電気生理学的に確認されている⁽²⁾。また、この説は、各民族における色名の習得順序の研究からも支持されている⁽³⁾。

2.2 段階説への融合

1950年代までは、3色説と反対色説が対立していたが、現在では、この2つを融合した段階説と呼ばれる説が生理心理学的な現象を最も良く説明できる色覚説とされている。すなわち網膜の最初の錐体細胞で光を受けるときは3色説に従い、その後の視細胞の段階では反対色説に従うものとする。その融合の形式はいくつか提案されているが、その本質はほとんど同じである。そこで、筆者は段階説の数理モデルを構築するために、VosとWalravenが提案した融合形式（V-W段階説）を採用した。それを図1に示す⁽⁴⁾。そして、以下に網膜から大脳に到る色情報処理のメカニズムの概略を説明しておく⁽²⁾。

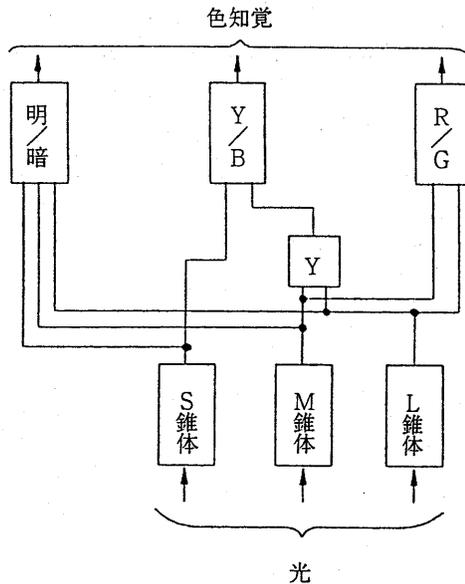


図1 Vos-Walravenの段階説

網膜に到達した光の長波長、中波長、短波長の成分は、それぞれL錐体、M錐体、S錐体でその成分量に応じて反応して、その信号を後方の視細胞に伝える。図中の記号R/G部分の視細胞はL錐体とM錐体の信号を受け取り、その差が視細胞の出力になる。この信号が脳に伝わり、それが正であればユニーク赤を、負であればユニーク緑を、反対色応答的に知覚する。記号Y/B部分の視細胞は、3つの錐体から信号を受け取るが、その中間に記号Y部分の視細胞が関与し、その視細胞はL錐体とM錐体からの信号から作り出された信号を記号Y/B部分の視細胞に送る。記号Y/B部分の視細胞は、この信号とS錐体から直接受けた信号の差を脳に伝え、それが正ならばユニーク黄を、負ならばユニーク青を、反対色応答的に知覚する。この2つの色情報の脳への伝達経路を色チャンネルと呼ぶ。また、記号'明暗'部分の視細胞は、3つの錐体からの入力信号の和を取って、それを脳に伝え、その和の大小に応じた光の強弱を感覚する。光が物体からの反射光である場合には、その光が弱ければ黒を、強ければ白を、また中間であれば灰色を知覚する。この明るさ情報あるいは白黒情報の脳への伝達経路を輝度チャンネルと呼ぶ。

以上の説明をまとめると、例えばM錐体は反応せず、L錐体が大きく、S錐体が小さく反応するような光を網膜が感応したとすると、段階説はこのとき、我々が赤味の強い赤紫色を知覚することを予測するのである。そこで、以下の章では、ディスプレイ装置の3原色光からどのような色が生成されるのかを定量的に説明する段階説の数理解モデルを構築する。このモデルは、あくまでも工学的な応用を目指すものであり、色覚生理現象を説明するためではない。

3.色光回路

3.1 色光回路の設定

V-W段階説の数理解モデルは、図1の段階説と等価な働きをする色光回路を設定することにより構築することが出来る。V-W段階説のL、M、Sの各錐体を、赤光R、緑光G、青光Bを発する発光体と見なし、また神経網を光ケーブルのように色光を封じ込めて伝える伝送路と考える。また、3つの発光体から3色光R、G、Bが流入する部分を、白光Wを合成するW合成体と見なし、R発光体とG発光体から2色光RとGだけが流入する部分を、黄光Yを合成するY合成体と見なす。そして、2つの色光合成体がGrassmannの第3法則を担うものとする、この色光回路は、V-W段階説の数理解モデルを構築するための枠組みとして利用することが出来る。なお、

3色光の混色は、等色式を用いると

$$c(C) \equiv r_0(R) + g_0(G) + b_0(B) \quad (1)$$

のように記述することが出来、赤光R、緑光G、青光Bによって色光Cが合成されることを意味する。等色式(1)の表記法は次の通りである。≡は式の左右の色光が条件等色されることを示す記号である。+(プラス)記号は色光を加えることを示し、また、4.1節の等色式で現れる-(マイナス)記号は色光を取り除くことを示す記号である。括弧付きの大文字は色光(いわゆる等色実験における原刺激)の種類を表し、小文字 r_0 、 g_0 、 b_0 は3色光R、G、Bの三刺激値である。

3.2 色光回路のシミュレータ

第4章以降で述べる数理解モデルを第8章で実際に応用するので、色光回路における発光体の条件とそのシミュレータとしてのカラーディスプレイ装置に触れておく。発光体はディスプレイ装置

の発光原理と同じ条件とする。発光体の3色光R、G、Bは、ディスプレイ装置で定められた赤、緑、青の3原色光であり、それは色光の加法混色に従う。3原色光の輝度は、ディスプレイ装置の電子銃の印加電圧を定めるコンピュータ・プログラムのrgb値と呼ばれる数値（無単位）によってコントロールされる。その値を r_0 、 g_0 、 b_0 とすれば、フルカラー（1677万色）の表示機能を持つコンピュータの場合、それらの数値は $0 \leq r_0, g_0, b_0 \leq 255$ の範囲（ただし整数値）でプログラムの中から自由に設定することが出来る。以後、rgb値の最大値を $L (=255)$ で表すことにする。

ディスプレイ装置では、3原色光R、G、Bがともに同一で最大のrgb値（ $r_0 = g_0 = b_0 = L$ ）で発光すると白光（光の場合は無色であるが、ディスプレイ画面では白が知覚されることから、便宜的に白光と呼ぶ）が生じ、また、色光Bが発光しない状態で、色光R、Gの2色光がともに同一で値で最大のrgb値（ $b_0 = 0, r_0 = g_0 = L$ ）で発光すると黄光が生ずる。このような混色が可能なようにディスプレイ装置の3原色光R、G、Bの測色学的特性（発光体の蛍光材料のCIE-xy色度座標と最大輝度）が定められている。その事例については8.3節で示す。

3原色光の輝度は、電子銃の印加電圧の変化に対して非線形的に変化し、印加電圧はrgb値の変化に対して比例して変化する。そこで、輝度とrgb値を比例変化させるために、ディスプレイ装置とコンピュータの間では、ソフトウェア的な補正が行われているものと仮定する。このような補正は一般にガンマ補正と呼ばれるが、これについては8.3節で詳しく述べる。また、3原色光の輝度を明度係数で割った値は三刺激値となり、それは、ガンマ補正が行われたディスプレイ装置とコンピュータの間においてはrgb値と比例するので、そのような場合、数学的にはrgb値は三刺激値を代替することが可能である。このようなディスプレイ装置は色光回路のシミュレータとして用いることが出来る。

なお、本論文では以後、等色式とrgb値を用いてモデルを組み立てるが、その際の言い回しの都合上、rgb値を色強度と呼ぶことにする。

4. 数理モデルの構築

4.1 Grassmannの第3法則の適用

色光回路の3つの発光体が赤R、緑G、青Bの3原色光を発すると、等色式(2)に従った色光Cが合成される。

$$c(C) \equiv r_0(R) + g_0(G) + b_0(B) \quad (2)$$

そして、W合成体は各発光体からそれぞれ等しい色強度のR、G、Bの色光を取り出し、それを基に色強度 w_0 の白光Wを合成する。この取り出しはGrassmannの第3法則に従っている⁽⁵⁾。取り出しの過程は等色式で

$$\begin{aligned} c(C) - w_0(R) - w_0(G) - w_0(B) \\ \equiv r_0(R) + g_0(G) + b_0(B) - w_0(R) - w_0(G) - w_0(B) \\ \equiv (r_0 - w_0)(R) + (g_0 - w_0)(G) + (b_0 - w_0)(B) \end{aligned} \quad (3)$$

と記述される。色光の取り出し量（色強度） w_0 と白光Wの合成は、以下の式(4)と等色式(5)で表される。

$$w_0 = \min(r_0, g_0, b_0) \quad (4)$$

$$w_0(W) \equiv w_0(R) + w_0(G) + w_0(B) \quad (5)$$

式 (4) のmin関数は最小値を求める関数である。等色式 (5) を用いて、等色式 (3) を整理すると、色光Cに関して、次の等色式が成立する。

$$c(C) \equiv (r_0 - w_0)(R) + (g_0 - w_0)(G) + (b_0 - w_0)(B) + w_0(W) \quad (6)$$

また、Y合成体もW合成体と同じ様な色光の取り出しを行い、黄光Yを合成する。すなわち、それはR発光体とG発光体に接続していることから、3原色光の残りの成分からそれぞれ等しい色強度のR、Gの色光を取り出し、これをもとに色強度 y_0 の黄光Yを合成すると、色光Cに関して次の等色式が成立する。

$$c(C) \equiv (r_0 - w_0 - y_0)(R) + (g_0 - w_0 - y_0)(G) + (b_0 - w_0)(B) + w_0(W) + y_0(Y) \quad (7)$$

色光の取り出し量(色強度) y_0 と黄光Yの合成は、以下の式(8)と等色式(9)で表される。

$$y_0 = \min(r_0 - w_0, g_0 - w_0) \quad (8)$$

$$y_0(Y) \equiv y_0(R) + y_0(G) \quad (9)$$

次に黒光Sという光を考えてみる。我々が黒色を知覚するというのは、物理的に光が視細胞に到達しない場合の色知覚であり、それは光が存在しないことを意味する。従って、黒光Sという仮想の色光を仮定し、その色強度を s_0 として、それを等色式(7)の右辺に追加しても、色光Cに関する等色式は成立する。すなわち以下の等色式が成り立つのである。

$$c(C) \equiv (r_0 - w_0 - y_0)(R) + (g_0 - w_0 - y_0)(G) + (b_0 - w_0)(B) + w_0(W) + y_0(Y) + s_0(S) \quad (10)$$

この色光回路を通過した色光Cは、その回路の出口から白光、黄光および残りの赤光、青光、緑光、および知覚できない黒光の6混色光として発光すると考えることが出来る。このような混色を保証することが出来るのは、色光の混色がGrassmannの第3法則に則っているからである。等色式を色光回路に適用することにより、我々は、「色光回路によって発色する色光Cは、それを3原色光R、G、Bから成る混色光と見なしても、6基本色光R、Y、G、B、W、Sから成る混色光と解釈しても、その心理物理学的な特性は全く同一である」という重要な結論を得る。

4.2 混色式/脱混色式の導出

色光Cを構成する6基本色光の色強度における混色比率をそれぞれ r 、 y 、 g 、 b 、 w 、 s で表し、その単位を%とすると、等色式(10)は以下の様に表すことも出来る(等色式(11)の係数 k については後で示す)。

$$c(C) \equiv kr(R) + ky(Y) + kg(G) + kb(B) + kw(W) + ks(S) \quad (11)$$

$$r + y + g + b + w + s = 100 \quad (12)$$

等色式(10)と(11)の係数同士を比較すると、次の関係式を得る。

$$kr = r_0 - w_0 - y_0 \quad (13)$$

$$ky = y_0 \quad (14)$$

$$kg = g_0 - w_0 - y_0 \quad (15)$$

$$kb = b_0 - w_0 \quad (16)$$

$$kw = w_0 \quad (17)$$

$$ks = s_0 \quad (18)$$

kは式(13)～式(18)の左辺の単位を右辺の単位に変換する係数(単位変換係数)である。その値は、発光体の色強度の最大値Lを100%で割った値

$$k=L/100 \quad (19)$$

である。

式(4)と式(8)のmin演算を実行する。 $r_0 \leq g_0$, b_0 の場合には、式(4)から $w_0=r_0$ 、式(7)から $y_0=r_0-w_0$ となるので、式(13)と式(14)から $r=y=0$ が得られる。すると $g=(g_0-r_0)/k$ 、 $b=(b_0-r_0)/k$ 、 $w=r_0/k$ が得られるので、これらの式と式(12)から

$$g_0-r_0+b_0+ks=100k \quad (20)$$

となる。これをsについて解くと

$$s=(L+r_0-g_0-b_0)/k \quad (21)$$

が得られる。式(4)と式(8)のmin演算について、同様な場合分けを行うと、表1の左部分の式が得られる。この式を本論文では、3原色光の混色によって6基本色光を合成するという意味から混色式と呼ぶ。表1の右の部分の式は、上記の解き方の逆を行って得た式であるので、脱混色式と呼ぶ。表1に示すように、混色式も脱混色式も4つの色部分(色領域)から構成される。

なお、混色比率の関係が矛盾しないことを示しておく。例えば $r_0 \leq g_0$, b_0 なる条件の領域(緑-青領域： $r=y=0$)において、緑光が100%の場合、黒光を含め、他の色光は0%でなければならないが、そのとき、脱混色式から $r_0=b_0=0$, $g_0=L$ が得られ、式(21)から $s=0$ が成立し、黒光は0%である。混色式から $b=w=0$ も成立し、青光も白光も0%である。また、黒光が100%の場合、他の色光は0%でなければならないが、式(21)から $s=100$ になるのは、 $r_0=g_0=b_0=0$ のときである。このとき混色式から $g=b=w=0$ が成立し、緑光、青光、白光はすべて0%である。

表1 混色式/脱混色式

| | 混色式 | 脱混色式 |
|-------------------|--|--|
| 赤 — 黄 領域 | $b_0 \leq g_0 \leq r_0$ | $g=b=0$ |
| | $r=(r_0-g_0)/k$ $y=(g_0-b_0)/k$ $g=0$ $b=0$ $w=b_0/k$ $s=(L-r_0)/k$ | $r_0=k(r+y+w)$ $g_0=k(y+w)$ $b_0=kw$ |
| 黄 — 緑 領域 | $b_0 \leq r_0 \leq g_0$ | $b=r=0$ |
| | $r=0$ $y=(r_0-b_0)/k$ $g=(g_0-r_0)/k$ $b=0$ $w=b_0/k$ $s=(L-g_0)/k$ | $r_0=k(y+w)$ $g_0=k(y+g+w)$ $b_0=kw$ |
| 緑 — 青 領域 | $r_0 \leq g_0, b_0$ | $r=y=0$ |
| | $r=0$ $y=0$ $g=(g_0-r_0)/k$ $b=(b_0-r_0)/k$ $w=r_0/k$ $s=(L+r_0-g_0-b_0)/k$ | $r_0=kw$ $g_0=k(g+w)$ $b_0=k(b+w)$ |
| 青 — 赤 領域 | $g_0 \leq r_0, b_0$ | $y=g=0$ |
| | $r=(r_0-g_0)/k$ $y=0$ $g=0$ $b=(b_0-g_0)/k$ $w=g_0/k$ $s=(L-r_0+g_0-b_0)/k$ | $r_0=k(r+w)$ $g_0=kw$ $b_0=k(b+w)$ |

5. V-W段階説の数学的解釈

5.1 行列による表現

等色式は線形代数を用いて数学的に表現することが出来る。そこで前章で述べた等色式における混色操作をベクトルと行列によって表現する。座標系O-rgbにおける基底ベクトルを R_0, G_0, B_0

の3原色光（赤、緑、青）とし、位置ベクトルとしての色光C₀の終点の座標を（r₀, b₀, g₀）とすると、等色式（2）は次の3次元空間のベクトルで表現される。ただし、ベクトルの係数r₀、g₀、b₀の測色学的な意味は、等色式（2）の係数の場合と同じである。

$$C_0 = r_0R_0 + g_0G_0 + b_0B_0 \quad (22)$$

一方、座標系O-rygbwsにおける基底ベクトルをR、Y、G、B、W、Sの6基本色光（赤、黄、緑、青、白、黒）とし、位置ベクトルとしての色光Cの終点の座標を（kr, ky, kg, kb, kw, ks）とすると、等色式（11）は、次の6次元空間のベクトルとして表現することが出来る。ただし、ベクトルの係数r、y、g、b、w、sの意味は、等色式（11）の係数の場合と同じで、kは単位変換係数である。

$$C = k(rR + yY + gG + bB + wW + sS) \quad (23)$$

前章で得た「基本色光を3色光から6色光に増やしても心理物理学的特性は同じである」という結論は、数学的には、3次元空間の色光ベクトルC₀を6次元空間の色光ベクトルCにアフィン写像することを意味する。そのアフィン写像における両ベクトル間の係数は、表1の混色式で示される関係にある。その関係を行列の形式で記述すると

$$k(r, y, g, b, w, s, 1) = (r_0, g_0, b_0, 1)A \quad (24)$$

である。Aはコンピュータグラフィックスでよく使われる同次座標を用いたアフィン写像による4行7列の表現行列（1は同次座標値）であり⁽⁶⁾、それは表2に示されるように、式（24）のr₀、g₀、b₀の大小関係によって、4つの行列に分けられる。

同様に、基本色光を6色光から3原色光に減らした場合には、6次元空間の色光ベクトルCから3次元空間の色光ベクトルC₀に線形写像することを意味する。その場合の両ベクトル間の係数は、表1の脱混色式で示される関係にあり、その関係を行列の形式で記述すると

$$(r_0, g_0, b_0) = k(r, y, g, b, w, s)B \quad (25)$$

である。表現行列Bは6行3列であり、その4つの表現を表2に示す。

表2 混色式、脱混色式の行列A,Bの表現

| | 赤－黄領域 | 黄－緑領域 | 緑－青領域 | 青－赤領域 |
|-------------|---|---|--|--|
| 混色式 行列A | $b_0 \leq g_0 \leq r_0$ | $b_0 \leq r_0 \leq g_0$ | $r_0 \leq b_0, g_0$ | $g_0 \leq r_0, b_0$ |
| | $\begin{pmatrix} 10000-10 \\ -1100000 \\ 0-100100 \\ 00000Lk \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 01-10000 \\ 00100-10 \\ 0-100100 \\ 00000Lk \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 00-1-1110 \\ 00100-10 \\ 00010-10 \\ 00000Lk \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 10000-10 \\ -100-1110 \\ 00010-10 \\ 00000Lk \end{pmatrix}$ |
| 脱混色式 行列B | $g=b=0$ | $b=r=0$ | $r=y=0$ | $y=g=0$ |
| | $\begin{pmatrix} 100 \\ 110 \\ 000 \\ 000 \\ 111 \\ 000 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 000 \\ 110 \\ 010 \\ 000 \\ 111 \\ 000 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 000 \\ 000 \\ 010 \\ 001 \\ 111 \\ 000 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 100 \\ 000 \\ 000 \\ 001 \\ 111 \\ 000 \end{pmatrix}$ |

5.2 アフィン写像の意味

ここで構築されたV-W段階説の数理モデルは、3色説における色光を3次元ベクトルで、また、反対色説における色光を6次元ベクトルで表現している。そして、次章で詳述するように、このモデルが反対色応答を発現する機構は、数学的には色光ベクトルの3次元空間から6次元空間へのア

フィン写像によってなされると解釈される。このアフィン写像の幾何学的な様子を図2に示す。ただし、我々は6次元を視覚的に認識することが出来ないで、それは模擬的な様子であることを了解されたい。図は $b_0 \leq g_0 \leq r_0$ なる条件の領域（赤-黄領域）の場合であり、3次元空間の基底ベクトル R_0 と6次元空間の基底ベクトル S が原点間の距離 L を隔てて相互に重なり合っているのが分かる。なお、4つの部分から構成される4つの色領域は、数学的には相互に関係がなく独立している。

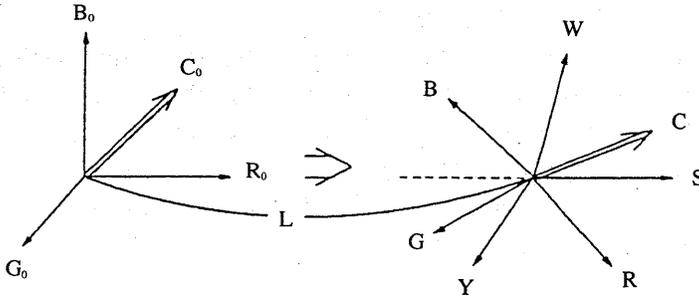


図2 アフィン写像の幾何学的様子（模式図）

6.混色式/脱混色式の特性

6.1 反対色応答

数理モデルから導出された混色式は、反対色応答を満足していなければならない。混色式の出力 r 、 y 、 g 、 b 、 w 、 s において、これが成立しているかどうかを調べてみる。表1の混色式から分かるように、 $b_0 \leq g_0 \leq r_0$ なる条件の3原色光の入力のとき、その6基本色光の出力は、 $0 \leq r$ 、 $0 \leq y$ 、 $g = 0$ 、 $b = 0$ となる。これは赤味と黄味が感じられるときには、その反対色である緑味と青味は感じられないというHeringの反対色応答を確かに満たしている。このとき生成される色相は赤-黄の混合色相となり、その混色比率は混色式の出力値から求めることが出来る。

同じ条件の3原色光の入力のときの具体的な例を示す。3原色光の色強度が $r_0 = L/2$ 、 $g_0 = L/3$ 、 $b_0 = L/4$ のときには、表1の混色式（ $r = (r_0 - g_0)/k$ 、 $y = (g_0 - b_0)/k$ 、 $g = b = 0$ 、 $w = b_0/k$ 、 $s = (L - r_0)/k$ 、 $k = L/100$ ）を用いると、赤光、黄光、白光、黒光がそれぞれ $r = 16.66\%$ 、 $y = 8.33\%$ 、 $w = 25\%$ 、 $s = 50\%$ の混色光が生成されると計算される。緑光と青光は0%である。また逆に、赤光、黄光、白光、黒光がそれぞれ $r = 40\%$ 、 $y = 20\%$ 、 $w = 10\%$ 、 $s = 30\%$ の混色光は、表1の脱混色式（ $r_0 = k(r + y + w)$ 、 $g_0 = k(y + w)$ 、 $b_0 = kw$ 、 $k = L/100$ ）を用いて、3原色光が $r_0 = 0.7L$ 、 $g_0 = 0.3L$ 、 $b_0 = 0.1L$ の色強度で混色していると計算される。

$b_0 \leq r_0 \leq g_0$ なる条件、 $r_0 \leq g_0$ 、 b_0 なる条件、 $g_0 \leq r_0$ 、 b_0 なる条件の入力においても、混色式は同様な反対色応答を満足しており、それらの条件で生成される色相は、それぞれ黄-緑、緑-青、青-赤の混合色相である。

6.2 色強度の保存

構築された数理モデルでは、アフィン写像の前後においては、心理物理学的な特性である色強度の総和（いわゆる刺激和）は保存されることを示す。写像前の色強度の総和 c_1 は、等色式 (2) の係数の和 $c_1=r_0+g_0+b_0$ で表され、写像後のその総和 c_2 は、等色式 (11) の係数の和 $c_2=k(r+2y+g+b+3w+s)$ で表される。黄光と白光の係数 y と w に定数2と3が乗じられているのは、式 (9) と式 (5) から分かるように、それら色光の色強度への寄与が、それぞれ他の色光（赤光、緑光、青光）の2倍および3倍となるためである。

そこで、 $b_0 \leq g_0 \leq r_0$ なる条件（赤-黄領域）の場合、写像後の色強度の総和 c_2 を計算してみる。式 (11) の kg と kb の値は0であり、また、 ks は黒光に関係することから、それは色強度には寄与せず、値を0と見なせる。 kr の値は (r_0-g_0) であり、 ky の値は (g_0-b_0) であり、また、 kw の値は b_0 である。それらの値を用いて c_2 を計算すると、 $c_2=r_0+b_0+g_0$ となり、 c_2 は c_1 に一致する。それ故、写像前後で色強度の総和は保存される。他の条件（他の領域）の場合も同様にして示される。

6.3 色表現の範囲

ACSを創り出すための出発点（基準）となる表色系を、本論文では原始表色系と呼ぶ。この表色系は混色系であり、 v - w 段階説の数理モデルから導出された混色式/脱混色式を用いて、容易に作成することが出来る。ACSの基礎である原始表色系を作成することが、混色式/脱混色式の工学的な応用と言えよう。その作成方法については第8章で詳しく述べるが、その前に、混色式/脱混色式が創り出す色の範囲を調べておく必要がある。

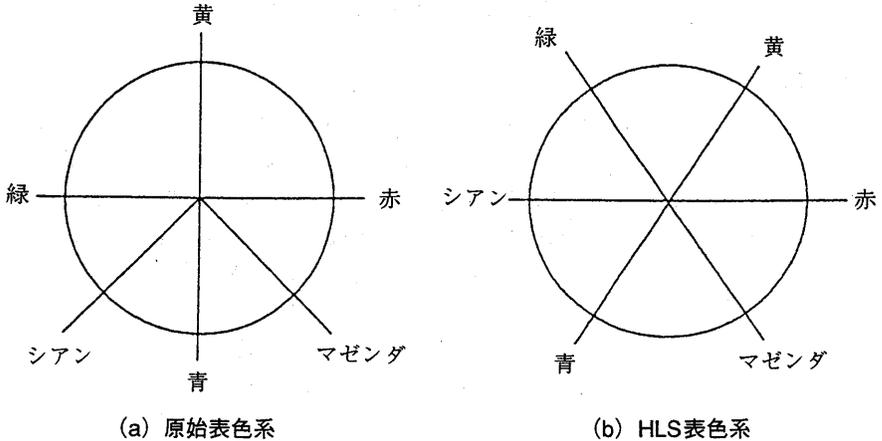


図3 色相環の比較

原始表色系においては、図3 (a) に示すように、4基本有彩色が相対して色相環の最外周上に配置され、中心に向かって白と黒が増し、中央に無彩色の灰色が配置される。この表色系をコンピュータグラフィックスで用いられるHLS（HLSはHue, Lightness, Saturationの頭文字）表色系と比較してみる。HLS表色系は、原始表色系の基本有彩色以外に、シアン、マゼンタの2色が追加された6基本有彩色の混色系である⁽⁷⁾。その表色系においては、図3 (b) に示すように（通常は正六角形

で描かれるが、比較のために円とした)、6基本有彩色が相対して色相環の最外周上に配置される。シアンは緑と青の2原色光の混色から、またマゼンタは青と赤の2原色光の混色から構成される。そのときの最外周上のシアンとマゼンタを生じる2原色光の色強度は、それらがHLS表色系の基本色であるため、最大の色強度Lで発光する。すなわち、シアンの場合が赤光が0、緑光がL、青光がLの色強度で、またマゼンタの場合は赤光がL、緑光が0、青光がLの色強度で、それぞれ発光する。

これを原始表色系におけるシアンとマゼンタについての3原色光の色強度を計算してみる。シアンとマゼンタの色相環上の位置を図3 (a) に示す。色相環の最外周上では白と黒の混色は0%である。シアンは緑と青が50%づつ混色した色であり、また、マゼンタは青と赤が50%づつ混色した色であるので、そのときの色相環の最外周上のシアンとマゼンタの3原色光の色強度は、シアンの場合は、表1の脱混色式 ($r_0 = kw, g_0 = k(g+w), b_0 = k(b+w), k = L/100$) から、 $w = 0\%$ 、 $g = b = 50\%$ を式に代入すると、 $r_0 = 0$ 、 $g_0 = b_0 = L/2$ となり、また、マゼンタの場合は、表1の脱混色式 ($r_0 = k(r+w), g_0 = kw, b_0 = k(b+w), k = L/100$) から、 $w = 0\%$ 、 $r = b = 50\%$ を式に代入すると、 $g_0 = 0$ 、 $r_0 = b_0 = L/2$ となる。このことから、混色式/脱混色式の創り出す原始表色系は、シアンとマゼンタの近傍領域の輝度はHLS表色系の半分であり(ガンマ補正が施されたディスプレイ装置が持つ3原色光の最大発光能力の半分しか満たしていない)、輝度が飽和していないことが分かる。

7. 飽和因子

7.1 飽和因子の導出

原始表色系において、シアンとマゼンタの近傍領域での輝度を飽和させるために、これまでに構築した数理モデルを再検討してみる。第4章では、黒光に関する混色比率 s は、最初に他の5基本色光の混色比率(式(13)～式(17))を導き、その後に6基本色光の間の百分率の関係(例えば式(20))を用いて間接的に導いたのである。すなわち、黒光の仮想的な色強度を定めず、それを6基本色光間の百分率の関係に還元してしまったのである。

そこでここでは、黒光の仮想的な色強度を定めることによって、混色式/脱混色式を修正してみる。その色強度 s_0 を

$$s_0 = L - \max(r_0, g_0, b_0) \quad (26)$$

とする(\max 関数は最大値を求める関数)。この式は、色相環の最外周において(シアンとマゼンタの近傍領域も含まれる)、3原色光の中で少なくとも1原色光の色強度だけは最大のLまで引き上げる(飽和させる)ことを意味する。この条件を用いて黒光に関する修正された混色式を導出し直すことを、緑-青領域について試みる。

その色領域では、 $r_0 \leq g_0, b_0$ なので、もし $b_0 \leq g_0$ とすると、式(26)および $s_0 = k's$ (飽和したときの単位変換係数を k' とする)から、黒光に関する修正された混色式 s は

$$s = (L - g_0) / k' \quad (27)$$

となる。また、緑-青領域では、反対色応答を考慮すると

$$g + b + w + s = 100 \quad (28)$$

なので、式(28)に表1に示すその領域の g, b, w に関する混色式(同様に飽和したときの単位変換係数を k' とする)と式(27)を代入し、整理すると

$$k' = (L + b_0 - r_0) / 100$$

$$= (L/100) \{1 + (b_0 - r_0) / L\} \quad (29)$$

が得られる。式 (29) の右辺の左項を f とすると

$$f = 1 + (b_0 - r_0) / L \quad (30)$$

となる。この f を飽和因子と呼ぶ。また、式 (29) の右辺の左項 $(L/100)$ は、飽和しない場合の単位変換係数 k (式 (19)) であり、飽和した場合の単位変換係数 k' は

$$k' = kf \quad (31)$$

で表すことが出来る。従って、飽和しない場合の単位変換係数 k に飽和因子 f を乗じたものが、飽和した場合の単位変換係数 k' となるのである。

また、式 (29) の $b_0 - r_0$ の項に混色式 ($k'b = b_0 - r_0$) を代入して整理すると

$$k' = (L/100) \{100 / (100 - b)\} \quad (32)$$

が得られ、式 (32) の右辺の右項を f とすると

$$f = 100 / (100 - b) \quad (33)$$

となる。式 (30) の飽和因子は3原色形式で表し、式 (33) は6基本色形式で表したものであり、どちらも同じ内容を意味している。前者は混色式、後者は脱混色式に用いるとよい。

同様に、もし $g_0 \leq b_0$ とすると、黒光に関する修正された混色式 s は

$$s = (L - b_0) / k' \quad (34)$$

となり、そのとき、この領域の飽和因子 f は

$$f = 1 + (g_0 - r_0) / L \quad (35)$$

$$= 100 / (100 - g) \quad (36)$$

と得られる。

このような作業を他の3領域について行った結果を、黒光に関する修正された混色式 s については表3に、飽和因子 f については表4に示す。

表3 黒光に関する修正混色式

| | | |
|-------|-------------------------|----------------------|
| 赤-黄領域 | $b_0 \leq g_0 \leq r_0$ | $S = (L - r_0) / k'$ |
| 黄-緑領域 | $b_0 \leq r_0 \leq g_0$ | $S = (L - g_0) / k'$ |
| 緑-青領域 | $r_0 \leq b_0 \leq g_0$ | $S = (L - g_0) / k'$ |
| | $r_0 \leq g_0 \leq b_0$ | $S = (L - b_0) / k'$ |
| 青-赤領域 | $g_0 \leq r_0 \leq b_0$ | $S = (L - b_0) / k'$ |
| | $g_0 \leq b_0 \leq r_0$ | $S = (L - r_0) / k'$ |

表4 飽和因子

| 混色式に対する飽和因子 | | |
|--------------|---------------------------|---------------------------|
| 赤-黄領域 | $b_0 \leq g_0 \leq r_0$ | $f = 1$ |
| 黄-緑領域 | $b_0 \leq r_0 \leq g_0$ | $f = 1$ |
| 緑-青領域 | $r_0 \leq b_0 \leq g_0$ | $f = 1 + (b_0 - r_0) / L$ |
| | $r_0 \leq g_0 \leq b_0$ | $f = 1 + (g_0 - r_0) / L$ |
| 青-赤領域 | $g_0 \leq r_0 \leq b_0$ | $f = 1 + (r_0 - g_0) / L$ |
| | $g_0 \leq b_0 \leq r_0$ | $f = 1 + (b_0 - g_0) / L$ |
| 脱混色式に対する飽和因子 | | |
| 赤-黄領域 | $g = b = 0$ | $f = 1$ |
| 黄-緑領域 | $b = r = 0$ | $f = 1$ |
| 緑-青領域 | $r = y = 0$ $b \leq g$ | $f = 100 / (100 - b)$ |
| | $r = y = 0$ $g \leq b$ | $f = 100 / (100 - g)$ |
| 青-赤領域 | $y = g = 0$ $r \leq b$ | $f = 100 / (100 - b)$ |
| | $y = g = 0$ $b \leq r$ | $f = 100 / (100 - g)$ |

7.2 飽和した表色系と飽和しない表色系の比較

飽和した原始表色系は、単位変換係数 k に飽和因子 f を乗じた混色式／脱混色式を用いてディスプレイ装置上に構成することが出来る。その表色系における色相環の最外周上のシアンとマゼンタの色光の色強度は、表4の脱混色式に対する6基本色形式の飽和因子 f を用いて f の値を計算すればよい。この値はシアンにおいては、式(33)から $f=2$ と計算される。マゼンタの場合も同様である。従って、飽和した原始表色系における3原色光の色強度は、HLS表色系の場合と同じになり、それは飽和しない原始表色系よりもシアンとマゼンタ近傍領域の輝度は増している(ただし、飽和因子 f を乗じて、色相環における色相変化は生じない)。

図4は、飽和しない原始表色系と飽和した原始表色系について、色相環の最外周における飽和因子 f を計算して、その値の軌跡を極座標で表したものである。偏角 θ が色相を表し、動径 f が飽和因子の値の大きさを表す。この図からも明かなように、飽和した原始表色系が飽和しないものに比べて、シアンとマゼンタ近傍領域では f の値が2倍程突出している。

ところで、飽和しない原始表色系と飽和した原始表色系のどちらが適当かを見定める理論的な方法はない。見極めるのは、人間の色知覚による判断ということになる。そこで、前者と後者の表色系の色相環を実際にディスプレイ画面に実験的に構成してみると(その方法は第8章で述べるが、色相環に対する背景色は明るい灰色とする)、理論計算から予想される通り、その色相環は、前者では全体が滑らかで自然に変化しているが、後者ではシアンとマゼンタの近傍領域が不自然な程強く輝き過ぎている。すなわち、人間の色知覚にふさわしい自然な表色系は前者、すなわち飽和しない原始表色系であることが分かる。このことからすると、HLS表色系は原始表色系と比べて色相の配置が多少異なるが、(これは図3の(a)と(b)の比較から分かる)、それはシアンとマゼンタの領域部分がかなり強調された人工的な輝きのする表色系であると言える。それゆえ、ACS構成の基礎となる原始表色系には、飽和しない原始表色系を採用する。

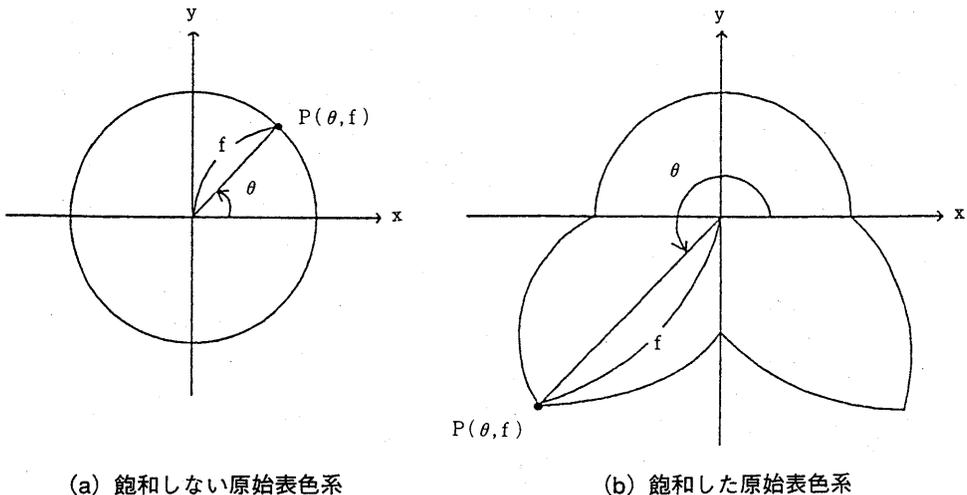


図4 極座標表示における飽和因子の軌跡

8. 混色式／脱混色式の応用

8.1 原始表色系の作成

本章では、v-w段階説の数理モデルの工学的な応用として、導出された混色式／脱混色式を用いてACS構成の出発点となる原始表色系を作成することを試みることにする。

ディスプレイ装置の3原色光の混色によって、理論的には最大1677万色もの超多彩な色を画面に再現することが出来る。しかし、3原色光をそのまま用いるのであれば、原始表色系を実現するのは、かなり面倒となる。そこで、3原色光から原始表色系の6基本色光（有彩色4色と無彩色2色）を自動的にしかも体系的に合成する何らかの混色アルゴリズムが必要となる。

この混色アルゴリズムが、第4章～第7章で導出された混色式／脱混色式である。この式は3原色光から6基本色光へ、また6基本色光から3原色光へと変換する働きをする。例えば、赤、緑、青の色強度を(0.8L, 0.4L, 0.1L)のディスプレイ装置に送れば、混色式を用いると、赤、黄、白、黒の基本色光をそれぞれ40%、30%、10%、20%で混ぜ合わせた色がディスプレイ画面に再現されると計算される。また逆に、緑、青、白、黒の基本色光をそれぞれ20%、40%、10%、30%で混ぜ合わせた色をディスプレイ画面に再現したいのであれば、脱混色式を用いると、(0.1L, 0.3L, 0.5L)の赤、緑、青の色強度でディスプレイ装置に送ればよいと計算される。混色式／脱混色式を用いると、簡単に混色系である原始表色系を実現することが出来る。

そこで、8.2節では原始表色系の作成方法を述べ、8.3節でそれをディスプレイ装置に表示する際に行うべきガンマ補正とStevensの法則による補正について説明する。

8.2 原始表色系の作成方法

原始表色系の色立体を図5(a)に、また色立体における垂直断面の色三角形（正三角形）と水平断面の色相環を図5(b)と図5(c)にそれぞれ示す。色三角形の頂点Wには白光による白、頂点Sには黒光による黒、頂点Cには4基本有彩色の中で反対色を除く2基本有彩色の混色光（これを純色光と呼ぶ）から成る純色が配置される。色三角形の内部は白光、黒光、純色光から成る混合色が配置される。色相環の最外周上には4基本有彩色光の反対色同士が相対して配置される。またその最外周には純色光による純色、中心は白光と黒光の混色光から成る無彩色が配置される。これが色配置の概略である。このように原始表色系は、NCSと基本的には同じ色空間を採用しているが^(8,9)、具体的な色配置においては相違がある。それは原始表色系が色配置を測色学的に決定する混色系であるのに対し、NCSが心理的な色の見えによって決定する顕色系であることである。

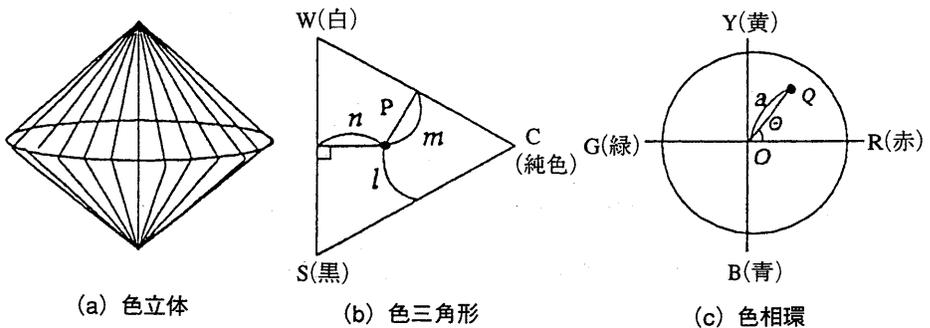


図5 原始表色系の色配置

原始表色系の色空間に6基本色光 (r, y, g, b, w, s) から成る合成色がどのように配置されるかを示そう。3次元色空間の点をAとし、点Aは、その点を円弧に沿って色三角形面に投影した点P、およびその点Aを垂直方向から色相環面に投影した点Q (その点は以下の説明の都合上、赤-黄領域にあるものとする) の2次元平面に存在する2つの点として考察することが出来る。色三角形は三角座標系、また色相環は極座標系を用いてそれらの点の座標を定めることにする。

まず図5(b)の色三角形WSCについて三角座標 (l, m, n) を説明する。その内部の点Pから各底辺SC、WC、WSに下ろした垂線の長さの比をl, m, nとする。色三角形が正三角形であることを考慮し、その高さが1.0であるとすると、関係式 $l+m+n=1.0$ が成立するので、独立変数をl, m、従属変数をnとすると、点Pはl, mによってその位置を定めることが出来る。前述の関係式が成立することから、点Pの色光を構成する白光、黒光、純色光の混色比率w, s, c (単位は%) を変数l, m, nに対応させることが出来、関係式のl, m, nをw, s, cに置き換えると

$$w+s+c=100 \quad (37)$$

が得られる。

次に図5(c)の色相環Oについて説明する。5.2節で指摘したように混色式/脱混色式が数学的に4つの部分に分けられることから、色相環の基本色光が赤と黄の場合を例とする。4分割された色相環ORYにおいては、反対色応答のために赤と黄以外の有彩色光は含まれない。内部の点Qの位置は極座標 (θ, a) を用いて表すことが出来る。(偏角 θ を色相hに、また、動経aを赤黄混合色光(純色光)の混色比率cにそれぞれ対応させることが出来る)。そうすると三角座標系の従属変数nは極座標系の動経aと同じ内容 ($n=a$) を表している別表現であるので、従属変数nすなわち動経aを媒介変数とした新しい3次元座標系 (θ, l, m) を定めることが出来る。これは色空間の点Aの位置を表す座標系である。

ところで、赤-黄領域では、反対色応答から

$$r+y+w+s=100 \quad (38)$$

なので、式(37)、式(38)より

$$c=r+y \quad (39)$$

となる。4分円の円弧を形成する角度90度を100分割した単位で色相を定義すると、色相 h_{yr} は、cを用いて

$$h_{yr}=100y/c \quad (40)$$

から定めることが出来る。このことと共に、偏角 θ は色相hに、動経aは赤黄混合色光(純色光)の混色比率cにそれぞれ対応することを考慮すると、赤-黄領域における位置が (θ, l, m) で示される色空間の点Aの色は、原始表色系の4基本色光(赤、黄、白、黒の各色光)を用いた ($100y/(r+y), w, s$) という形式で表すことが出来る。また、この形式は、その色の位置する色空間の座標も特定することが出来るので、それを色座標と呼ぶことにする。これによって位置と色の対応関係を定めることが出来る。

他の3領域も同様に考えると、一般に原始表色系における任意の点 (θ, l, m) の色は、その点の色座標 (h, w, s) に関係する6基本色光(2基本有彩色、白、黒の各色光)を脱混色式を用いて3原色光の色強度 (r_0, g_0, b_0) に変換する。そして、その色強度を信号としてディスプレイ装置に送ることにより、原始表色系の色立体を画面に構成することが出来るのである。なお、もし、ディスプレイ装置の再現する基本色の白色光が等エネルギースペクトル白色光と同じCIE色度図上の位置 (CIE-xy色度座標) に存在するならば、同じ色相hに属す色は、測色学的には同一の主波長を

持っている。

ガンマ補正の施されたディスプレイ装置を用いて作成された原始表色系の色相環の様子を、CIE色度図を用いて図6に示す。この図は原始表色系の作成中に得られた測色学的データに基づいて計算され、コンピュータによって描かれた図である。図中の三角形の領域が原始表色系の表現する色範囲であり、4つの●印は4基本有彩色の位置（CIE-xy色度座標）を示している。三角形の中心部から各底辺に対して引かれた直線、および中心を巡る等高線のように引かれた直線が、混色比率の10%毎の変化を示している。なお、使用したディスプレイ装置の測色学的特性およびガンマ補正については、次節で述べる。

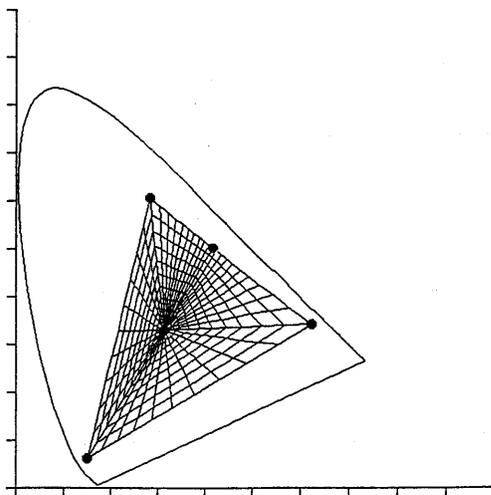


図6 色度図における色相環の様子

8.3 ガンマ補正とStevensの法則

人間が感じる明るさは、光の量（輝度）には比例しないことが知られている。例えば、白光と黒光が感覚的に同じ割合で混色していると感じられるのは、白光と黒光の色強度がともに同一の割合のときではなく、白光がおおよそ2割に対し黒光の8割のときの混色であることが経験的に知られている。それ故、第3章で述べた色光回路の設定が測色学的に全く正しいとしても、その設定条件から導出された式を用いて作成された原始表色系は人間の眼にはバランスを欠いた色配置と感覚されるであろう。実際、前節で示した図6のCIE色度図を得る際にディスプレイ画面に描かれた原始表色系においては、その色相環と色三角形はともに、全体的に白光が強く感じられ、特に色相環は基本色光（特に赤光と青光）の占める領域が局所に集中するように感じられ、不自然な色配置となっていた。

Stevensは人間が光を見たときに感覚する明るさをE、その光源の刺激強度をIとすると、この2つの感覚量と刺激量の間になり立つ関係を、次のようなべき関数で表した^(10, 11)。

$$E = CI^a \quad (41)$$

これを、Stevensの法則という。Cは規格化定数であり、aはべき乗係数である。

一方、ディスプレイ装置の3原色光の輝度Yと色強度Xの関係は、非線形的であり、

$$Y = (\text{const}) X^g \quad (42)$$

で表される (7)。色強度の取り得る値の最大値 L を導入すると、 $0 \leq X/L \leq 1$ であるので、式 (42) を以下のように書き直す。

$$Y = K(X/L)^{fg} \quad (43)$$

K は色強度 X が L のときの発光体の輝度を示す定数 (最大輝度) であり、 g は固有ガンマ値と呼ばれる装置固有の値である。 f は 1 から固有ガンマ値の逆数の値 ($1.0 \leq f \leq 1/g$) の範囲をとるガンマ補正のための係数であり、これを本論文ではガンマ補正係数と呼ぶ。ガンマ補正を完全に行うことは、式 (43) を線形式にすること、すなわち

$$fg = 1 \quad (44)$$

を満たすようなガンマ補正係数 f をソフトウェア的な操作によって創り出すことである。この場合には、ガンマ補正係数 f は固有ガンマ値 g の逆数となる。

ところで、輝度 Y は刺激を起こす素であるので、輝度 Y は刺激量 I に比例するとしてよいので

$$I = AY \quad (45)$$

が成り立つ。 A は比例定数である。式 (41)、式 (43)、式 (45) から

$$E = C(AK/L^{fg})^a X^{afg} \quad (46)$$

が得られる。ここで、 $C(AK/L^{fg})^a$ は定数なので、これを B とし、また、Stevens のベキ乗係数 a 、ガンマ補正係数 f および固有ガンマ値 g の積の間で

$$afg = 1 \quad (47)$$

が成立するとしてみよう。そうすると、式 (46) は

$$E = BX \quad (48)$$

となる。式 (47) が成り立てば、色強度 X は感覚量 E に比例するのである。従って、式 (47) に従うようにガンマ補正係数 f を決定すれば、人間の眼にとってバランスのとれた色相環や色三角形をディスプレイ画面に構成することが出来る。なお、Stevens のベキ乗係数 a の値は、明るさに対しては $0.3 \sim 0.5$ とされている⁽¹⁰⁾、また、ディスプレイ装置の固有ガンマ値 g は製造メーカーや機種によって異なるが、一般にはおおよそ $2.3 \sim 2.8$ とされている⁽⁷⁾。

ところで 3.2 節では、測色学的な計算を行う場合にはガンマ補正が成されていることを前提条件としている。そこで、このような測色学的なガンマ補正計算をした後に、原始表色系を実際にディスプレイ画面に表示する段階では、その装置に上記のような Stevens の法則による補正を加えるべきである^(*)。それにより、バランスのとれた色相環や色三角形を得ることが出来るのである。その 2 つの補正操作の手順は次の通りである。①色光回路から導出された混色式/脱混色式を用いる時にはガンマ補正を行い、その後、②原始表色系を画面に表示する時には、Stevens の法則による補正を加える。しかし、この補正操作による両方の効果は、式 (47) から分かるように反比例するように作用するのである。そこで、式 (47) を満たすようなガンマ補正係数を用いて式 (43) から 3 原色光の色強度 X に対応する発光体の輝度 Y を定めれば、それは、結果としてガンマ補正と

(*) Ostwald は、彼の名を冠して呼ばれる混色系の表色系を提案したが、その際、混色量 (本論文の色強度に対応) の対数を取り、その値に従って等間隔で色配置した⁽¹¹⁾。対数をとったのは、彼は色配置が、「感覚量は刺激量 (混色量) の対数に比例する」という Fechner の法則に従うと考えたからである。この法則が基になって Stevens の法則が提案された。筆者は Fechner の法則に替わって Stevens の法則を混色系の色配置に適用した。

Stevensの法則による補正を考慮した補正となるのである。

ガンマ補正係数 f の算定方法を、固有ガンマ値 g が2.5のディスプレイ装置の場合について示そう。ベキ乗係数 a を0.3から0.5の間で適当に定め、式(47)からガンマ補正係数 f を決定する。その係数 f と固有ガンマ値 g を用いて式(43)から計算された輝度によってディスプレイ画面上に色相環を描き、被験者はそれを観察し、それがバランスのとれた色相環として感じられるかどうかを判定する。このような判定プロセスを、ベキ乗係数 a を0.3から0.5の間で適当に変えながら複数回繰り返して、被験者にとって最良の色相環を与える係数 f を決定する。Stevensのベキ乗係数 a が0.333のときに、被験者にとって最もバランスのとれた色相環が得られたとすると、そのときのガンマ補正係数 f は1.2となる。

本章の最後に、実験で用いたディスプレイ装置のガンマ補正係数 f を示しておく。その装置(Barco社製キヤリブレーション機能付き21インチ型高精度ディスプレイ装置を800×600ドットの解像度のもとで1677万色フルカラーモードで使用)の測色学的特性を表5に示す。実験で用いた装置の固有ガンマ値 g は平均2.29であった。従ってStevensの法則による補正を加えない場合には、式(44)からガンマ補正係数 f は0.437と計算された。また、Stevensの法則による補正を加えた場合には、ベキ乗係数 a を0.333としたとき、式(47)からガンマ補正係数 f は1.310と計算された。なお、8.2節でCIE-xy色度図(図6)を描くときには、前者のガンマ補正係数を、7.2節でディスプレイ装置に原始表色系の色相環を表示する場合には、後者のガンマ補正係数を用いた。

表5 ディスプレイ装置の測色学的特性

| | R発光体 | G発光体 | B発光体 |
|--------|---------|---------|---------|
| CIE-xy | x=0.624 | x=0.283 | x=0.150 |
| 色度座標 | y=0.341 | y=0.606 | y=0.062 |
| 最大輝度Y | 19.860 | 54.260 | 5.890 |
| 固有ガンマ値 | 2.29 | 2.28 | 2.30 |

9. おわりに

本論文で示したように、V-W段階説とGrassmannの第3法則を用いて、Heringの反対色応答を示す工学的な数理モデルを構築することが出来た。その過程で導出された混色式/脱混色式は、第1章で述べたように、反対色応答に関係する6色(赤、黄、緑、青、白、黒)を基本色とする表色系を創る際に工学的に応用することができ、第7章で述べた飽和しない原始表色系がそれに当たる。この原始表色系が、各個人の色知覚に適合する表色系ACSを創り出す基になる表色系である。また、飽和因子を導入することによって、コンピュータグラフィックスで用いられるHLS表色系が、飽和しない原始表色系とはかなり異なる輝きのする色相環を形成することが分かったのも、1つの成果である。

原始表色系が適応型表色系ACSへ進化する過程について、最後に一言触れておくことにする。図7の手続きが示すように、利用者には3つの心理実験(ユニーク色相を決定する実験、色の見えを調べる実験、純度を調べる実験)を課し、そのデータを基にして、①原始表色系(混色系)は利用者のユニーク色相を基本とした第一中間表色系(混色系)へ、次に②第一中間表色系は利用者の色の見えを反映した第二中間表色系(顕色系)へ、さらに③第二中間表色系は利用者の純度

に考慮した目的表色系（顕色系）へと、それぞれ数学的に変換される。こうして創られた目的表色系が利用者個々人の色知覚に適合する表色系ACSである。原始表色系を第一中間表色系、第二中間表色系を経て目的表色系へと変換する数理モデルについては、筆者の別論文⁽¹²⁾で述べている。

なお、最後になりましたが、電気通信大学の小林光夫先生からは貴重なご助言を賜りました。ここに感謝の意を表します。

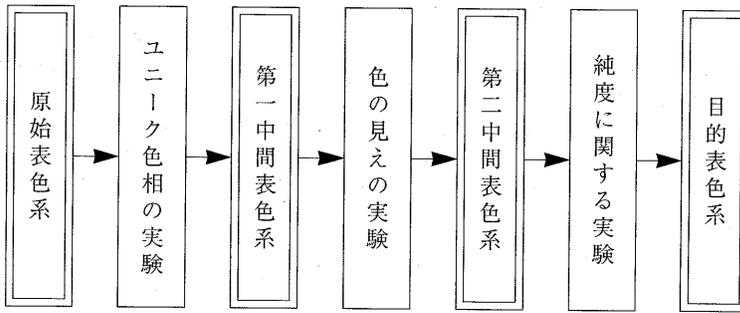


図7 ACS実現化への手続き

参考文献

- (1) Gary W. Meyer & Donald Greenberg : Perceptual Color Spaces for Computer Graphics, Computer Graphics (Proc. SIGGRAPH 80). Vol14, pp.254-261 (1980).
- (2) 池田光男：眼はなにを見ているかー視覚系の情報処理ー、平凡社（1988）
- (3) 藪内稔：色彩と範疇化ーファジィ集合論的アプローチー、日本ファジィ学会誌、2巻4号、pp.456-469 (1990)。
- (4) J.J. Vos & P.L. Walraven : On the Derivation of the Foveal Receptor Primaries, Vision Research, Vol.11, pp.799-818 (1971).
- (5) 池田光男：色彩工学の基礎、朝倉書店 (1980)。
- (6) 広内哲夫：コンピュータ・グラフィックスーCG理論の展開と応用ー、啓学出版 (1987)。
- (7) David F. Rogers : Procedural Elements for Computer Graphics, McGraw-Hill (1985).
- (8) Anders Hård & Lars Sivik : NCS - Natural Color System : A Swedish Standard for Color Notation, Color Research and Application. Vol.6, No3, pp.129-138 (1981).
- (9) NCS Color Atlas 96 (SIS SS019102, 2nd Ed.), Scandinavian Colour Institute AB, Stockholm, Sweden (1996).
- (10) 田崎京三、大山正、他編：視覚情報処理ー生理学・心理学・生体工学ー、朝倉書店 (1979)。
- (11) 大山正：色彩心理学入門、中央公論社 (1994)。
- (12) 広内哲夫、坂本和義：個人の色知覚に適合する表色系の数理モデル、情報研究、第18巻、pp.179-208 文教大学情報学部 (1997)。

広内哲夫（文教大学情報学部）

坂本和義（電気通信大学電気通信学部）