数理形態学における諸演算とモデル構成作用素

鈴木 昇一、佐久間 拓也、前田 英明

Operations in Mathematical Morphology and Model-Construction Operators

Shoichi Suzuki , Takuya Sakuma and Hideaki Maeda

あらまし

多段階認識法で用いられる2つのモデル構成作用素$T_{\bigcirc}$、$T_{\bullet}$が構成されている。認識システムは原パターンφを恰も、$T_{\bigcirc}\varphi$、或いは、$T_{\bullet}\varphi$かのごとく、錯覚して、φの認識処理をすることが可能になる。

得られたモデル構成作用素は、数理形態学における開化作用素$\mathfrak{T}_{\bigcirc}$、閉示作用素$\mathfrak{T}_{\bullet}$に対応するものであり、2値化パターンについては、$T_{\bigcirc}=\mathfrak{T}_{\bigcirc}$、$T_{\bullet}=\mathfrak{T}_{\bullet}$と一致するものである。集合の特性関数を2値化パターンφとみなし、$T_{\bigcirc}$、$\mathfrak{T}_{\bigcirc}$、$T_{\bullet}$、$\mathfrak{T}_{\bullet}$のベキ等性などが独自な方法で証明されている。

キーワード

モデル構成作用素	特性関数	浸食作用素	膨張作用素
開化作用素	閉示作用素	ベキ等性	多段階認識

Abstract

Two model-construction operators $T_{\bigcirc}$, $T_{\bullet}$ are constructed here, which are needed to design a faculties of multi-stage recognition. A recognition system can extract features from $T_{\bigcirc}\varphi$, $T_{\bullet}\varphi$ instead of φ and therefore can classify $T\varphi$ exactly as though $T\varphi$ were φ.

Two operators $T_{\bigcirc}$ and $T_{\bullet}$ obtained here correspond to the opening operator $\mathfrak{T}_{\bigcirc}$ and the closing operator $\mathfrak{T}_{\bullet}$ respectively. We shall show that $T_{\bigcirc}\varphi=\mathfrak{T}_{\bigcirc}\varphi$ and $T_{\bullet}\varphi=\mathfrak{T}_{\bullet}\varphi$ hold good for any binary pattern φ. The idempotencies of four operators $T_{\bigcirc}$, $\mathfrak{T}_{\bigcirc}$, $T_{\bullet}$, $\mathfrak{T}_{\bullet}$ are proved using the fact that a binary pattern is equivalent to the corresponding characteristic function of a set.

Key words : model-construction operator characteristic function erosion dilation opening closing idempotency multi-stage recognition

文教大学情報学部情報システム学科、茅ヶ崎市

Faculty of Information, Bunkyo University, Chigasaki City, 253 Japan

1. まえがき

数理形態学(mathematical morphology)では、n次元ユークリッド空間R^nでの形態、或いは、形状としての2つの部分集合A, B$\subseteq R^n$に対し、

$$A\oplus B$$
$$\equiv \{x \in R^n \mid x=a+b \text{ for some } a \in A \text{ and some } b \in B\} \text{ (the dilation of A by B)} \tag{1.1}$$
$$A\ominus B$$
$$\equiv \{x \in R^n \mid x+b \in A \text{ for every } b \in B\} \text{ (the erosion of A by B)} \tag{1.2}$$

という2演算⊕、⊖を高々可算回使って、新しい部分集合C$\subseteq R^n$を作り出す。**認識知能情報学**[3]では、文字(character)、画像(image)、音声(speech sound)などの総称をパターン(pattern)というが、

$$\varphi_A(x) \equiv \begin{cases} 1 \text{ if } x \in A \\ 0 \text{ otherwise} \end{cases} \tag{1.3}$$

と定義されるパターン$\varphi_A(x)$は部分集合Aと同一視できる事実が、数理形態学のパターン情報処理への適用の基盤である。

パターンが何を表しているかを正規化・特徴抽出した後、識別・認識し、理解する能力を備えたシステムを構成する技術の総称が、認識知能情報学の応用(適用分野)としての**認識工学**[2]と云われるものである。

パターンが記号(symbol)と異なるのは、変形に耐え、その意味を保持出来ることにある。パターンとは、ある種のユニタリ座標変換(基本的なパターン変換)からある程度の変形を受けても、ある種の雑音が加わっても、その意味が保存されるような情報である。個々のパターンの意味とはその帰属するカテゴリ(category;類概念)である。

認識工学は、次の3大技術から成っている：

1○同一のカテゴリに帰属するパターン同士の、座標変換で代表される規則的な変形と曖昧な非線形変換で代表される不規則的な変形とを如何なる手法で1つのパターンに変換・吸収するか(**正規化**；normalization)?

2○同一のカテゴリに帰属するパターン同士から、その違いを軽減し、相異なるカテゴリに帰属するパターン同士からその違いが増大した特徴量の組を如何なる処理で計量・抽出するか(**特徴抽出**; feature extraction)?

3○抽出された特徴量の組を用いて、その帰属するであろうカテゴリを決定するか(**識別**；classification)? □

さて、パターンからパターンへの変換

$$\varphi \rightarrow T\varphi \tag{1.4}$$

によって、原パターン$\varphi \in \Phi \subset \varphi$の意味はそのパターンモデル$T\varphi \in \Phi$へ変換されても、保持されるとしよう。言い替えれば、認識システムは、そのモデル$T\varphi$を原パターンφと錯覚するものとしよう。

本研究の目的は、

$A○B \equiv (A \ominus B) \oplus B$ (the opening of A by structuring element B) (1.5)

$A●B \equiv (A \oplus B) \ominus B$ (the closing of A by structuring element B) (1.6)

と定義される binary morphology における2演算

opening ○ and closing ●

を、式(1.3)の「部分集合$A \subseteq R^n$と2値化パターン$\varphi_A(x)$との同値関係」を使って表現し直し、このようなパターン変換

$$T:\Phi \to \Phi \tag{1.7}$$

の2構造式$T_○$、$T_●$を提案し、その2性質としての4式(1.8)、(1.9)、(1.12)、(1.13)を証明し、パターン正規化技術の確保へ貢献することである。

ベキ等性

$$T_○T_○=T_○ \tag{1.8}$$

$$T_●T_●=T_● \tag{1.9}$$

が成立しており、パターン変換の完結性

$$\varphi \to T_○\varphi \to T_○T_○\varphi(=T_○\varphi) \to T_○T_○T_○\varphi(=T_○\varphi) \to \cdots \tag{1.10}$$

$$\varphi \to T_●\varphi \to T_●T_●\varphi(=T_●\varphi) \to T_●T_●T_●\varphi(=T_●\varphi) \to \cdots \tag{1.11}$$

を指摘する事実が、2パターン変換$T_○$、$T_●$が正規化操作と解釈されてよいことを保証する。

$T_○$、$T_●$の提案は、パターンの多段階認識手法[22]に結び付くのが、利点である。

上述の手法が、gray scale morphology の理論を適用した形式へ拡張できることは判明してはいないが、任意の実数値パターンφに対し、任意の正実定数aについての不変性

$$T_○(a\cdot\varphi)=T_○\varphi \tag{1.12}$$

$$T_●(a\cdot\varphi)=T_●\varphi \tag{1.13}$$

が成り立っているので、gray scale morphologyの理論の適用は実質上、考えなくてもよい、とも楽観的に考えられる。

2. 巾等性写像を使った多段階認識

本章では、S. Suzukiが構築途中のパターン認識の数学的理論、即ち、SS理論[22]において取り扱うパターンφの集合Φの定義が先ず、述べられ(2.1節)、その後、パターン変換するにあたって、2種類のpoint operator,neighborhood operator の違いが指摘され(2.2節)、パターン変換の働きが完結するためには、パターン変換写像がベキ等性を備えていなければならないし、パターン変換出力の不動点性が成り立つことも指摘される(2.3節)。

また、数理形態学におけるopening, closingの2演算がベキ等性を備えている事実が説明される(2.4節)。パターンφの代りとなるパターンモデル$T\varphi$を生成するモデル構成作用素Tも、3性質(埋込性質を可能にする冪等性質、吸収性質)を備えたパターンモデル$T\varphi$を構成することがパターン情報処理の多段階認識技術の始まりであるという考え[2]、[3]を採用するならば(2.6節)、ベキ等性を備えていなければならないことが、指摘される(2.5節)。

2.1 可分なヒルベルト空間$\mathfrak{H}$の部分集合Φ

パターン認識の数学的理論としての、SS理論[22]は、可分な(separable)[1]ヒルベルト(Hilbert)空間

$\mathfrak{H}$上で構築されている。ここに、$\mathfrak{H}$が可分であるとは、稠密な(dense)可算部分集合が$\mathfrak{H}$に存在することを指す[1]。

特に、$\mathfrak{H}$として、$\mathfrak{H}=L_2(M;dm)$を選んでいると想定しても良い。その内積(φ, η)は、

$$(\varphi, \eta)\equiv\int_M dm(x)\ \varphi(x)\cdot\overline{\eta}(x)$$

ここに、$\overline{\eta}$はηの複素共役であり、

M：n次元ユークリッド空間R^nの可測部分集合

dm(x)：正値Lebesgue-Stieltjes式測度 (2.1)

である[1]、[2]。また、φのノルム

$$\|\varphi\|\equiv[(\varphi, \varphi)]^{1/2}$$

を導入しておく。

例えば、a(t)、b(t)をパラメータtに依存する2つの正実関数として、また、Aをa densely defined linear operatorとして、

$$(\varphi, \eta)_t\equiv a(t)\cdot(\varphi, \eta)+b(t)\cdot(A\varphi, A\eta) \tag{2.2}$$

を内積とするヒルベルト空間$\mathfrak{H}_t$を想定してもよい。式(2.2)の内積を採用しているヒルベルト空間$\mathfrak{H}_t$では、

$$\|\varphi\|t\equiv\sqrt{(\varphi, \varphi)_t}=0$$
$$\Rightarrow \|\varphi\|=0\wedge\|A\varphi\|=0 \tag{2.3}$$

に注意しておく。

処理の対象とするパターン$\mathfrak{H}$の集合Φはヒルベルト空間$\mathfrak{H}$の、零元を含むある部分集合である[22]、[28]。

2.2 2つの写像T(モデル構成作用素；非線形作用素)、B(線形作用素)と、point operator,neighborhood operator

以後、mathematical morphology の理論と対応する結果を導くため、内積(φ, η)として、式(4.9)で設定されるものを選んでおく。この場合、式(2.1)においてM、dm(x)を、各々

$$M=R^n\text{(n次元ユークリッド空間)} \tag{2.4}$$

$$dm(x)=\begin{cases}1 \text{ if } x\in I^n\text{(n個の整数値の組のすべての集合)、}\\ 0 \text{ if } x\in M-I^n\end{cases} \tag{2.5}$$

と選定していると考えられる。また、パターン$\varphi(x)$は一般に複素数値をとり、条件

$$\varphi(x)=0 \text{ if } x\in M-I^n \tag{2.6}$$

を満たしていると考えられる。

数理形態学(mathematical morphology)におけるthe four morphological transformationsである

The binary morphological operations of erosion, dilation,opening and closing (⊖, ⊕, ○, ●)

は集合操作の1種であり(4式(1.1)、(1.2)、(1.5)、(1.6)を参照)、新しい集合論(set theory)を展開していると、いえなくはない。

例えば、実数値パターン$\varphi=\varphi(x)$の振幅についての$\{a|-1\leqq a\leqq+1\}$への規格化変換

$$(T'\varphi)(x)\equiv\begin{cases}0 \cdots\quad \sup_{x\in M}|\varphi(x)|=0\text{ のとき}\\ \varphi(x)/\sup_{x\in M}|\varphi(x)|\\ \quad\cdots\quad \sup_{x\in M}|\varphi(x)|\neq0\text{ のとき}\end{cases} \tag{2.7}$$

と、

$$\forall x \in M,\ 0 < h(x) \leqq 1 \tag{2.8}$$

を満たす閾値関数h(x)とを導入し、パターンφの2元集合{0, 1}への2値化変換

$$(T\varphi)(x) \equiv \mathrm{psn}(\varphi(x) / \sup_{x\in M} |\varphi(x)| - h(x)) \tag{2.9}$$

ここに、1変数関数 psn(u)は、

$$\mathrm{psn}(u) \equiv \begin{cases} 0 \cdots u < 0 & \text{のとき} \\ 1 \cdots u \geqq 0 & \text{のとき} \end{cases} \tag{2.10}$$

と定義される写像T：$\Phi \to \Phi$は、point operatorである。式(2.7)の写像T'：$\Phi \to \Phi$と式(2.9)の写像Tとは共に、4.1節のaxiom 1を満たすモデル構成作用素である。一方、

$$(B\varphi)(x) \equiv \int_M dm(y)\ h(x-y) \cdot \varphi(y) \tag{2.11}$$

ここに、

$$\int_M dm(y)\ h(y) \neq 0 \tag{2.12}$$

と定義される写像B：$\Phi \to \Phi$は、例えば、各関数hがDiracδ超関数、及び、その微分を含まないのなら、neighborhood operatorである。

上述の4演算"erosion,dilation,opening,closing"はpoint operatorsではなく、非線形のneighborhood operatorsであり、内部表現や出力が入力の1点のみならず、その近傍にある情報に応答して決定されるニューラルネット機能の非線形入出力関係表現の解明に、

neighborhood min and max operators

を介し、役立つことが期待されていると、著者には思える。

2.3 巾等(ベキ等)性と出力の不動点性

さて、式(2.9)の線形作用素Tについて、

$$\forall x \in M,\ \varphi(x) \in \{0, 1\}$$
$$\Rightarrow \forall x \in M,\ T(T\varphi)(x) = (T\varphi)(x) \tag{2.13}$$

が成り立ち、よって、巾等性(idempotency)

$$T \cdot T = T \tag{2.14}$$

が成り立つことがわかる。式(2.14)の巾等性は、

任意のgray tone pattern φについての、写像Tからの出力Tφが写像Tの不動点であることであること

を意味し、パターン変換作用における写像Tの持つ"作用の完結性"を指摘している。

式(2.11)の線形作用素Bについても、例えば、

$\exists \psi (\neq 0) \in \mathfrak{H},\ \forall \varphi \in \mathfrak{H},$

$B\varphi = (\varphi, \psi \cdot \|\psi\|^{-1})\psi \cdot \|\psi\|^{-1}$、つまり、線形 作用素Bが射影作用素[1]であれば、

$$\Rightarrow B \cdot B = B \tag{2.15}$$

が成り立つ。

2.4 数理形態学での2写像 opening, closing の巾等性

The set of all the black pixels in a black and white pattern (a binary pattern) constitutes a complete description of the binary pattern.

(式(1.3)を参照)

上記英文内容と関連して、gray tone patternを処理の対象とするgray scale morphology[5]、[10]、[17]と異なり、binary patternを扱うbinary morphologyは、その処理結果が、

morphological operators or filters

を介して、雑音を除去(opening filter による)したり、必要な情報を付加(closing filter による)して、人間にとっても理解しやすいshape description、或いは、structural representationを提供している。

これは、例えば、

$$\begin{aligned} \text{circle(円)} &= \text{square(正方形)} \oplus \text{rhombus(菱形)} \\ &= \text{the dilation of square by rhombus} \\ &= \text{the dilation of rhombus by square in the Euclidean space } R^3 \end{aligned} \tag{2.16}$$

が成立すること[7]からもわかる。

2値化パターンを処理するのは、唯単に、簡素な処理をするためだけではなく、輪郭を抽出表現するパターン情報処理において基本的な役割を担っているのである。

以下に、discrete structuring elements CIRCLE, SQUARE, RHOMBUS in R^2の表現を記しておこう：

(1) CIRCLE $\psi(x)=$

$$\begin{cases} 1 \cdots x=(\pm1,0),(\pm2,0),(0,\pm1),(\pm1,\pm1),(\pm2,\pm1),(0,\pm2),(\pm1,\pm2)\text{の場合} \\ 0 \cdots \text{その他の場合} \end{cases} \tag{2.17}$$

(2) SQUARE $\Psi(x)=$

$$\begin{cases} 1 \cdots x=(\pm1,0),(0,\pm1),(\pm1,\pm1)\text{の場合} \\ 0 \cdots \text{その他の場合} \end{cases} \tag{2.18}$$

(3) RHOMBUS $\Psi(x)=$

$$\begin{cases} 1 \cdots x=(\pm1,0),(0,\pm1)\text{の場合} \\ 0 \cdots \text{その他の場合} \end{cases} \tag{2.19}$$

□

The idempotency of opening and closing follows immediately as

$$(A \bigcirc B) \bigcirc B = A \bigcirc B \tag{2.20}$$

and

$$(A \bullet B) \bullet B = A \bullet B \tag{2.21}$$

が成り立つ[5]。

本研究では、2式(2.20)、(2.21)のベキ等性質を保存するような2つのモデル構成作用素$T_{\bigcirc}$、$T_{\bullet}$が構築される(2定理4.1、4.2を参照)。

2.5 パターンモデルTφ

式(2.14)、つまり、

$$\forall \varphi \in \Phi(\ni 0) \subset \mathfrak{H},\ T(T\varphi)=T\varphi \tag{2.22}$$

が成立するように(4.1節のaxiom 1の(ⅲ)を参照)。“モデル構成作用素(model-construction operator)”と呼ばれる式(1.7)の写像$T: \Phi \rightarrow \Phi$を構成し使用することは、同一のカテゴリに帰属する成員であるパターンを識別することにつながるものである。

処理の対象とする問題のパターンφの変形は通常不規則であり、パターン全体にわたる単一の変換(a single global transformation)、例えば、平行移動[28]、[30](translation)、縮小拡大(scaling)[26]、回

転(rotation)[32]では表され得ない。重要なことは、これまでのパターン情報処理学はパターンの大きな変形に対しては無力な処理手法しか提供していないことである。

パターンとはある1つの標準的なパターンからの変形物として記述されると考えよう。パターン認識問題に言及するためには、同一のカテゴリに帰属するパターンφを、何らかの標準的なパターンにできるだけ帰着出来るような“パターンというものの形(configuration)を表現する方法”を確立しなければならない。

S. Suzukiは、**ユニタリ座標変換のもたらすパターンφの変形**を少なくとも吸収する表現をパターンモデル$T\varphi$として確立する“パターン認識の数学的理論[22]”を構築しょうとしている。このパターンモデル $T\varphi$は小さい変形や雑音に対し頑健な表現であること(somewhat robust to small deformations and noise)が次第に明らかになりつつある。Φを処理の対象とするパターンφの集合として、**埋込性質**(law of being embedded)

$$\varphi \in \Phi \Rightarrow T\varphi \in \Phi \tag{2.23}$$

と、**ベキ等性質**(idempotent law)

$$T(T\varphi) = T\varphi \text{ for any } \varphi \in \Phi \tag{2.24}$$

並びに、**吸収性質**(absorptive law)

$$T(D\varphi) = T\varphi \text{ for any } \varphi \in \Phi, \text{ where D is a distortion operator} \tag{2.25}$$

をもたらす“**モデル構成作用素**”と呼ばれる式(1.7)の写像 $T: \Phi \to \Phi$を、パターンの正規化操作として、使用することは、同一のカテゴリに帰属する成員であるパターンを識別することにつながるものである。

本研究では、式(2.25)でのdistortion operator Dとしては、ユニタリ座標変換を想定していない。文献[12]での研究からわかるように、Tとして、式(4.26)で定義される$T_{\bigcirc}$を採用している場合には、φに加わるかも知れない小さい加法的雑音を想定出来る。

2.6 多段階認識法としての不動点探索形構造受精認識法[22]、[37]、[44]

パターン(pattern)とは、ある種のユニタリ座標変換(基本的なパターン変換)からある程度の変形を受けても、ある種の雑音が加わっても、その意味が保存されるような情報である[41]。そのために、パターンというものは、冗長な表現形態を備えざるを得ない。よって、連想[33]、[40]、認識[23]、[24]、[44]などに関して、**効率的なパターン情報処理機能を獲得**するためには、処理の対象とする問題の、冗長な表現形態を備えているパターン$\varphi \in \Phi$に対し、その代りとなる

“加わっているある種の雑音を取り去るような簡潔な構造形式を備えており、然も、その指示する類概念(カテゴリ)がある種のユニタリ座標変換の下で不変であるような**パターンモデル**[27]、[29]$T\varphi \in \Phi$”

を求めることが必要とされる。

パターンモデル$T\varphi \in \Phi$によって、原パターン$\varphi \in \Phi$の意味が確定すると考える訳である[29]。

そもそも、数理科学の対象と出来るように、パターンという概念を認識の働きと結び付けて、定義することさえ、これまでなされていない[41]。“パターン認識の数学的理論[22]”を構築しょうとしているS. Suzukiは最近になって、パターン集合を再帰的に定義可能な“領域方程式”を提案し、パターンという概念を確立しょうとしている[29]。

多段階認識法としての不動点探索形構造受精認識法を説明しよう。

各カテゴリ番号$j \in J$の集合Jのすべての部分集合のなす集合を2^Jと表そう。$\gamma \in 2^J$を、パターン$\varphi \in \Phi$

の帰属する可能性のあるカテゴリ番号のリストとして採用しながら、このγを助変数に持つパターン変換作用素(構造受精作用素)

$$A(\gamma) : \Phi \rightarrow \Phi \tag{2.26}$$

を用意し、パターンモデル Tφを、

$$TA(\gamma)T\varphi = \eta \in \Phi \tag{2.27}$$

というように、パターンモデルTηへと変換することを考えよう。このとき、写像 T の式(2.14)でいうベキ等性より、不動点性

$$T\eta = \eta \tag{2.28}$$

が成立しており、この構造受精変換段階で得られた式(2.28)のパターンηは写像Tの不動点となっている。

このような$\gamma \in 2^J$を、多段階認識過程における各多段階でその都度、適切に選び、式(2.26)の構造受精変換を多段階的に何回か繰り返して行き、最終的にパターンモデルの帰属する可能性のあるカテゴリの番号を唯1つに、例えば、第$j \in J$番目のカテゴリ$\mathfrak{C}_j$に絞ることによって、入力パターン$\varphi \in \Phi$を、

$$\varphi \text{ belongs to the } j-\text{th category } \mathfrak{C}_j \tag{2.29}$$

と、認識すればよい。 □

3. 数理形態学・序論

Mathematical morphology, which is based on set-theoretic concepts, extracts object features by choosing a suitable structuring shape as a probe.

本章では、集合間の演算として論じられている4種類の演算(erosion, dilation, opening and closing)を等価なパターン間演算として、表現し直す手法が説明される。

3.1 The binary morphological operations of erosion, dilation, opening and closing

先ず、2つの集合

$$I \equiv \{0, \pm 1, \pm 2, \cdots\} \text{ (a set of integers)} \tag{3.1}$$

$I^n \subset$ n-dimensional Euclidean space R^n:

the set of n-tuples of integers (the Euclidean grid, the rectangular discrete grid) (3.2)

を導入する。

先ず、集合 $B \subset I^n$ は、

(イ) $\varphi(x) = 1$ if $x \in B$, $= 0$ if $x \bar{\in} B$

と定義される binary pattern φと等価であることに注意する。ここに$x \bar{\in} B$は、元 x は集合Bに属さないの意である。その次に、

(ロ) $a, b \in \{0, 1\}$ の場合

(ロ.1) $0 = \max\{a, b\} = a + b - a \cdot b \in \{0, 1\}$

$\Leftrightarrow [a=0] \wedge [b=0]$

(ロ.2) $1 = \min\{a, b\} = ab \in \{0, 1\}$

$\Leftrightarrow [a=1] \wedge [b=1]$

であることに、注意しておく。

簡単な2性質(イ)、(ロ)を使って、文献[5]の内容の1部を本研究で必要とする部分についてのみ、以

下に書き直すが、その結果を使えば、morphological operatorsの持つ諸性質が文献[5]より簡素に、然も直接的に証明され得る場合が多くあることが示される。

本章では、パターンφは、0、1のいずれかの値をとるbinary patternであり、

$$\varphi(x) \in \{0, 1\} \text{ for any } x \in I^n \tag{3.3}$$

としよう。

[定義3.1] (2値化パターンφの台)

$$\mathrm{supp}(\varphi) \equiv \{x \in I^n \mid \varphi(x) = 1\} \tag{3.4}$$

を2値化パターンφの台(support)と唱える。 □

3.2 erosion(浸食作用)

先ず、次の式(3.5)で定義されるパターン$\varphi\ominus\psi$を用意する。登場しているϕはan empty setの意である。

[定義3.2] (関数論的erosion)

$$(\varphi\ominus\psi)(x) \equiv \inf_{b\in \mathrm{supp}(\psi)} \varphi(x+b), \text{ where } \mathrm{supp}(\psi) \neq \phi. \tag{3.5}$$

□

ここに、inf はinfimum(下限)、即ち、greatest lower bound(最大下界)の意であり、$b \in \mathrm{supp}(\varphi)$を変えて得られる値$\varphi(x+b) = \varphi(x-(-b))$の集合に関する下限であるこの2項演算(binary operation) $(\varphi\ominus\psi)(x)$を簡単に、

$$(\varphi\ominus\psi)(x) \equiv \min_{b\in \mathrm{supp}(\varphi)} \varphi(x+b) \tag{3.6}$$

と書くことがある。正確には、$\mathrm{supp}(\psi)$が有限集合の場合に限り、式(3.5)は式(3.6)のごとく表現される。

この定義3.2より、直ちに次の命題3.1が得られる。

[命題3.1] ($\varphi\ominus\psi$の縮小性)

$0 \in \mathrm{supp}(\psi)$ならば、$\mathrm{supp}(\varphi\ominus\psi) \subseteq \mathrm{supp}(\varphi)$

(証明) $(\varphi\ominus\psi)(x) \equiv \inf_{b\in \mathrm{supp}(\psi)} \varphi(x+b)$

$\leqq \varphi(x) \quad \because \quad 0 \in \mathrm{supp}(\psi)$

を得、

$(\varphi\ominus\psi)(x) = 1$ ならば、$\varphi(x) = 1$

を得て、証明が終わった。 □

この2値化パターン φ、ψから今1つのパターン$\varphi\ominus\psi$を得る操作を、

erosion of pattern φ by structuring ψ (binary morphological erosion operator or filter)

ということもある。

$\min_{b\in \mathrm{supp}(\psi)}$,つまり、$\ominus$を、neighborhood min operationという。定義3.2に対し、次の集合演算

$$\mathrm{supp}(\varphi), \mathrm{supp}(\psi) \to E_\psi(\varphi) \tag{3.7}$$

を定義する。

[定義3.3] (集合論的erosion)

$$E_\psi(\varphi)$$
$$\equiv \{x \in I^n \mid x+b \in \mathrm{supp}(\varphi) \text{ for every } b \in \mathrm{supp}(\psi)\} \tag{3.8}$$

□

2つの集合$\mathrm{supp}(\varphi)$, $\mathrm{supp}(\psi)$から上の定義3.3で定義される1つの集合$E_\Psi(\varphi)$を得る操作を、

erosion of supp(φ) by supp(ψ)

と唱える。式(3.8)の$E_\psi(\varphi)$は次のようにも書ける：$E_\psi(\varphi)$

$$= \{x \in I^n \mid \forall b \in \mathrm{supp}(\psi),\ \exists a \in \mathrm{supp}(\varphi),\ x = a - b\}. \tag{3.9}$$

□

次の定理3.1は、⊖関数演算が$E_\Psi(\varphi)$を得る集合演算と同一内容であることを指摘している。

[定理3.1](**関数論的erosionと集合論的erosionとの同等性**)

$$(\varphi \ominus \psi)(x) = 1 \Leftrightarrow x \in E_\psi(\varphi).$$

(証明) $(\varphi \ominus \psi)(x) = 1$

$\Leftrightarrow \forall b \in \mathrm{supp}(\psi),\ \varphi(x+b) = 1$

$\Leftrightarrow \forall b \in \mathrm{supp}(\psi),\ x+b \in \mathrm{supp}(\varphi)$

$\Leftrightarrow x \in E_\psi(\varphi).$ □

⊖という2項演算はstructuring patternと呼ばれるψを適切に選ぶと、パターンφに対し、1種の細線化(thinnings)の機能がある。

3.3 dilation(膨張作用)

定義3.2に対応して、

[定義3.4](関数論的dilation)

$$(\varphi \oplus \psi)(x) \equiv \sup_{b \in \mathrm{supp}(\psi)} \varphi(x-b), \text{ where } \mathrm{supp}(\psi) \neq \phi. \tag{3.10}$$

□

ここに、supはsupremum(上限)、即ち、least upper bound(最小上界)の意であり、$b \in \mathrm{supp}(\psi)$を変えて得られる値$\varphi(x-b)$の集合に関する上限であるこの$(\varphi \oplus \psi)(x)$を、簡単には、

$$(\varphi \oplus \psi)(x) \equiv \max_{b \in \mathrm{supp}(\psi)} \varphi(x-b) \tag{3.11}$$

と書くこともある。

[命題3.2]($\varphi \oplus \psi$の拡張性)

$0 \in \mathrm{supp}(\Psi)$ならば、$\mathrm{supp}(\varphi) \subseteq \mathrm{supp}(\varphi \oplus \psi)$.

(証明) $(\varphi \oplus \psi)(x) \equiv \sup_{b \in \mathrm{supp}(\psi)} \varphi(x-b)$

$\geqq \varphi(x) \quad \because \quad 0 \in \mathrm{supp}(\psi)$

を得、

$\varphi(x) = 1$ ならば、$(\varphi \oplus \psi)(x) = 1$

を得て、証明が終わった。 □

2つのパターンφ、ψから今1つのパターン$\varphi \oplus \Psi$を得る操作を、

dilation of pattern φ by structuring pattern ψ (binary morphological dilation operator or filter)

ということもある。

$\min_{b \in \mathrm{supp}(\psi)}$、つまり、⊕をneighborhood max operationという。定義2.2に対し、次の集合演算

$$\mathrm{supp}(\varphi),\ \mathrm{supp}(\psi) \rightarrow D_\psi(\varphi) \tag{3.12}$$

を定義する。

[定義3.5](集合論的dilation)

$$D_\psi(\varphi) \equiv \{x \in I^n \mid x = a + b \text{ for some } a \in \mathrm{supp}(\varphi) \text{ and } b \in \mathrm{supp}(\psi)\} \tag{3.13}$$

□

2つの集合 supp(φ)、supp(ψ)から上の定義3.5で定義される1つの集合 $D_\psi(\varphi)$を得る操作を、

dilation of supp(φ) by supp(ψ)

と唱える。式(3.13)の $D_\psi(\varphi)$ は次のようにも書ける： $D_\psi(\varphi)$

$$= \{x \in I^n \mid \exists a \in \mathrm{supp}(\varphi),\ \exists b \in \mathrm{supp}(\psi),\ x = a + b\}. \tag{3.14}$$

□

次の定理3.2は、⊕関数演算が $D_\psi(\varphi)$を得る集合演算と同一内容であることを指摘している。

[定理3.2]（**関数論的dilationと集合論的dilationとの同等性**）

$(\varphi \oplus \psi)(x) = 1 \Leftrightarrow x \in D_\psi(\varphi)$.

[定理3.2の系1]（**commutativity**）

$\varphi \oplus \psi = \psi \oplus \varphi$.

[定理3.2の系2]（$\varphi \oplus \psi$の台の拡張性）

$0 \in \mathrm{supp}(\varphi)$ならば、$\mathrm{supp}(\psi) \subseteq \mathrm{supp}(\varphi \oplus \psi)$.

（証明）$(\varphi \oplus \psi)(x) = 1$

$\Leftrightarrow \exists b \in \mathrm{supp}(\psi),\ \varphi(x-b) = 1$

$\Leftrightarrow \exists b \in \mathrm{supp}(\psi),\ x-b \in \mathrm{supp}(\varphi)$

$\Leftrightarrow \exists b \in \mathrm{supp}(\psi),\ \exists a \in \mathrm{supp}(\varphi),\ x = a + b$

$\Leftrightarrow x \in D_\psi(\varphi)$.

（定理3.2の系1の証明）定義3.5は、式(3.13)を見てわかるように、φ、ψの対称性 $D_\psi(\varphi) = D_\varphi(\psi)$を明らかにしている。よって、

$(\varphi \oplus \psi)(x) = 1 \Leftrightarrow x \in D_\psi(\varphi)$ ∵ 定理3.2

$\Leftrightarrow x \in D_\varphi(\psi) \Leftrightarrow (\psi \oplus \varphi)(x) = 1$

for any $x \in I^n$

がいえ、系1が証明された。

（定理3.2の系2の証明1）

$0 \in \mathrm{supp}(\varphi)$ならば、$\mathrm{supp}(\psi) \subseteq \mathrm{supp}(\psi \oplus \varphi)$ ∵ 命題3.2

$= \mathrm{supp}(\varphi \oplus \psi)$ ∵ 定理3.2の系1

（定理3.2の系2の証明2）

$(\varphi \oplus \psi)(x)$

$= (\psi \oplus \varphi)(x)$ ∵ 定理3.2の系1

$= \sup_{b \in \mathrm{supp}(\varphi)} \psi(x-b)$ ∵ 定義3.4

$\geq \psi(x)$ ∵ $0 \in \mathrm{supp}(\varphi)$

を得て、

$\psi(x) = 1$ ならば $(\varphi \oplus \psi)(x) = 1$

が成立することがわかり、系2が証明された。 □

⊕という2項演算はstructuring patternと呼ばれるψを適切に選ぶと、パターンφに対し、1種の太線化(thickenings)の機能がある。

3.4 opening（開化作用）

Once a pattern is ideal bandpassed filtered,further ideal bandpass filtering does not alter the result.Morphologically filtering a pattern by an opening or a closing operation corresponds to the ideal nonrealizable bandpass filters of conventional linear filtering.

[定義3.6]（関数論的opening）

$$(\mathfrak{T}_{\bigcirc}(\psi)\varphi)(x) \equiv (\varphi \bigcirc \psi)(x) \equiv [(\varphi \ominus \psi) \oplus \psi](x). \qquad \square$$

$\psi \in \Phi$を固定して得られる operator $\mathfrak{T}_{\bigcirc}(\psi)$を、

binary morphological opening operator

といい、$\varphi \bigcirc \psi$を、

the opening of pattern φ by a discrete structuring pattern ψ

という。

Such a structuring pattern ψ may be a circle, a square, a triangle, a rhombus, a parabola, an ellipse and a hyperbola (in the 3-dimensional space R^3), etc..

[定理3.3]（Antiextensivity of opening operator $\bigcirc\psi$）

$(\varphi \bigcirc \psi)(x)=1$ ならば、$\varphi(x)=1$.

つまり、

$\mathrm{supp}(\varphi \bigcirc \psi) \subseteq \mathrm{supp}(\varphi)$.

（証明）対偶

$$\varphi(x)=0 \text{ ならば、} (\varphi \bigcirc \psi)(x)=0 \qquad (3.15)$$

の成立を示せばよい。

$$\varphi_1(x) \equiv (\varphi \ominus \psi)(x) = \inf_{b \in \mathrm{supp}(\psi)} \varphi(x+b) \qquad (3.15)$$

$$\varphi_2(x) \equiv (\varphi_1 \oplus \psi)(x) = \sup_{c \in \mathrm{supp}(\psi)} \varphi_1(x-c) \qquad (3.16)$$

とおけば、定義3.6によれば、$\varphi_2 = \varphi \bigcirc \psi$であり、

$$\begin{aligned}
&\varphi(x)=0 \\
&\Leftrightarrow \forall b \in \mathrm{supp}(\psi),\ 0=\varphi(x)=\varphi(x-b+b) \\
&\Rightarrow \forall b \in \mathrm{supp}(\psi),\ \exists c \in \mathrm{supp}(\psi),\ 0=\varphi(x-b+c) \\
&\Leftrightarrow \forall b \in \mathrm{supp}(\psi),\ \varphi_1(x-b)=0 \quad \because \text{ 式}(3.16) \\
&\Leftrightarrow \varphi_2(x)=0 \quad \because \text{ 式}(3.17)
\end{aligned}$$

を得て、本定理の成立が示された。 $\square$

上述の定理3.3（の対偶）は次の事実を指摘している：

$\varphi \bigcirc \psi$は原パターンφからある種の情報（この情報はstructuring pattern ψによって決まる）を取り除いて得られている。 $\square$

opening operatorは完結した演算である（$\varphi \bigcirc \psi$に再び、$\bigcirc\psi$という演算を適用しても、以前の情報処理結果$\varphi \bigcirc \psi$に何ら変化をもたらさないこと；

Their reapplication effects no further changes to the previously transformed results.）、つまり、巾等性

$$\forall \varphi \in \Phi,\ (\varphi \bigcirc \psi) \bigcirc \psi = \varphi \bigcirc \psi \qquad (3.18)$$

が成立していることを示そう。写像$\mathfrak{T}_{\bigcirc}(\psi)$を使って、書き直せば、

$$\forall \varphi \in \Phi,\ \mathfrak{T}_{\bigcirc}(\psi)\varphi = \mathfrak{T}_{\bigcirc}(\psi)(\mathfrak{T}_{\bigcirc}(\psi)\varphi) \ \text{(the idempotent transformation)} \qquad (3.19)$$

となり、$\mathfrak{T}_{\bigcirc}(\psi)\varphi$は写像$\mathfrak{T}_{\bigcirc}(\psi)$の不動点（fixed point）であることがわかる。

つまり、写像$\mathfrak{T}_{\bigcirc}(\psi)$の働きはその出力$\mathfrak{T}_{\bigcirc}(\psi)\varphi$に関し閉じているのである：

The idempotent transformations such as $\mathfrak{T}_{\bigcirc}$ and $\mathfrak{T}_{\bullet}$ comprise complete and closed states of pattern analysis algorithms because shapes can be naturally described in terms of under what structuring patterns they can be opened or can be closed and yet remain the same. □

先ず、2式(3.18)、(3.19)を証明するために、次の補助定理3.1を掲げる。

[補助定理3.1]

$\forall \varphi \in \Phi,\ \varphi \ominus \psi = (\varphi \bigcirc \psi) \ominus \psi.$

[補助定理3.1の系1]

定義3.7の演算●を導入すれば、

$\forall \varphi \in \Phi,\ \varphi \ominus \psi = (\varphi \ominus \psi) \bullet \psi$

が成立し、$\varphi \ominus \psi$は演算$\bullet \psi$の不動点である。

(補助定理3.1の証明)2式(3.16)、(3.17)の$\varphi_1(x)$、$\varphi_2(x)$ の他に、

$$\varphi_3(x) \equiv (\varphi_2 \ominus \psi)(x)$$
$$= \inf_{d \in \mathrm{supp}(\psi)} \varphi_2(x+d) \tag{3.20}$$

を定義しておく。

$$\varphi_2 = \varphi \bigcirc \psi,\ \varphi_3 = (\varphi \bigcirc \psi) \ominus \psi \tag{3.21}$$

であることに注意しておく。

$\varphi_1(x) = 1$

$\Leftrightarrow \forall b \in \mathrm{supp}(\psi),\ 1 = \varphi_1(x) = \varphi_1(x+b-b)$

$\Rightarrow \forall b \in \mathrm{supp}(\psi),\ \exists c \in \mathrm{supp}(\psi),\ 1 = \varphi_1(x+b-c)$

$\Leftrightarrow \forall b \in \mathrm{supp}(\psi),\ 1 = \varphi_2(x+b)$ $\because$ 式(3.17)

$\Leftrightarrow \varphi_3(x) = 1$ $\because$ 式(3.20)

を得る。逆を示そう。

$\varphi_3(x) = 1$

$\Leftrightarrow \forall b \in \mathrm{supp}(\psi),\ \varphi_2(x+b) = 1$ $\because$ 式(3.20)

$\Leftrightarrow \forall b \in \mathrm{supp}(\psi),\ \exists c \in \mathrm{supp}(\psi),\ \varphi_1(x+b-c) = 1$ $\because$ 式(3.17)

$\Leftrightarrow \forall b \in \mathrm{supp}(\psi),\ \exists c \in \mathrm{supp}(\psi),\ \forall d \in \mathrm{supp}(\psi),\ \varphi(x+b-c+d) = 1$ $\because$ 式(3.16)

$\Rightarrow$ 任意の b と、特定cに対し、d=cと選べば、

$\forall b \in \mathrm{supp}(\psi),\ \varphi(x+b) = 1$

$\Leftrightarrow \varphi_1(x) = 1$ $\because$ 式(3.16)

を得、示された。

(補助定理3.1の系1の証明)

$\varphi \ominus \psi = (\varphi \bigcirc \psi) \ominus \psi$ $\because$ 補助定理3.1

$= \{(\varphi \ominus \psi) \oplus \psi\} \ominus \psi$

$= (\varphi \ominus \psi) \bullet \psi$ $\because$ 定義3.7

を得て、示された。 □

The idempotency of opening follows immediately as given by theorem3.4.

[定理3.4] (The idempotency of opening ○)

2式(3.18)、(3.19)が成り立つ。

(証明)補助定理3.1の両辺に、$\oplus \psi$を作用させれば、

$(\varphi \ominus \psi) \oplus \psi = \{(\varphi \bigcirc \psi) \ominus \psi\} \oplus \psi$

を得、定義3.6の2演算$\mathfrak{T}_{\bigcirc}(\psi)$、○ を思い起こせば、これ、即ち、2式(3.18)、(3.19)である。 □

3.5 closing(閉示作用)

定義3.6に対応して、次の定義3.7を設けよう。

[定義3.7](関数論的closing)

$$(\mathfrak{T}_{\bullet}(\psi)\varphi)(x) \equiv (\varphi \bullet \psi)(x)$$
$$\equiv [(\varphi \oplus \psi) \ominus \psi](x)$$
□

$\Psi \in \Phi$を固定して得られる operator $\mathfrak{T}_{\bullet}(\psi)$を、

binary morphological closing operator

といい、$\varphi \bullet \psi$を、

the closing of pattern φ by a discrete structuring pattern ψ

という。

定理3.3に対応して、次の定理3.5が成り立つ。

[定理3.5](Extensivity of closing operator $\bullet\psi$)

$\varphi(x)=1$ ならば、$(\varphi \bullet \psi)(x)=1.$

つまり、

$$\mathrm{supp}(\varphi) \subseteq \mathrm{supp}(\varphi \bullet \psi).$$

(証明)$\eta_1(x)$, $\eta_2(x)$を、

$$\eta_1(x) \equiv (\varphi \oplus \psi)(x) = \sup_{b \in \mathrm{supp}(\psi)} \varphi(x-b) \qquad (3.22)$$
$$\eta_2(x) \equiv (\eta_1 \ominus \psi)(x)$$
$$= \inf_{c \in \mathrm{supp}(\Psi)} \eta_1(x+c) \qquad (3.23)$$

とおく。定義3.7によれば、$\eta_2=\varphi \bullet \psi$であり、

$$\varphi(x)=1$$
$$\Leftrightarrow \forall b \in \mathrm{supp}(\psi),\ 1=\varphi(x)=\varphi(x+b-b)$$
$$\Rightarrow \forall b \in \mathrm{supp}(\psi),\ \exists c \in \mathrm{supp}(\psi),\ 1=\varphi(x+b-c)$$
$$\Leftrightarrow \forall b \in \mathrm{supp}(\psi),\ \eta_1(x+b)=1 \quad \because \ 式(3.22)$$
$$\Leftrightarrow \eta_2(x)=1 \quad \because \ 式(3.23)$$

を得て、本定理の成立が示された。 □

上記の定理3.5は、次の事実を指摘している:

$\varphi \bullet \psi$は、入力パターンφにある種の情報(この情報はψによって決まる)を付加して得られている。

□

定義3.7の closing operator は完結した演算である。つまり、巾等性

$$\forall \varphi \in \Phi,\ \varphi \bullet \psi = (\varphi \bullet \psi) \bullet \psi \qquad (3.24)$$

の成立を示そう。書き直せば、

$$\mathfrak{T}_{\bullet}(\psi) = \mathfrak{T}_{\bullet}(\psi)\mathfrak{T}_{\bullet}(\psi) \qquad (3.25)$$

となり、$\mathfrak{T}_{\bullet}(\psi)\varphi$は写像$\mathfrak{T}_{\bullet}(\psi)$の不動点であることかわかる。

2式(3.24)、(3.25)の証明のために、次の補助定理3.2を用意する。

[補助定理3.2]

$$\forall \varphi \in \Phi,\ \varphi \oplus \psi = (\varphi \bullet \psi) \oplus \psi.$$

[補助定理3.2の系1]

$$\forall \varphi \in \Phi,\ \varphi \oplus \psi = (\varphi \oplus \psi) \bigcirc \psi$$

つまり、$\varphi \oplus \psi$ は演算$\bigcirc\psi$の不動点である。

（補助定理3.2の証明）2式(3.22)、(3.23)の$\eta_1(x)$、$\eta_2(x)$の他に、

$$\eta_3(x) \equiv (\varphi_2 \oplus \psi)(x)$$
$$= \sup_{d \in supp(\Psi)} \eta_2(x-d) \tag{3.26}$$

を定義しておく。

$$\eta_2 = \varphi \bullet \psi,\ \eta_3 = (\varphi \bullet \psi) \oplus \psi \tag{3.27}$$

であることに注意しておく。

$$\eta_1(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow \forall b \in supp(\psi),\ 0 = \eta_1(x) = \eta_1(x-b+b)$$
$$\Rightarrow \forall b \in supp(\psi),\ \exists c \in supp(\psi),\ 0 = \eta_1(x-b+c)$$
$$\Leftrightarrow \forall b \in supp(\psi),\ 0 = \eta_2(x-b) \quad \because \quad 式(3.23)$$
$$\Leftrightarrow \eta_3(x) = 0 \quad \because \quad 式(3.26)$$

を得る。逆を示そう。

$$\eta_3(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow \forall d \in supp(\psi),\ \eta_2(x-d) = 0 \quad \because \quad 式(3.26)$$
$$\Leftrightarrow \forall d \in supp(\psi),\ \exists c \in supp(\psi),\ \eta_1(x-d+c) = 0 \quad \because \quad 式(3.23)$$
$$\Leftrightarrow \forall d \in supp(\psi),\ \exists c \in supp(\psi),\ \forall b \in supp(\psi),\ \varphi(x-d+c-b) = 0 \quad \because \quad 式(3.22)$$

$\Rightarrow$ 任意のdと、特定のcに対し、b=cと選べば、

$$\forall d \in supp(\psi),\ \varphi(x-d) = 0$$
$$\Leftrightarrow \eta_1(x) = 0 \quad \because \quad 式(3.22)$$

を得て、示された。

（補助定理3.2の系1の証明）

$$\varphi \oplus \psi = (\varphi \bullet \psi) \oplus \psi \quad \because \quad 補助定理3.2$$
$$= \{(\varphi \oplus \psi) \ominus \psi\} \oplus \psi$$
$$= (\varphi \oplus \psi) \bigcirc \psi \quad \because \quad 定義3.6$$

を得て、示された。 □

定理3.4に対応して、closing演算●の巾等性は直ちに、次の定理3.6で指摘される。

［定理3.6］(The idempotency of closing ●)

2式(3.24)、(3.25)が成り立つ。

（証明）補助定理3.2の両辺に、$\ominus\psi$を作用させれば、

$$(\varphi \oplus \psi) \ominus \psi = \{(\varphi \bullet \psi) \oplus \psi\} \ominus \psi$$

を得、定義3.7の2演算$\mathfrak{T}_\bullet(\psi)$、●を思い起こせば、これ即ち、2式(3.24)、(3.25)である。 □

4. 数理形態学におけるモデル構成作用素の構成

本章では、3章の2定理3.4、3.6を適用し、n次元整数値集合$I^n(\ni x)$でその値が与えられた無限多値パターン(multi-valued pattern) $\varphi = \varphi(x)$のパターンモデル$T\varphi$が、

opening operator, closing operator によるmodel-construction operator Tの構成

を介し、確保されることが研究される。

4.1 パターン集合Φ、モデル構成作用素Tの満たすべき公理

処理の対象とするパターンφの集合Φはある可分なヒルベルト空間$\mathfrak{H}$の、零元を含むある部分集合であり、このΦ、並びに写像

$$T: \Phi \to \Phi \tag{4.1}$$

は次のaxiom 1を満たさなければならない。このとき、写像 T は**モデル構成作用素**と呼ばれ、$T\varphi \in \Phi$は$\varphi \in \Phi$の代りとなり得るという意味で、パターン$\varphi \in \Phi$のモデルと呼ばれる[27]、[29]、[40]。

Axiom 1の(iii)は、パターン $\varphi \in \Phi$ の多段モデル化過程

$$\varphi \to T\varphi \to T(T\varphi) \to T(T(T\varphi) \to \cdots \tag{4.2}$$

が単一段階で完結していていることを要請していると解釈できる。

<u>Axiom 1</u> (**パターン集合Φとモデル構成作用素Tとの対【Φ, T】の満たすべき公理**)

(i) (零元の不動点性；fixed-point property of zero element) $0 \in \Phi \wedge T0=0$.

(ii) (錐性；cone property；或いは、吸収性質)

$\forall \varphi \in \Phi, a \cdot \varphi \in \Phi \wedge T(a \cdot \varphi)=T\varphi$

for any positive real number a.

(iii) (ベキ等法則；idempotency；埋込性質)

$\forall \varphi \in \Phi, T\varphi \in \Phi \wedge T(T\varphi)=T\varphi.$

(iv) (写像 T の非零写像性；non-zero mapping property of T)

$\exists \varphi \in \Phi, T\varphi \neq 0.$ □

註4.1 (axiom 1 の説明)：

(i) について：可分なヒルベルト空間$\mathfrak{H}$の、零元$0 \in \mathfrak{H}$を含む部分集合$\Phi \subset \mathfrak{H}$が与えられたとしよう。写像Tの定義域

$$\mathrm{Domain}(T) \equiv \{\varphi \mid \varphi \in \Phi \wedge T\varphi \in \Phi\} \tag{4.3}$$

を用意すると、Domain(T)の部分集合である、Tの零集合(null set；annihilating set)

$$\mathrm{Null}(T) \equiv \{\varphi \in \Phi \mid T\varphi=0 \in \Phi\} \tag{4.4}$$

は零元(zero element)を含む。

(ii) について：正スカラー乗法の下での不変性；invariance under positive-scalar multiplicationを意味し、aを1に等しくはない正定数ととると、Tは恒等写像(identity mapping)ではないことがわかる。

(iii) について：写像$T: \Phi \to \Phi$の値域

$$\mathrm{Range}(T) \equiv \{\eta \in \Phi \mid \exists \varphi \in \Phi, \eta=T\varphi\} \tag{4.5}$$

の任意の元としてのパターン$T\varphi \in \Phi$ は、写像$T: \Phi \to \Phi$ の不動点である。

(iv) について：$\varphi=0 \in \Phi$をとれば、(i) より$T\varphi=0 \in \Phi$を得るから、この(iv)は、T は

$$\forall \varphi \in \Phi, S\varphi=0 \tag{4.6}$$

と定義される零写像(zero mapping)Sではないことを要請している。 □

上述のaxiom 1の(i)、(ii)、(iii)は次の事実を指摘している：パターン集合Φは、ベキ等性$T \cdot T=T$から必然的に生じて来る埋込関係

$$T \cdot \Phi \equiv \{T\varphi \mid \varphi \in \Phi\} \subset \Phi \tag{4.7}$$

を満たし、原点(=0)を始点とし、Φの任意の点を通る半直線を含むような集合(錐；cone)であらねばならない。

尚、上述のaxiom 1を満たすパターン集合Φの逐次決定法は、文献[22]の第24部で説明されている[29]。

次の2命題4.1、4.2の成立は容易に確かめることができる。

[命題4.1]（モデル構成作用素Tの正定数倍構成）

写像Tがaxiom 1を満たすならば、cを任意の正定数として、写像c・Tもaxiom 1を満たす。

（証明）

(i)の成立：$(c\cdot T)0=c\cdot T0=c\cdot 0=0.$

(ii)の成立：$(c\cdot T)(a\varphi)=c\cdot T(a\cdot\varphi)=c\cdot T\varphi=(c\cdot T)\varphi.$

(iii)の成立：$(c\cdot T)((c\cdot T)\varphi)=c\cdot(T(c\cdot T)\varphi= =c\cdot(TT)\varphi=c\cdot T\varphi=(c\cdot T)\varphi.$

(iv)の成立：$\exists\varphi(\neq 0)\in\Phi, T\varphi\neq 0$ をとる。ならば、$(c\cdot T)\varphi=c\cdot(T\varphi)\neq 0$ が成り立つ。 □

[命題4.2]（モデル構成作用素Tの積構成）

各写像$T_k(1\leqq k\leqq n)$がaxiom 1を満たすならば、2条件

(a)（可換性）$T_jT_k=T_kT_j(j>k)$

(b)（後段定義域・前段値域の包含性）

$ND(T_{k-1})\supseteq Range(T_k)\ (2\leqq k\leqq n)$

の下で、写像$T\equiv T_1\cdot T_2\cdot\cdots\cdot T_n$は axiom 1を満たす。ここに、

$ND(T_k)\equiv\{\varphi\mid\varphi\in\Phi\wedge T_k\varphi\in\Phi\wedge T_k\varphi\neq 0\}$

$Range(T_k)\equiv\{\eta\mid\exists\varphi\in\Phi, \eta=T_k\varphi\in\Phi\}.$

（証明）

(i)の成立：$T_k0=0$ であるから、

$$
\begin{aligned}
T0&=T_1\cdot T_2\cdot\cdots\cdot T_n0=T_1\cdot T_2\cdot\cdots\cdot T_{n-1}0 \quad \because\ T_n0=0\\
&=\cdots\\
&=T_10 \quad \because\ T_k0=0(2\leqq k\leqq n-1)\\
&=0. \quad \because\ T_10=0
\end{aligned}
$$

(ii)の成立：$T_n(a\varphi)=T_n\varphi$であるから、

$$
\begin{aligned}
T(a\varphi)&=T_1\cdot T_2\cdot\cdots\cdot(T_n(a\varphi))\\
&=T_1\cdot T_2\cdot\cdots\cdot(T_n\varphi) \quad \because\ T_n(a\varphi)=T_n\varphi\\
&=T\varphi.
\end{aligned}
$$

(iii)の成立：

$$
\begin{aligned}
T(T\varphi)&=T_1\cdot T_2\cdot\cdots\cdot T_n\cdot T_1\cdot T_2\cdot\cdots\cdot T_n\varphi\\
&=T_1\cdot T_2\cdot\cdots\cdot T_1\cdot T_n\cdot T_2\cdot\cdots\cdot T_n\varphi \quad \because\ T_n\cdot T_1=T_1\cdot T_n\\
&=\cdots\\
&=(T_1\cdot T_1)\cdot T_2\cdot\cdots\cdot T_n\cdot T_2\cdot\cdots\cdot T_n\varphi \quad \because\ T_j\cdot T_k=T_k\cdot T_j(2\leqq k<j\leqq n-1)\\
&=\cdots\\
&=(T_1\cdot T_1)\cdot(T_2\cdot T_2)\cdot\cdots\cdot(T_n\cdot T_n)\varphi \quad \because\ T_k\cdot T_j=T_j\cdot T_k(2\leqq k\leqq n-1)\\
&=T_1\cdot T_2\cdot\cdots\cdot T_n\varphi \quad \because\ T_kT_k=T_k(1\leqq k\leqq n)\\
&=T\varphi.
\end{aligned}
$$

(iv)の成立：$\varphi\in ND(T_n)$をとる。

$\varphi\in\Phi\wedge T_n\varphi\in Range(T_n)\wedge T_n\varphi\neq 0$

$ND(T_{n-1})\supseteq Range(T_n)$

が成り立ち、よって、

$T_{n-1}T_n\varphi\neq 0\wedge T_{n-1}T_n\varphi\in Range(T_{n-1})$

が成り立つ。

$ND(T_{n-1}) \supseteq Range(T_n)$

を考慮すると、

$T_{n-2}T_{n-1}T_n\varphi \neq 0 \wedge T_{n-2}T_{n-1}T_n\varphi \in Range(T_{n-2})$

を得る。同様に、繰り返せば、

$T\varphi = T_1 \cdot T_2 \cdot \cdots \cdot T_n \neq 0 \wedge T\varphi \in Range(T_1)$

を得て、

$\varphi \in ND(T_n)$ は $T\varphi \neq 0$ を満たす

ことがわかる。 □

4.2 内積(,)とノルム ‖・‖

4.2.1 動作領域とモデル構成作用素

包含関係

$\Phi \subset NS \equiv \{\varphi \mid [\forall x \in I^n, \varphi(x) \in Z$(複素数体;complex number field)$] \wedge \Sigma_{x \in In} |\varphi(x)|^2 < \infty\}$ (4.8)

を満たすΦは、パターン情報システムが処理対象とするパターンφの集合(動作領域;operating region)といわれ、式(4.1)の写像TとΦとの対$[\Phi, T]$は4.1節のaxiom 1を満たさなければならない。このとき、Tはモデル構成作用素(model-construction operator)といわれる。

4.2.2 複素内積空間 NS

今少し、詳しく説明しよう。

可分なヒルベルト空間$\mathfrak{H}$として、内積(φ, η)が、

$(\varphi, \eta) \equiv \Sigma_{x \in I^n} \varphi(x) \cdot \overline{\eta}(x)$ (4.9)

ここに、$\overline{\eta}$はηの複素共役

と与えられる複素ノルム空間(complex normed space)を採用しよう。勿論、ノルム$\|\varphi\|$は、

$\|\varphi\| \equiv \sqrt{(\varphi, \varphi)}$ (4.10)

と定義される。

このとき、式(4.8)のNSは計量線形空間(metric linear space)、或いは、複素内積空間(complex inner-product space)となっている。

非負実数量$\|\varphi - \eta\|$は$\varphi, \eta \in \varphi$間の距離(distance between φ and η)と考えることによって、式(4.8)の NS は距離空間(metric space)ともなる。

次の命題4.3は、$\|\varphi - \eta\|^2$がHamming距離(その座標軸成分が異なる座標軸の総数)になる場合を指摘している。

[命題4.3]

$\forall x \in I^n, \varphi(x), \eta(x) \in \{0, 1\}$

であれば、

$\|\varphi - \eta\|^2 = \Sigma_{x \in In} |\varphi(x) - \eta(x)|.$

(証明) $\|\varphi - \eta\|$

$= [\Sigma_{x \in In} |\varphi(x) - \eta(x)|^2]^{1/2}$

$= [\Sigma_{x \in In} |\varphi(x) - \eta(x)|]^{1/2} \quad \because \quad \varphi(x) - \eta(x) \in \{0, \pm 1\}.$ □

4.3 パターン間の距離 dis

パターン$\varphi(x)\in Z$に対し、

$$\varphi^{\#}(x)\equiv\varphi(x)/\sup_{x\in I^n}|\varphi(x)| \tag{4.11}$$

を定義する。但し、

$\sup_{x\in I^n}|\varphi(x)|=0$ なら、

$$\forall x\in I^n,\ \varphi^{\#}(x)\equiv 0 \tag{4.12}$$

と、約束する。

$$\varphi(x),\ \eta(x)\in Z \tag{4.13}$$

に対する距離関数

$$\mathrm{dis}:\Phi\times\Phi\to R^{+}\text{(非負実数全体の集合)} \tag{4.14}$$

として、

$$\mathrm{dis}(\varphi,\eta)\equiv\Sigma_{x\in I^n}|\varphi^{\#}(x)-\eta^{\#}(x)| \tag{4.15}$$

を採用する。$\mathrm{dis}(\varphi,\eta)$ として、

$$\|\varphi^{\#}-\eta^{\#}\|$$
$$=[\Sigma_{x\in I^n}|\varphi^{\#}(x)-\eta^{\#}(x)|^2]^{1/2} \tag{4.16}$$

を採用していないことに、注意する。

このとき、

$$\exists c(\neq 0)\in Z,\ \varphi(x)=c\cdot\eta(x)\ \text{for any}\ x\in I^n \tag{4.17}$$

が満たされるとき、φ,ηを同一視(identification)して、

$$\varphi\sim\eta \tag{4.18}$$

と書けば、2元関係〜は、

1) $\varphi\sim\varphi$(反射律；reflexive law)

2) $\varphi\sim\eta$ならば、$\eta\sim\varphi$(対称律；symmetric law)

3) $\varphi\sim\eta$かつ$\eta\sim\psi$ならば、$\varphi\sim\psi$
(推移律；transitive law) (4.19)

という同値関係の公理(axioms of equivalence rela-tion)を満たし、〜は同値関係である。

式(4.15)のように定義された式(4.14)の距離関数 dis は次の距離の公理(i)、(ii)、(iii) を満たす：

(i) $\mathrm{dis}(\varphi,\eta)\geqq 0.$

(ii) $\mathrm{dis}(\varphi,\eta)=0\Leftrightarrow\varphi\sim\eta.$

(iii) $\mathrm{dis}(\varphi,\eta)=\mathrm{dis}(\eta,\varphi).$

(iv) $\mathrm{dis}(\varphi,\psi)\leqq\mathrm{dis}(\varphi,\eta)+\mathrm{dis}(\eta,\psi)$ (4.20)

□

1実変数uの2値関数

$$\mathrm{psn}(u)\equiv 0\ \text{if}\ u<0,\ \equiv 1\ \text{if}\ \geqq 0 \tag{4.21}$$

を用意する。

$$\varphi^{☆}(x)\equiv\mathrm{psn}(\varphi^{\#}(x)-h(x))\in\{0,1\} \tag{4.22}$$
$$,\ \text{where}\ 0<h(x)\leqq 1 \tag{4.23}$$

を定義する。このとき、

(1○) $\forall x\in I^n,\ \varphi(x)\in\{0,a\}\ (a>0)$に対しては、

$\varphi^{\#}(x)\equiv\varphi(x)/\sup_{x\in I^n}|\varphi(x)|=$

$$\begin{cases} 0 \text{ if } \varphi=0 \\ 1 \text{ if } \varphi\neq 0 \wedge \varphi(x)=a \\ 0 \text{ if } \varphi\neq 0 \wedge \varphi(x)=0 \end{cases}$$

(2○) $\forall x\in I^n$, $\varphi(x)\in\{0, a\}$ $(a>0)$, $\eta(x)\in\{0, b\}$ $(a, b>0)$に対しては、

$\mathrm{dis}(\varphi, \eta)x\equiv$

$$\begin{cases} 0 \text{ if } [\varphi(x)=a\wedge\eta(x)=b] \\ \quad\vee[\varphi(x)=\eta(x)=0] \\ 1 \text{ if } [\varphi(x)=a\wedge\eta(x)=0] \\ \quad\vee[\varphi(x)=0\wedge\eta(x)=b] \end{cases} \tag{4.24}$$

と定義すると、

$\mathrm{dis}(\varphi, \eta)=\Sigma_{x\in I^n}\mathrm{dis}(\varphi, \eta)_x$

(3○) $\forall x\in I^n$, $\varphi(x)\in\{0, 1\}$ のとき、

$\varphi^{☆}(x)=\varphi(x)$ for any $x\in I^n$

が成り立つ。

次の命題4.4は、式(4.15)のように定義された式(4.14)の距離関数 $\mathrm{dis}(\varphi, \eta)$と、2式(4.9)、(4.10)で定義されるノルム距離 $\|\varphi-\eta\|$ の自乗が式(4.22)で定義される2値化パターン $\varphi^{☆}, \eta^{☆}$ に関しては、等しい事実を指摘したものである(命題4.3をも参照)。

[命題4.4]

$\|\varphi^{☆}-\eta^{☆}\|^2=\mathrm{dis}(\varphi^{☆}, \eta^{☆})$.

(証明) $\|\varphi^{☆}-\eta^{☆}\|^2$

$=\Sigma_{x\in I^n}|\varphi^{☆}(x)-\eta^{☆}(x)|^2$ $\because$ 2式(4.9), (4.10)

$=\Sigma_{x\in I^n}|\varphi^{☆}(x)-\eta^{☆}(x)|$ $\because$ $\varphi^{☆}(x), \eta^{☆}(x)\in\{0, 1\}$

$=\Sigma_{x\in I^n}|\varphi^{☆}(x)/\sup_{x\in I^n}|\varphi^{☆}(x)|-\eta^{☆}(x)/\sup_{x\in I^n}|\eta^{☆}(x)||$ $\because$ $\varphi^{☆}(x), \eta^{☆}(x)\in\{0, 1\}$

$=\mathrm{dis}(\varphi^{☆}, \eta^{☆})$ $\because$ 2式(4.11), (4.15) □

4.4 モデル構成作用素 T○

The morphological operators $\mathfrak{T}_{\bigcirc}$ and $\mathfrak{T}_{\bullet}$ expressed by two definitions 3.6 and 3.7 deal with two patterns. The pattern φ being processed is referred to as the active pattern,and the other pattern ψ being a kernel is referred to as the structuring pattern. With the help of various designed structuring shapes, one can simplify a pattern data representation and expose an object shape characteristics.

Two basic morphological operators, dilation and erosion, are similar to the convolution operators, except addition/subtraction which are substituted for maximum/minimum. Unlike convolution, morphological operators are, however, highly non-linear.

定義3.6でのopening operator $\mathfrak{T}_{\bigcirc}(\psi)$を利用して、

$$\varphi(x)\in R(\text{実数体;real number field}) \text{ for any } x\in In \tag{4.25}$$

に対し、式(4.22)の$\varphi^{☆}$を使って、

$$(T_{\bigcirc}\varphi)(x)\equiv(\varphi^{☆}\bigcirc\psi)(x)=(\mathfrak{T}_{\bigcirc}(\psi)\varphi^{☆})(x) \tag{4.26}$$

と定義される非線形作用素

$$T_{\bigcirc}: \Phi\rightarrow\Phi \tag{4.27}$$

がモデル構成作用素であることが、次の定理4.1からわかる。

[定理4.1] (opening operator によるモデル構成作用素$T_{\bigcirc}$の構成定理)

式(4.26)で定義される式(4.27)の写像$T_{\bigcirc}$は、

$$0\in\Phi\wedge[\forall\varphi\in\Phi,\ a\cdot\varphi\in\Phi \text{ for any positive real number } a]\wedge[\forall\varphi\in\Phi,\ T_{\bigcirc}\varphi\in\Phi] \qquad (4.28)$$

であれば、4.1節のaxiom 1を満たし、モデル構成作用素である。 □

定理4.1を証明するにあたって、式(4.11)の$\varphi^{\#}$と、式(4.22)の$\varphi^{☆}$に引き続いて、

$$\varphi^{\diamond}(x)\equiv(\varphi^{☆}\ominus\psi)(x)=\inf_{b\in \mathrm{supp}(\psi)}\varphi^{☆}(x+b) \qquad (4.29)$$

$$\varphi^{\square}(x)\equiv(\varphi^{\diamond}\oplus\psi)(x)$$
$$(=\{(\varphi^{☆}\ominus\Psi)\oplus\psi\}(x)=(\varphi^{☆}\bigcirc\psi)(x)=(T\varphi)(x))$$
$$=\sup_{c\in \mathrm{supp}(\psi)}\varphi^{\diamond}(x-c) \qquad (4.30)$$

という定義を用意しておく。パターン列

$$\varphi,\ \varphi^{\#},\ \varphi^{☆},\ \varphi^{\diamond},\ \varphi^{\square} \qquad (4.31)$$

は、$\varphi\in\Phi$から、$\varphi^{\square}=T_{\bigcirc}\varphi\in\Phi$を計算する手順を与えている：

Implementation difficulties arise when an algorithm requires the use of a large size structuring pattern. □

[命題4.5]

式(4.31)のパターン列 $\varphi, \varphi^{\#}, \varphi^{☆}, \varphi^{\diamond}, \varphi^{\square}$について、

(i) $\exists c\in \mathrm{supp}(\psi),\ \forall b\in \mathrm{supp}(\psi)\neq\phi,$

$\varphi^{☆}(x-c+b)=1$

であれば、$\varphi^{\diamond}(x-c)=1$ を得、

$(T_{\bigcirc}\varphi)(x)=1.$

(ii) $\forall c\in \mathrm{supp}(\psi),\ \exists b\in \mathrm{supp}(\Psi)\neq\phi,$

$\varphi^{☆}(x-c+b)=0$

であれば、$\varphi^{\diamond}(x-c)=0$を得、

$(T_{\bigcirc}\varphi)(x)=0.$ □

(定理4.1の証明)式(4.28)を仮定し、4.1節のaxiom 1の成立を示す。

(i)の成立：

$\varphi=0$ とすれば、$0=\varphi_{\#}$ $\because$ 式(4.12)

$=\varphi^{☆}=\varphi^{\diamond}=\varphi^{\square}$ $\because$ 3式(4.22)、(4.29)、(4.30)

$\therefore\ T_{\bigcirc}\varphi=\varphi^{\square}=0$

を得る。

(ii)の成立：aを任意の正実数とする。任意の$x\in I^{n}$について、

$$(a\cdot\varphi)^{\#}(x)=(|a|/a)\cdot\varphi^{\#}(x)=\varphi^{\#}(x) \qquad (4.32)$$

$\because$ 式(4.11)

を得、

$$(a\cdot\varphi)^{☆}(x)=\varphi^{☆}(x)\quad\because\ 式(4.22) \qquad (4.33)$$

$\therefore\ (a\cdot\varphi)^{\diamond}(x)=\varphi^{\diamond}(x)$ $\because$ 式(4.29)

$\therefore\ T_{\bigcirc}(a\cdot\varphi)(x)=(T_{\bigcirc}\varphi)(x)$

$\because$ 2式(4.26)、(4.30)

が得られる。

(iii)の成立：2つの場合(iii.1)、(iii.2)に分けて示す。

$$\eta\equiv T_{\bigcirc}\varphi=\varphi^{☆}\bigcirc\psi=(\varphi^{☆}\ominus\psi)\oplus\psi \qquad (4.34)$$

とおく。

（iii.1）$\eta=0$ のとき

上述の（i）より、$T_{\bigcirc}\eta=0$ を得、

$$T_{\bigcirc}\varphi\equiv\eta=0=T_{\bigcirc}\eta=T_{\bigcirc}T_{\bigcirc}\varphi.$$

（iii.2）$\eta\neq0$ のとき

$$\eta(x)\in\{0,1\}\text{ for any }x\in I^n\quad\because\quad 式(4.34)$$

であるから、

$$\sup_{x\in I^n}|\eta(x)|=1 \tag{4.35}$$

が成り立つ。

$\varphi=0$ とすると、上述の（i）より、$\eta\equiv T_{\bigcirc}\varphi=0$を得、$\eta\neq0$に矛盾するから$\varphi\neq0$である。

また、4.3節の3○より

$$\begin{aligned}\eta^{☆}(x)&\equiv \mathrm{psn}(\eta^{\#}(x)-h(x))\in\{0,1\}\\&=\eta(x)\quad\because\quad 2式(4.34)、(4.35)\end{aligned} \tag{4.36}$$

がよりわかる。よって、

$$\begin{aligned}(T_{\bigcirc}\eta)(x)&=(\eta^{☆}\bigcirc\psi)(x)\\&=(\eta\bigcirc\psi)(x)\quad\because\quad 式(4.36)\\&=\{(\varphi^{☆}\bigcirc\psi)\bigcirc\psi\}(x)\quad\because\quad 式(4.26)、(4.34)\\&=(\varphi^{☆}\bigcirc\psi)\quad\because\quad 定理3.4\end{aligned} \tag{4.37}$$

を得、

$$T_{\bigcirc}T_{\bigcirc}\varphi=T_{\bigcirc}\varphi\quad\because\quad 式(4.34)$$

が示された。

(iv)の成立：

$\varphi\neq0$ として、ある$x\in I^n$について、

$$\forall b\in \mathrm{supp}(\psi)\neq\phi,\ \varphi^{☆}(x+b)=1$$

とすれば、

$$\varphi^{\Diamond}(x)=1\quad\because\quad 式(4.29)$$

が成立し、かつ、

$$\exists c\in \mathrm{supp}(\psi)\neq\phi,\ \varphi^{\Diamond}(x-c)=1$$

とすれば、

$$(T_{\bigcirc}\varphi)(x)=\varphi^{\Box}(x)=1\quad\because\quad 式(4.30).$$ □

4.5 モデル構成作用素 $T_{\bullet}$

定義3.7での closing operator $\mathfrak{T}_{\bullet}(\psi)$を利用して、式(4.25)の実数値パターン$\varphi=\varphi(x)$に対し、式(4.22)の$\varphi^{☆}$を使って、

$$(T_{\bullet}\varphi)(x)\equiv(\varphi^{☆}\bullet\psi)(x)=(\mathfrak{T}_{\bullet}(\psi)\varphi^{☆})(x) \tag{4.38}$$

と定義される非線形作用素

$$T_{\bullet}:\Phi\to\Phi \tag{4.39}$$

がモデル構成作用素であることが、次の定理4.2からわかる。

［定理4.2］**(closing operator $\mathfrak{T}_{\bullet}(\psi)$ によるモデル構成作用素$T_{\bullet}$の構成定理)**

式(4.38)で定義される式(4.39)の写像$T_{\bullet}$は、

$0 \in \Phi \wedge$

$[\forall \varphi \in \Phi, a \cdot \varphi \in \Phi$ for any positive real number $a] \wedge$

$[\forall \varphi \in \Phi, T_{\bullet}\varphi \in \Phi]$ (4.40)

であれば、4.1節のaxiom 1を満たし、モデル構成作用素である。 □

定理4.2を証明するにあたって、式(4.11)の$\varphi^{\#}$と、式(4.22)の$\varphi^{☆}$に引き続いて、

$\varphi^{\blacklozenge}(x) \equiv (\varphi^{☆} \oplus \psi)(x)$

$= \sup_{b \in supp(\psi)} \varphi^{☆}(x-b)$ (4.41)

$\varphi^{\blacksquare}(x) \equiv (\varphi^{\blacklozenge} \ominus \psi)(x)$

$(= \{(\varphi^{☆} \oplus \psi) \ominus \psi\}(x) = (\varphi^{☆} \bullet \psi)(x)$

$= (T_{\bullet}\varphi)(x)\ )$

$= \inf_{c \in supp(\psi)} \varphi^{\blacklozenge}(x+c)$ (4.42)

という定義を用意しておく。パターン列

$\varphi, \varphi^{\#}, \varphi^{☆}, \varphi^{\blacklozenge}, \varphi^{\blacksquare}$ (4.43)

は、$\varphi \in \Phi$から、$\varphi^{\blacksquare} = T_{\bullet}\varphi \in \Phi$を計算する手順を与えている。

[命題4.6]

式(4.43)のパターン列$\varphi, \varphi^{\#}, \varphi^{☆}, \varphi^{\blacklozenge}, \varphi^{\blacksquare}$について、

(i) $\forall c \in supp(\psi), \exists b \in supp(\psi) \neq \phi, \varphi^{☆}(x+c-b) = 1$

であれば、$\varphi^{\blacklozenge}(x+c) = 1$を得、

$(T_{\bullet}\varphi)(x) = 1.$

(ii) $\exists c \in supp(\psi), \forall b \in supp(\psi) \neq \phi, \varphi^{☆}(x+c-b) = 0$

であれば、$\varphi^{\blacklozenge}(x+c) = 0$ を得、

$(T_{\bullet}\varphi)(x) = 0.$ □

(定理4.2の証明)

式(4.40)を仮定し、4.1節のaxiom 1の成立を示す。

(i)の成立：

$\varphi = 0$ とすれば、$0 = \varphi^{\#}$ $\because$ 式(4.12)

$= \varphi^{☆} = \varphi^{\blacklozenge} = \varphi^{\blacksquare}$ $\because$ 3式(4.22)、(4.41)、(4.42)

$\therefore$ $T_{\bullet}\varphi = \varphi^{\blacksquare} = 0$

を得る。

(ii)の成立：aを任意の正実数とする。任意の$x \in I^{n}$について、2式(4.32)、(4.33)を得、

$\therefore$ $(a \cdot \varphi)^{\blacklozenge}(x) = \varphi^{\blacklozenge}(x)$ $\because$ 式(4.40)

$\therefore$ $T_{\bullet}(a \cdot \varphi)(x) = (T_{\bullet}\varphi)(x)$

$\because$ 2式(4.38)、(4.42)

が得られる。

(iii)の成立：2つの場合(iii.1)、(iii.2)に分けて示す。

$\eta \equiv T_{\bullet}\varphi = \varphi^{☆} \bullet \psi = (\varphi^{☆} \oplus \psi) \ominus \psi$ (4.44)

とおく。

(iii.1) $\eta = 0$ のとき

上述の(i)より、$T_{\bullet}\eta = 0$ を得、

$T_{\bullet}\varphi \equiv \eta = 0 = T_{\bullet}\eta = T_{\bullet}T_{\bullet}\varphi.$

（ⅲ.2）$\eta \neq 0$ のとき

$\eta(x) \in \{0, 1\}$ for any $x \in I^n$ $\because$ 式(4.44)

であるから、

$$\sup_{x \in I^n} |\eta(x)| = 1 \tag{4.45}$$

が成り立つ。

$\varphi = 0$ とすると、上述の（ⅰ）より、$\eta \equiv T_{\bullet}\varphi = 0$ を得、$\eta \neq 0$に矛盾するから、$\varphi \neq 0$である。

また、4.3節の3°より

$$\begin{aligned}\eta^{\star}(x) &\equiv \mathrm{psn}(\eta^{\#}(x) - h(x)) \in \{0, 1\} \\ &= \eta(x) \quad \because \ 2式(4.34)、(4.45)\end{aligned} \tag{4.46}$$

がよりわかる。よって、

$$\begin{aligned}(T_{\bullet}\eta)(x) &= (\eta^{\star} \bullet \psi)(x) \\ &= (\eta \bullet \psi)(x) \quad \because \ 式(4.46) \\ &= \{(\varphi^{\star} \bullet \psi) \bullet \psi\}(x) \quad \because \ 式(4.38)、(4.44) \\ &= (\varphi^{\star} \bullet \psi) \quad \because \ 定理3.6\end{aligned} \tag{4.47}$$

を得、

$T_{\bullet}T_{\bullet}\varphi = T_{\bullet}\varphi$ $\because$ 式(4.44)

が示された。

(ⅳ)の成立： $\varphi \neq 0$ として、ある $x \in I^n$について、

$\exists b \in \mathrm{supp}(\psi) \neq \Phi, \varphi^{\star}(x - b) = 1$

とすれば、

$\varphi^{\blacklozenge}(x) = 1$ $\because$ 式(4.41)

が成立し、かつ、

$\forall c \in \mathrm{supp}(\psi) \neq \phi, \varphi^{\blacklozenge}(x + c) = 1$

とすれば、

$(T_{\bullet}\varphi)(x) = \varphi^{\blacksquare}(x) = 1$ $\because$ 式(4.42). □

4.6 2値化パターンφの台を挟む2つの台集合

2値化パターンφについて、3つの台集合

$$\mathrm{supp}(T_{\circ}\varphi), \mathrm{supp}(\varphi), \mathrm{supp}(T_{\bullet}\varphi) \tag{4.48}$$

に関しては、次の定理4.3が成り立ち、増大関係が指摘できる。

［定理4.3］（3個の2値化パターン$T_{\circ}\varphi, \varphi, T_{\bullet}\varphi$の台の包含定理）

$$\varphi(x) \in \{0, 1\} \text{ for any } \in I^n \tag{4.49}$$

に対しては、

$$\mathrm{supp}(T_{\circ}\varphi) \subseteq \mathrm{supp}(\varphi) \subseteq \mathrm{supp}(T_{\bullet}\varphi). \tag{4.50}$$

（証明）式(4.48)の2値化パターンφに対しては、4.3節の3°が成り立っているから、

$$(T_{\circ}\varphi)(x) = (\varphi \bigcirc \psi)(x) = (\mathfrak{T}_{\circ}\varphi)(x) \quad \because \ 式(4.26)、定義3.6 \tag{4.51}$$

$$(T_{\bullet}\varphi)(x) = (\varphi \bullet \psi)(x) = (\mathfrak{T}_{\bullet}\varphi)(x) \quad \because \ 式(4.38)、定義3.7 \tag{4.52}$$

が成り立っており、よって、2定理3.3、3.5より、

$(T_{\bigcirc}\varphi)(x)=1$ ならば、$\varphi(x)=1$

かつ、

$\varphi(x)=1$ ならば、$(T_{\bullet}\varphi)(x)=1$

がいえ、台 $\mathrm{supp}(\varphi)$ の定義3.1を考慮すれば、本定理の証明が終わったことがわかる。 □

5. むすび

We have been interested in axiomatizing the concept of pattern-recognition.

2定理　4.1、4.2で指摘されているように、4.1節axiom 1で説明されている「原パターンφの代りとなるパターンモデル $T\varphi$ 」の2例 $T_{\bigcirc}\varphi$、$T_{\bullet}\varphi$が構成できた。$T_{\bigcirc}\varphi$、$T_{\bullet}\varphi$がaxiom 1を満たすことの証明はbinary morphologyの理論を適用することなく、部分集合とその特性関数との関係式(1.3)を使い、本研究で独自になされたことは、特筆に値する。openingの演算○のベキ等性を指摘している定理3.4、並びに、closingの演算●のベキ等性を指摘している定理3.6の証明は従来の集合演算を駆使する方法[5]より、簡単になっているのである。

axiom 1を満たすパターンモデル$T_{\bigcirc}\varphi$、或いは、$T_{\bullet}\varphi$を使うことにより、構造受精形多段階認識法[22]の1つがこれまでの研究に加えて、確保されたのである。

適当にstructuring pattern Ψを選定後、実数値パターン$\varphi=\varphi(x)$ に対し、数理形態学的形状抽出を行いながら、2つのモデル構成作用素$T_{\bigcirc}$、$T_{\bullet}$を使用した形式の、多段階認識法[22]は、

このφを最終段階で写像$T_{\bigcirc}$、$T_{\bullet}$の不動点に変換する

故に、人間の認知過程の分析に利用することができる。

知的な動作というものは、眼前にある状況に押し流されず、具体的な情報のみならず、具体的な情報から抽出された抽象的な情報にも基づいて判断し行動することである。パターンφに適用して得られるSS理論[22]での、4.1節でのaxiom 1を満たすパターンモデル$T\varphi$を字義通り解釈してはならない。

定義3.6でのopening operator $\mathfrak{T}_{\bigcirc}(\psi)$ は、パターン変換

$\varphi \rightarrow \mathfrak{T}_{\bigcirc}(\psi)\varphi$

において、φに加わる加法的雑音を除去する効果があり[12]、それ故、式(4.26)で定義されている式(4.27)の写像$T_{\bigcirc}$も同様な除去効果を強調された形で、備えていると言えよう。

$\langle\varphi, T\varphi\rangle$が与えられたとき、a binary relationとしての$\langle\varphi, T\varphi\rangle$ and $\langle\varphi', T\varphi'\rangle$に注目し、

$BR(\varphi)$

$\equiv \{\langle\varphi', T\varphi'\rangle \mid \varphi' \in \Phi \wedge T\varphi = T\varphi'\} \subset \Phi \times (T\cdot\Phi)$

ここに、$T\cdot\Phi \equiv \{T\varphi \mid \varphi \in \Phi\}$

を想定することが必要なのである。

知覚は記憶と分離できないという考えで、本研究でいえば、眼前にあるパターンφの代りに、φをそのモデル$T_{\bigcirc}\varphi$、$T_{\bullet}\varphi$として錯覚する場面では、遺伝アルゴリズム(genetic algorithm)で決定され得る[20]structuring pattern ψを記憶している事態を考慮して、この$T\varphi$(=$T_{\bigcirc}\varphi$ or $T_{\bullet}\varphi$) は、外界にあるパターンφが十分な冗長性を備えていると想定した上で、その簡約した脳内部表現を知覚の働きで確保されたものである、と解釈されてよいものである。

φからそのモデル$T\varphi$へと変換されることにより、冗長性、曖昧性が排除されている観点からは、パターン情報システムが受け取る知識は、見掛け上、無駄と思われる情報を捨て去っているにもかかわ

らず、増加しているのである[38]。この意味でいえば、モデル構成作用素Tは**知識増大作用素**といえ、この不動点であるパターンモデル$T\varphi$は原パターンφのある種の意味を指示しているのである。

SS理論[22]は、カテゴリ(category;類概念)が帰属していなかったり、複数のカテゴリが帰属しているパターンφを予め、排除した状況を処理するのではない。このようなパターンφは、

〈パターン、その帰属する可能性のあるカテゴリ番号のリスト〉

という"認識システムがパターンに対し持つ知識"が多段階認識法によって、

〈零パターン0、カテゴリ番号リスト〉、〈非零パターンη、空リスト〉

の何れかに変換されてしまうのである。また、SS理論[22]は、時間的・記憶容量的に実現不能な処理をも、完全に排除しているのではない。a feasible (i. e., polynomial) number of stepsのみの処理を取り扱っているのではない。

様々な表現を可能とする枠組(表現系;parameterized representation system)としてのパターン情報システムを、SS理論は提供していると言えそうである。SS理論はパターンやパターン情報システムの構造を捨象化した形式で論ずる手段により、情報処理の概念を大きく、拡大しているのである。

2つのモデル構成作用素$T_{\bigcirc}$、$T_{\bullet}$内のstructuring pattern ψを、処理の対象としているパターン集合に適切なように、たとえば、学習で決定することの研究も残存しているし、本格的なgray scale morphologyに対応した結果を導くことは、将来の研究の未解決な問題として残っていることを、最後に、指摘しておこう。

文　献

[1] 吉田耕作:"近代解析(基礎数学講座20)", pp.162-163, 共立出版, 1963

[2] 鈴木昇一:"認識工学(上)", 柏書房, 1975

[3] 鈴木昇一:"マルチメディア情報処理のための一般化誤差逆伝播学習ニューラルネットの新数理", 近代文芸社, 1996

[4] 月本洋:"数値データからの論理命題の発見", 人工知能学会誌, vol.8, no.6, pp.752-759, Nov.1993

[5] Robert M.Haralick, Stanley R.Sternberg, and Xinhua Zhuang:"Image analysis using mathematical morphology", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.PAMI-9, no.4, pp.532-550, July 1987

[6] Petros Maragos:"Pattern spectrum and multi-scale shape representation", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.11, no.7, pp.701-716, July 1989

[7] Inannis Pitas,and Anastasis N.Venetsanopoulos:"Morphological shape decomposition", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.12, no.1, pp.38-45, Jan.1990

[8] J.Serra:"Image Analysis and Mathematical Morphology", Academic Press (New York), 1982

[9] Frank Yeong-Chyang Shih and Owen Robert Michell:"Threshold decomposition of gray-scale morphology into binary morphology", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.11, no.1, pp.31-42, Jan.1989

[10] Frank Yeong-Chyang Shih and Owen Robert Michell:"Decomposition of gray-scale morphological structuring elements", Pattern Recognition, vol.24, no.3, pp.195-203, 1991

[11] P.E.Trahanias:"Binary shape recognition using the morphological skeleton transform", Pattern Recogni-

tion, vol.25, no.11, pp.1277-1288, 1992

[12] Dan Schonfeld："Optimal structuring elements for the morphological pattern restoration of binary images", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.16, no.6, pp.589-601, June 1994

[13] Ronald Jones and Imants Svalbe："Morphological filtering as template matching", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.16, no.4, pp.438-443, Apr.1994

[14] Petros Maragos："A representation theory for morphological image and signal processing", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.11, no.6, pp.586-599, June 1989

[15] Rein Van Den Boomgaard and QArnold Smeulders："The morphological structure of images：The differential equations of morphological scale-space", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.16, no.11, pp.1101-1113, Nov.1989

[16] Hochong Park and Roland T.Chin："Optimal decomposition of convex morphological structuring elements for 4-connected parallel array processors", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.16, no.3, pp.304-313, Mar.1994

[17] Ronald Jones and Svalbe："Algorithms for decomposition of gray-scale morphological operations", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.16, no.6, pp.581-588, June 1994

[18] Edward R.Dougherty and Yingchong Cheng："Morphological pattern-spectrum classification of noisy shapes：Exterior granulometries", Pattern Recognition, vol.28, no.1, pp.81-98, 1995

[19] Frank Y.Shih and Hong Wu："Decomposition of geometric-shaped structuring elements using morphological transformations on binary images", Pattern Recognition, vol.25, no.10, pp.1097-1106,1992

[20] Sven Loncaric and Atam P.Dhawan："Near-optimal MST-based shape description using genetic algorithm", Pattern Recognition, vol.28, no,4, pp.571-579, 1995

[21] Petros A.Maragos, and Ronald W.Schafer："Morphological skeleton representation and coding of binary images", IEEE Transactions on acoustics speech, and signal processing, vol.ASSP-34, no.5, Oct.1986

[22] 鈴木昇一："パターン認識の数学的理論", 電子(情報)通信学会技術研究報告[パターン認識と学習、パターン認識と理解], PRL84-6(第Ⅰ部), PRL84-30, PRL84-38, PRL85-27, PRU86-8, PRU86-35, PRU86-69, PRU87-1, PRU87-28, PRU88-30, PRU89-1, PRU89-27, PRU89-40, PRU89-66, PRU89-77, PRU89-136, PRU90-5, PRU90-15, PRU90-29, PRU90-125, PRU91-1, PRU91-29, PRU91-42, PRU92-1, PRU92-18, PRU92-25, PRU92-89, PRU92-102(第28部), May 1984～Jan.1993

[23] 鈴木昇一："測度的不変量検出形認識系の構成理論", 信学論(電子通信学会論文誌)(D), vol.55-D, no.8, pp.531-538, Aug.1972

[24] 鈴木昇一："測度的不変量検出形認識系に関する 研究", 博士論文(工学院大学博乙第1号), Mar.1975

[25] 鈴木昇一："特徴量としての測度的ウニタリ不変量の完全な集合の一構成", 信学論(D), vol.J59-D, no.9, pp.678-680, Sept.1976

[26] 鈴木昇一："抽出された特徴による手書き漢字構造の再生", 情報処理(情報処理学会誌), vol.18, no.11, pp.1115-1122, Nov.1977

[27] 鈴木昇一："パターン認識における構造化モデルの4性質とその応用", 信学論(電子情報通信学会論文誌)(D), vol.J60-D, no.9, pp.710-717, Sept.1977

[28] 鈴木昇一："画像情報量とその手書き漢字への応用", 画像電子学会誌, vo.4, no.1, pp.4-12, 1975

[29] 鈴木昇一："パターンのエントロピーモデル", 信学論(電子情報通信学会論文誌)(D-Ⅱ), vol.J77-

D-Ⅱ, no.11, pp.2220-2238, Nov.1994
[30] 鈴木昇一, 斎藤静昭, 奥野治雄, 太田芳雄："画像の復元とその計算機シミュレーション", 工学院大学研究報告, vol.39, pp.198-206, Jan.1976
[31] 鈴木昇一, 柴山秀雄, 福永一保, 古田晋吾："認識の量子論と画像の微分エントロピー", 芝浦工業大学研究報告理工系編, vol.23, no.1, pp.117-125, Mar.1979
[32] 鈴木昇一："回転群と画像の分解・強調・構造化 再構成に関する計算機シミュレーション", 情報研究(文教大学情報学部), vol.4, pp.36-56, Dec.1983
[33] 鈴木昇一："連想形記憶器MEMOTRONと日本語母音系列の再生に関する計算機シミュレーション", 情報研究(文教大学情報学部), vol.7, pp.14-29, Dec.1986
[34] 鈴木昇一, 中村三郎："最汎アトムを用いない精密化方法によるprologプログラムの帰納的自動合成システムの、C言語による実現", 情報研究(文教大学情報学部), vol.10, pp.151-167, Dec.1989
[35] 中村三郎, 田代達也, 鈴木昇一："ソフトウェアをコンピュータに作らせる夢 －1つの提案「MIS」について－", コンピュータアクセス, pp.54-62, Jan.1990
[36] 鈴木昇一："帰属係数法に基づく類似度,帰属関係あいまい度、認識情報量の計算機シミュレーション", 情報研究(文教大学情報学部), vol.11, pp.51-68, Dec.1990
[37] 鈴木昇一："半順序と情報処理", 情報研究(文教大学情報学部), vol.12, pp.121-174, Dec.1991
[38] 鈴木昇一："新しい情報の測度とパターン情報処理", 情報研究(文教大学情報学部), vol.13, pp.273-358, Dec.1992
[39] 鈴木昇一："誤差確率分布を考慮した誤差逆伝播学習", 情報研究(文教大学情報学部), vol.13, pp.173-202, Dec, 1992
[40] 鈴木昇一, 佐久間拓也："パターンモデルを用いた不動点探索形連想記憶システム方程式", 情報研究(文教大学情報学部), vol.15, pp.97-128, Dec.1994
[41]鈴木昇一, 前田英明："パターンの変形理論", 情報研究(文教大学情報学部), vol.16, pp.209-267, Dec, 1995
[42] 鈴木昇一, 奥野治雄："パターン認識系の特徴抽出構造に関する解析", 信学会(電子通信学会)技報(技術研究報告), インホメーション理論研究会, IT68-9, May 1968
[43] 鈴木昇一："平均類似度の概念に基づく特徴抽出及び識別法($\Phi_u^{(m)}$－核型第1種特徴抽出作用素の固有 値問題)", 信学会(電子通信学会)技報(技術研究報告), インホーメーション理論研究会, IT71-10, Apr.1971
[44] 鈴木昇一："平均類似度を用いた構造受精法による日本語単独母音の認識", 信学会(電子(情報)通信学会)技報(技術研究報告), PRL82-4, May.1982
[45] 金華栄,小畑秀文："多重構造要素を用いたモルフォ ジーフィルタによる微小石灰化像の抽出",電子情報 通信学会論文誌D-Ⅱ, vol.J75-D-Ⅱ, no.7, pp.1170-1175, July 1992

[特別付録1] (フェイズ情報限定可能定理の適用範囲の訂正について; A correction on the field of applications of phase-limitation theorems)

一定非零値をとる複素数z_kの組$\{z_k\}_{k\in K}$に対し、複素変数w_kの組$\{w_k\}_{k\in K}$を考える。条件

$$\forall k\in K, |w_k|=1 \tag{1}$$

の下で、等式

$$|\Sigma_{k\in K} w_k\cdot z_k|=|\Sigma_{k\in K} z_k| \tag{2}$$

が成り立つのは、

すべての$k\in K$に無関係な実定数cが存在して、

$$\forall k\in K, w_k=\exp(+ic) \tag{3}$$

が成り立つ場合

に限らない。ところが、

各一定非零値z_kがすべて実数値とすると、条件

$$\forall_k\in K, w_k\in\{-1, +1\} \tag{4}$$

の下で、等式(2)が成り立つのは、2つの場合

(イ) $\forall k\in K, w_k=+1$

(ロ) $\forall k\in K, w_k=-1$

に限る。

以上より、その証明を追えば分かるように、3文献[1]、[2]、[3]でのフェイズ情報限定可能定理については、その適用範囲を、"実"ヒルベルト空間に限定すると正しい。つまり、フェイズ情報限定可能定理は、"複素"ヒルベルト空間では正しくはない。

よって、フェイズ情報限定可能定理を適用し、2つのパターンモデルによる一意的表示を論じている文献[4]の定理6の適用範囲をも、実ヒルベルト空間に限定する。文献[5]での2定理2、3については、実ヒルベルト空間に限定して論じているので、訂正する必要はなく、何ら問題はない。

文 献

[1] 鈴木昇一:"測度的不変量検出形認識系の構成理論"信学論(電子通信学会論文誌)(D), vol.55-D, no.8, pp.531-538, Aug.1972

[2] 鈴木昇一:"測度的不変量検出形認識系に関する研究", 博士論文(工学院大学博乙第1号), Mar.1975

[3] 鈴木昇一:"特徴量としての測度的ウニタリ不変量の完全な集合の一構成", 信学論(D), vol.J59-D, no.9, pp.678-680, Sept.1976

[4] 鈴木昇一:"パターン認識における構造化モデルの4性質とその応用", 信学論(D), vol.J60-D, no.9, pp.710-717, Sept.1977

[5] 鈴木昇一:"パターンのエントロピーモデル", 信学論(電子情報通信学会論文誌)(D-Ⅱ), vol.J77-D-Ⅱ, no.11, pp.2220-2238(1994-11)

[特別付録2] (鈴木昇一の、これまでの口頭発表論文リスト)

[1] 鈴木昇一, 奥野治雄:“パターン認識系の特徴抽出構造に関する解析”, 電子通信学会インホメーション理論研究会資料, IT68-9, May 1968

[2] 鈴木昇一:“空間回路網の作用素解析”, 電信通信学会インホメーション理論研資, IT68-20, July 1968

[3] 鈴木昇一:“空間回路網のAnalysis by Synthesis”, 電子通信学会インホメーション理論研資, IT68-36, Oct.1968

[4] 鈴木昇一:“量子認識系”, 電子通信学会インホメーション理論研資, IT68-58, Feb.1969

[5] 鈴木昇一:“不変量の研究—量子認識論—”, 電子通信学会オートマトン研資, A69-30, July 1969

[6] 鈴木昇一, 斉藤静昭, 奥野治雄:“パターン信号の新量子化方法およびそれに伴う理論回路による処理”, 電子通信学会電子計算機研資, EC69-16, July 1969

[7] 鈴木昇一:“量子論的通信方式の提案(スペクトル平均情報量の導入) —理論情報学—”, 電子通信学会通信方式研資, CS69-34, Sept.1969

[8] 鈴木昇一:“新情報理論の創設—情報の量子論—(認識系の一般的構成法への適用)”, 電子通信学会インホメーション理論研資, IT69-51, Nov.1969

[9] 鈴木昇一:“保エネルギー変換回路網の情報処理機能(線型現象に随伴する“2次の量”の回路系による変換)”, 電子通信学会回路とシステム理論研資, CT69-39, Dec.1969

[10] 鈴木昇一:“生体情報処理機構の作用素論的取り扱い(スペクトル情報抽出理論)”, 電子通信学会医用電子・生体工学研資, MBE69-17, Dec.1969

[11] 鈴木昇一:“コホモロギー情報系の理論とその応用(1)”, 電子通信学会オートマトンインホメーション理論研資, A70-IT70-1, Apr.1970

[12] 鈴木昇一:“生体系のアナログ・ディジタル変換に対する-理論的推察について(確定拘束の多数確率拘束への分解理論 —学習の量子論—)”, 電子通信学会医用電子・生体工学研資, MBE70-5, June 1970

[13] 鈴木昇一:“スペクトルエネルギー量検出型認識系の単独母音識別能力の実験”, 電子通信学会電気音響研資, EA70-8, July 1970

[14] 鈴木昇一:“新論理演算方式とStochastic Computer —空間多重論理演算の提唱—(スペクトル情報抽出系の理論の応用:記憶の量子論)”, 電子通信学会電子計算機研資, EC70-11, July 1970

[15] 鈴木昇一:“保エネルギー変換回路網のスペクトル情報抽出構造を核とする積分方程式の固有解に依る信号展開理論(信号解析の量子論)”, 電子通信学会回路とシステム理論研資, CT70-22, Aug.1970

[16] 鈴木昇一:“位相代数系としての空間オートマトン”, 電子通信学会オートマトンインホメーション理論研資, A70-33, IT70-37, Sept.1970

[17] 鈴木昇一:“アナログ情報パターンの線形分離可能性について —空間多重論理演算の応用—”, 電子通信学会電子計算機研資, EC70-17, Sept.1970

[18] 鈴木昇一:“音声信号の時間的発展が双曲型波動方程式で記述される場合の音声認識の限界に就で”, 電子通信学会電気音響研資, EA70-16, Oct.1970

[19] 鈴木昇一:“生体系のエネルギー変換機能の特殊回路網群に依る表現に就て”, 電子通信学会医用電子・生体工学研資, MBE70-22, Oct.1970

[20] 鈴木昇一, 奥野治雄:“アナログ・ディジタル両情報の最適な通信方式 —スペクトル分割型時分割

エネルギーパルス密度復調方式—", 電子通信学会通信方式研資, CS70-78, Nov.1970
[21] 鈴木昇一:"音声合成用音響素片の一理論的決定法(音声応答システムの基礎研位相情報復元可能定理の応用)", 電子通信学会電気音響研資, EA70-21, Dec.1970
[22] 鈴木昇一:"視聴覚空間神経系のモデルと連想記憶能力に就て", 電子通信学会医用電子·生体工学研資, MBE70-34, Jan.1971
[23] 鈴木昇一:"アナログ線形演算並びに相関畳み込み演算と多重空間論理演算との対応性に就いて", 電子通信学会電子計算機研資, EC70-32, Jan.1971
[24] 鈴木昇一:"保エネルギー変換回路網出力の表現可能な弱定常確率過程(回路網群上の調和解析 —群環の理論の緩用—)", 電子通信学会回路とシステム理論研資, CT71-3, Apr.1971
[25] 鈴木昇一:"平均類似度の概念に基づく特徴抽出及び識別法", 電子通信学会, オートマトンインホメーション理論研資, A71-10, IT71-10, Apr.1971
[26] 鈴木昇一:"位相構造を有する右線形なCF文法", 電子通信学会, オートマトン研資, A71-19, May 1971
[27] 鈴木昇一:"生体系の感覚情報処理量の一提起 —単純Turing機械の神経系結合状態による表現—", 電子通信学会医用電子生体工学研資, MBE71-1, May 1971
[28] 鈴木昇一:"サンプル値によって動作する2次元空間計算機—多重構造性順序回路の工学的実現可能性について", 電子通信学会, 電子計算機研資, EC71-13, June 1971
[29] 鈴木昇一:"完全規格化直交回路網群によるエネルギースペクトルの抽出—音声認識合成法の一検討—(phase 情報限定可能定理)", 電子通信学会, 電気音響研資, EA71-3, June 1971
[30] 鈴木昇一:"作用素リィ環とオートマトン(巾等変換を基にしたオートマトン構成原理の一適用)", 電子通信学会,オートマトンインホメーション理論研資, A71-27, IT71-28, June 1971
[31] 鈴木昇一:"神経回路網の自己組織化による量子化固有応答—平均エルゴード定理を緩用しての概念固定化の様相—", 電子通信学会,医用電子·生体工学研資, MBE71-12, July 1971
[32] 鈴木昇一:"生体系の側抑制効果を模擬する特徴抽出構造の時間的変化—作用素のラプラス変換法の一応用—", 電子通信学会, 電子計算機研資, EC71-50, Dec.1971
[33] 鈴木昇一:"線形空間回路網のパーセプトロン形構造変化による情報パターン集合の2分割法", 電子通信学会, オートマトン研資, A71-80, Dec.1971
[34] 鈴木昇一, 古田晋吾, 飛沢兼夫, 五十嵐彰一, 吉永昭夫, 安藤孝男:"側抑制効果的特徴抽出法に基づく、手書きひらがな文字の認識実験", 電子通信学会, オートマトンインホメーション理論研資, A11-107, IT71-92, Jan.1972
[35] 鈴木昇一, 古田晋吾, 飛沢兼夫, 五十嵐彰一, 安藤孝男:"側抑制効果的情報処理機能の直交直和分解に基づく手書きひらがな文字の特徴分解及びその実験", 電子通信学会オートマトンインホメーション理論研資, A71-108, IT71-93, Jan.1972
[36] 鈴木昇一:"パターン生成に関する制御可能性 —分布定数形近代制御理論のパターン生成過程への適応可能性—", 電子通信学会オートマトンインホメーション理論研資, A71-120, IT71-105, Mar.1972
[37] 鈴木昇一:"空間神経システムSPANENの自己増殖過程", 電子通信学会医用電子生体工学研資, MBE71-34, Mar.1972
[38] 鈴木昇一:"統計作用素に関するエルゴード定理らについて", 電子通信学会オートマトンと言語·パターン認識と学習研資, AL72-15, PRL72-15, Apr.1972
[39] 鈴木昇一:"量子化平均スペクトル情報量とオートマトンSAUMの状態へ遷移構造とによる作用素

同志の非可換性の判定と量子化位相情報容量", 電子通信学会オートマトント言語·パターン認識と学習研資, AL72-38, PRL72-36, July 1972
[40] 鈴木昇一, 飛沢兼夫, 五十嵐彰一, 安藤孝男:"生体視覚系観測機構と空間パーセプトロンによる手書きひらがな文字の識別実験", 電子通信学会医用電子·生体工学研資, MBE72-11, July 1972
[41] 鈴木昇一:"同化一対比効果をもつ受容域モデルの具体的構成", 電子通信学会オートマトンと言語研資·パターン認識と学習研資, AL72-59, PRL72-59, Oct.1972
[42] 鈴木昇一:"同形変換と特徴抽出回路(画像処理回路の研究)", 昭47年度電気関係学会関西支部連合大会予稿, G9-14, Oct.1972
[43] 鈴木昇一, 磯谷修平:"手書き漢字の空間回路系による特徴分解実験", 電子通信学会電子計算機研資, EC72-32, Nov.1972
[44] 鈴木昇一:"測度的不変量検出形認識システムにおける, 固定記憶内容からの連想に関する, 情報パターン系列による学習 —正規化認識可能性の理論—", 電子通信学会オートマトンと言語研資·パターン認識と学習研資, AL72-120, PRL72-121, Jan.1973
[45] 鈴木昇一, 磯谷修平:"手書き漢字の横軸平行移動群に不変な連続的特徴パラメータ群による類別計算機シミュレーション", 電子通信学会電子計算機研資, EC72-55, Jan.1973
[46] 鈴木昇一, 磯谷修平:"位相不変連想記憶作用による画像情報パターンの正規化およびその計算機シミュレーション —位相情報復元化写像の一応用—", 電子通信学会画像工学研資, IT72-41, Feb.1973
[47] 鈴木昇一:"オートマトンSAUMの強連結性に基づく連想可能性とパーセプトロン的字", 電子通信学会オートマトンと言語研資, AL72-129, Feb.1973
[48] 鈴木昇一, 磯谷修平:"特徴抽出機能の学習過程とその電算機シミュレーション", 電子通信学会パターン認識と学習研資, PRL72-134, Mar.1973
[49] 鈴木昇一,磯谷修平:"ボカされた手書き漢字の正規化可能性とその電算機シミュレーション", 電子通信学会電子計算機研資, EC72-59, Mar.1973
[50] 鈴木昇一:"測度的不変量検出形認識システムにおける類別距離関数の機能パラメータ群に関する情報パターン同値類系による試行錯誤的教師あり学習 —完全排他的近傍系存在の仮設—", 電子通信学会パターン認識と学習研資, PRL73-7, Apr.1973
[51] 鈴木昇一, 磯谷修平:"類別機能パラメータ群の試行錯誤的学習と手書き漢字に対するその計算機シミュレーション", 電子通信学会電子計算機研究会, EC73-2, Apr.1973
[52] 鈴木昇一, 磯谷修平:"位相不変量子空間パーセプトロンの機能類別能力と手書き漢字に対するその計算機シミューション", 電子通信学会パターン認識と学習研究会資料, PRL73-15, May 1973
[53] 鈴木昇一:"連続的特徴パラメータ群のみに基づく位相不変的波形復元可能性 —同値関係に対する教師なし学習—", 電子通信学会パターン認識と学習研資, PRL73-41, June 1973
[54] 鈴木昇一:"位相不変連続空間パーセプトロンSPAPの手書き漢字に対する観測不変帰納類別計算機シミュレーション", 電子通信学会パターン認識と学習研資, PRL73-43, July 1973
[55] 鈴木昇一:"測度的不変量検出形位相不変連続距離最近近傍類別決定規則に関する試行錯誤的教師あり学習", 電子通信学会パターン認識と学習研資, PRL73-52, Sept.1973
[56] 鈴木昇一:"空間神経システムSPANESと情報パターン同値類の代表時系列に関する位相不変連想形記憶システム", 電子通信学会パターン認識と学習研資, PRL73-88, Jan.1974
[57] 鈴木昇一:"手書き漢字、その正規化情報パターン間の差ノルム,並びに空間神経システムSPARESの

感覚情報処理量についての実験的考察”, 電子通信学会医用電子生体工学研資, MBE73-35, Jan.1974
[58] 鈴木昇一:“相似変換群に不変な画像処理とその計算機シミュレーション”, 昭和49年度画像電子学会第2回全国大会予稿－16, May 1974
[59] 鈴木昇一:“意識のない世界と空間認識システムSPARES—認識の量子論Schrodinger型波動方程式—”, 電子通信学会パターン認識と学習研資, PRL74-7, May 1974
[60] 鈴木昇一:フーリェ変換前後の像を同一視可能な空間認識主体SPARESと認識主観的不変性(測度的不変量検出の理論の一適用)”, 電子通信学会パターン認識と学習研資, PRL74-12, June 1974
[61] 鈴木昇一:“測度的不変量検出の理論に対する新しい解釈としての作用素同志間の相関法—測度的不変量のシュプ-ルによる表現とゲシュタルト移調性—”, 電子通信学会パターン認識と学習研資PRL74-15, July 1974
[62] 鈴木昇一:“認識の量子論と三認識定理(情報の波動像と粒子像、第13回学術講演会予稿3803、計測自動制御学会”, Aug.1974
[63] 鈴木昇一:“位相不変認識帰納命題関数論,述語関数論”, 第13回学術講演会予稿3804計測自動制御学会, Aug.1974
[64] 鈴木昇一:“音声の‘認識・合成’ 法と測度的不変量検出の理論”, 昭和49年度秋季研究発表会, 日本音響学会, Oct.1974
[65] 鈴木昇一:“類別距離と心的表象化情報パターン間のノルム距離との関係定理”, 第35回(1974年)応用物理学会学術講演会, 応用物理学会, Oct.1974
[66] 鈴木昇一:“認識の量子論”, 第29回(1974)年会講演13のE2, 日本物理学会, Oct.1974
[67] 鈴木昇一:“ウニタリ不確定性定理と認識システム直並列構成法”, 計測自動制御学会東北支部講演会,計測自動制御学会, Oct.1974
[68] 鈴木昇一:“作用素に対するラプラス・フーリェ変換法”, 第17回自動制御連合講演会, 日本自動制御協会, Nov.1974
[69] 鈴木昇一:“反復三角形状スペクトルによる画像強調空間回路の構成”, 昭和49年度第15会大会, 情報処理学会, 18, Dec.1974
[70] 鈴木昇一:“情報の量子論とフレネル回析現象に不変な認識の働き”, 電子通信学会パターン認識と学習研究会資料, PRL74-42, Dec.1974
[71] 鈴木昇一:” 認識システムSPARES内の心像とCauchy移動位相変換群”, 電子通信学会パターン認識と学習研究会資料, PRL74-47, Jan.1975
[72] 鈴木昇一:“相似変換と回転とに不変な心像形成とその計算機シミュレーション”, 電子通信学会パターン認識と学習研究会資料, PRL74-67, Feb.1975
[73] 鈴木昇一:“統覚の働きと思考過程のテデル”, 昭和50年度電子通信学会全国大会, 電子通信学会, 1247, Mar.1975
[74] 鈴木昇一:“認識発現場の理論と客体を意識している認識主体RECOGNITRON”, 電子通信学会パターン認識と学習研究会資料, PRL74-74, Mar.1975
[75] 鈴木昇一:“H－相関関数法と正規直交系の構成”, 第22回応用物理学関係連合講演会, Za-B-I, Apr.1975
[76] 鈴木昇一:“波動関数の近似表現”, 第30回年会, 日本物理学会, 5P-J-13, Apr.1975
[77] 鈴木昇一:“画像の形状因子分布関数と平均特徴情報量”, 昭和50年度画像電子学会第3回全国大会, 16, May 1975

[78] 鈴木昇一:“認識の働きと量子力学上の観測理論”, 電子通信学会技術研究報告(パターン認識と学習), vol.75, no.40, PRL75-19, June 1975
[79] 鈴木昇一:“特徴による手書き漢字の自動分類とその計算機シミュレーション”, 電気学会・視覚情報研究会資料, VIN-75-6, July 1975
[80] 鈴木昇一:“測度的不変量検出法とWalsh関数系(音声波形からの平均零交差回数の抽出と音声合成写像の核表現)”, 昭和50年度電気関係学会東北支部連合会, 2B-8, Aug.1975
[81] 鈴木昇一:“波動関数の構造化、情報量、物理量のHamiltonianとの非可換性”, 1975年日本物理学会秋の分科会予稿集, 30a-D-6, Sept.1975
[82] 鈴木昇一:“知覚の恒常特性を備えた核型作用素に基づく記憶想起の過程”, 電気学会情報処理研究会資料, IP-75-25, Oct.1975
[83] 鈴木昇一:“認識現象における力学説”, 第25回応用力学連合講演会, 講演論文抄録集, E42, Oct.1975
[84] 鈴木昇一;“画像処理に必要なウニタリ作用素(フレネル変換,ヒルベルト変換、フーリェ変換)の研究”, 第36回応用物理学会学術講演会予稿, 24a-H-13, Nov.1975
[85] 鈴木昇一:“心像形成空間回路,認識主体、認識帰納命題関数の各々の集合のなす位相群”, 電子通信学会パターン認識と学習研資, PRL75-79, Feb.1976
[86] 鈴木昇一:“画像の第二量子化と知覚的情報処理”, 第23回応用物理学関係連合講演会, 講演予稿集, I, 28aBI, Mar.1976
[87] 鈴木昇一:“特徴抽出作用素の集合上の可約性·既約性”, 昭和51年度電子通信学会総合全国大会講演論文集(分冊5), 1215, Mar.1976
[88] 鈴木昇一:“心像形成空間回路のもつ分離機能、同化機能”, 昭和51年電気学会全国大会講演論文集〔8〕, 1222, Apr.1976
[89] 鈴木昇一:“期待値汎関数によるHilbert空間の、Phase 因子の範囲での一意的特徴表示”, 日本数学学会年会講演, 函数解析学分科会講演マグストラクトIt, Apr.1976
[90] 鈴木昇一:“認識諸定理”, 電子通信学会技術研究報告〔パターン認識と学習〕, PRL76-13, May 1976
[91] 鈴木昇一:“画像認識処理用空間回路と知覚の恒常性”, 昭和51年度画像電子学会第4 回全国大会予稿集, 予稿-1 ,May 1976
[92] 鈴木昇一:“外界像によって知覚場に引き起こされる波動の期待値について(認識の心現物理情報理論序説(意識の働きによる外界像の変調)”, 電子通信学会技術研究報告〔パターン認識と学習〕, vol.76, no.75, PRL76-19, July 1976
[93] 鈴木昇一:“画像パターンの認識に関する心理物理情報理論と零点意識状態”, 1976年(51年)秋季第37回応用物理学会学術講演会講演予稿集1, 光, 2P-F-7, Oct.1976
[94] 鈴木昇一:“第一量子化の効果を含んだ第二量子化(第三量子化)”, 日本物理学会1976年秋の分科会予稿1, 原子核関係, 5p-FA-12, Oct.1976
[95] 鈴木昇一:“移動変換群のもとで不変な認識システムの標準形”, 電子通信学会技術研究報告書〔パターン認識と学習〕, vol.76, no.161, PRL76-44, Nov.1976-11
[96] 鈴木昇一:“認識の心理物理情報理論と意識状態の平均情報量”, 情報処理学会, 昭和51年度第17回全国大会講演論文集, 78, Nov.1976
[97] 鈴木昇一:“パターン認識における不動点理論-認識システムの主観性を特徴づける二種類の不動点情報パターン”, 電子通信学会技術研究報告〔パターン認識と学習〕, vol.76, no.233, PRL76-82, Feb.1977

[98] 鈴木昇一:"画像認識の心理物理情報理論とコヒーレント意識状態", 応用物理学会, 第24回応用物理学関係連合講演会・講演予稿集1, 26p-G-3, Mar.1977
[99] 鈴木昇一:"認識の心理物理情報場の基礎方程式(相互作用ポテンシャルを考慮しない場合)", 電子通信学会創立60周年記念総合全国大会(昭和52年度)講演論文集〔分冊5〕, 1136, Mar.1977
[100] 鈴木昇一:"ヒルベルト空間の元の主観的構造化と不動点定理", 日本数学会, 1977年度春季総合分科会函数解析学分科会講演アブストラクト1, Apr.1977
[101] 鈴木昇一:"サンプル値による、平行移動群のもとで不変な測度的不変量の具体的表現", 昭和52年度画像電子学会第5回全国大会予稿集, 12, May 1977
[102] 工藤朗, 柴山秀雄, 鈴木昇一:"簡易化構造化写像による構造化過程とそのclustering・separationに関する計算機シミュシーション", 電子通信学会技術研究報告, vol.77, no.63, p.p.1-10, PRL77-15, June 1977
[103] 工藤朗, 柴山秀雄, 鈴木昇一:"簡易化構造化写像による位相不変想起認識に関する計算機シミュレーション", 電子通信学会技術研究報告〔パターン認識と学習〕, vol.77, no.81, PRL77-32, July1977
[104] 鈴木昇一:"相互作用ポテンシャルを含む、認識の心理物理情報場の基礎方程式", 昭和52年度電子通信学会情報部門全国大会講演論文集, 7.パターン情報処理168, Aug.1977
[105] 鈴木昇一:"意識状態を考慮した、認識の心理物理情報理論と心理物理情報場の第一、第二方程式", 昭和52年度情報処理学会第18回全国大会講演論文集, パターン処理(1), 120, Oct.1977
[106] 鈴木昇一:"Hilbert 空間の元に対する二種類の情報量", 日本数学会1977年度秋季総合分科会・函数解析学分科会講演アブストラクト, 日本数学会, Oct.1977
[107] 鈴木昇一:"認識に関する探索アルゴリズム", 昭和53年度電子通信学会総合全国大会講演論文集〔分冊5〕], 1218, Mar.1978
[108] 柴山秀雄, 鈴木昇一:"三角関数系による零交差回数の抽出に伴う完結構造化に関する計算機シミュレーション", 電子通信学会技術研究報告〔パターン認識と学習〕, vol.78, no.9, p.p.1-10, PRL78-1, Apr.1978
[109] 柴山秀雄, 鈴木昇一, 古田晋吾:"零交差回数の抽出と完結構造モデルを用いた位相不変的想起認識システムの計算機シミュレーション", 電子通信学会技術研究報告〔パターン認識と学習〕, vol.78, no.49, PRL78-20, p.p.57-64, June 1978
[110] 鈴木昇一, 柴山秀雄, 福永一保, 古田晋:"認識の量子論と画像の微分エントロピー", 情報処理学会第19回全国大会講演論文集, 6F-9, Aug.1978
[111] 鈴木昇一, 柴山秀雄, 古田晋吾, 大槻善樹, 高橋静昭, 奥野治雄:"パターン認識における5種類の情報量", 電子通信学会, 昭和54年度総合全国大会講演論文集〔分冊5〕, 1262, Mar.1979
[112] 鈴木昇一, 柴山秀雄, 古田晋, 大槻善樹, 高橋静昭, 奥野治雄:"入力パターンと同じ平均類似度を持つパターンの構成", 昭和54年度情報処理学会第20回全国大会講演論文集, 4F-5, July 1979
[113] 鈴木昇一, 柴山秀雄, 大本修;"パターン情報検索形認識システム", 昭和54年度電子通信学会情報システム部門全国大会講演論文集, 4.パターン情報処理96, Oct.1979
[114] 鈴木昇一:"線形連想形記憶器内の荷重係数の解析的決定", 電子通信学会技術研究報告〔パターン認識と学習〕, vol.80, no.77, PRL80-18, pp9-16, July 1980
[115] 鈴木昇一, 大槻善樹:"線形帰属係数とパターン情報処理", 電子通信学会技術研究報告〔パターン認識と学習〕, vol.80, no.173, PRL80-45, pp.33-40, Nov.1980
[116] 鈴木昇一, 大槻善樹:"カテゴリ間の親近性の決定方法(日本語単独母音の場合)", 情報処理学会第

22回(昭和56年前期)全国大会講演論文集2D-7, pp.631-632, Mar.1981
[117] 鈴木昇一:"新しい静的な記憶想起システム", 昭和56年度電子通信学会総合全国大会講演論文集〔分冊5〕, 1317, pp.5-294, Apr.1981
[118] 鈴木昇一:"新しい連想形記憶システム", 電子通信学会技術研究報告, vol.81, no.20, PRL81-5, pp.33-40, May 1981
[119] 鈴木昇一:"パターン情報処理における構造受精法", 電子通信学会技術研究報告, vol.81, no.74, PRL81-27, pp.51-58, July 1981
[120] 鈴木昇一, 大槻善樹, 大本修:"構造化パターンから抽出される特徴量に関する変調度", 電子通信学会, 昭和56年度情報・システム部門全国大会講演論文集, 分冊1, 59(パターン情報と人工知能), Oct.1981
[121] 鈴木昇一:"パターン情報処理用オートマトンAUTONの圏", 情報処理学会, 第23回(昭和56年後期)全国大会講演論文集, 7G-5, Oct.1981
[122] 鈴木昇一:"心理状態を内部に持つ新しい自己想起システムMEMOTRON", 電子通信学会技術研究報告〔パターン認識と学習〕, vol.81, no.166, PRL81-53, pp.33-40, Nov.1981
[123] 鈴木昇一:"平均類似度を単調変換するパターン変換作用", 情報処理学会第24回(昭和57年前期)全国大会講演論文集, 4E-6, pp.711-712, Mar.1982
[124] 鈴木昇一:"平均類似度を用いた構造受精法による日本語単独母音の認識", 電子通信学会技術研究報告, vol.82, no.31, PRL82-4, pp.25-32, May 1982
[125] 鈴木昇一:"認識器容量の提案", 情報処理学会第25回(昭和57年後期)全国大会講演論文集, 6B-8,pp.945-946, Oct.1982
[126] 鈴木昇一:"認識器の内蔵している知識の算術化(認識部分関数,認識過程とパターンの意味", 電子通信学会技術研究報告, 〔パターン認識と学習〕, vol.82, no.26, PRL82-85, pp.45-54, Feb.1983
[127] 鈴木昇一:"主観的認識から客観的認識への転換プログラム", 昭和58年電子通信学会総合全国大会〔別冊5〕15-3情報・制御C, 1375, p.5-246, Apr.1983
[128] 鈴木昇一:"パターンの意味論的不動点方程式", 電子通信学会技術研究報告〔パターン認識と学習〕, vol.83, no.53, PRL83-21, pp.81-88, June 1983
[129] 鈴木昇一:"mixtureの分離による再帰形パターン認識", 電子通信学会, 昭和58年度情報システム部門全国大会講演論文集〔部冊1〕, p.1-103, Sept.1983
[130] 鈴木昇一:"不動点形構造受精認識の再帰プログラムFERT", 情報処理学会, 第27回(昭和58年後期)全国大会講演論文集(Ⅱ)パターン処理および人工知能, pp.919-920, Oct.1983
[131] 鈴木昇一:"パターン認識の数学的理論(第Ⅰ部考え方)", 電子通信学会パターン認識と学習研究会, PRL.84-6, pp.1-10, May 1894
[132] 鈴木昇一;"パターン認識の数学的理論(第Ⅱ部認識抽象と公理系・定理系)", 電子通信学会パターン認識と学習研究会, PRL84-30, pp.65-74, July 1984
[133] 鈴木昇一:"パターン認識の数学的理論におけるパターン領域の構成", 情報処理学会第29回(昭和59年度後期)全国大会講演論文集(Ⅱ), pp.1089-1090, Sept.1984
[134] 鈴木昇一:"パターン認識の数学的理論(第Ⅲ部認識抽象と不動点諸定理)", 電子通信学会技術研究報告〔パターン認識と学習〕, vol.84, no.136, PRL84-38, pp.65-73, Sept.1984
[135] 鈴木昇一:"パターン認識の数学的理論(第Ⅵ部パターンの素領域)", 電子通信学会技術研究報告〔パターン認識と学習〕, vol.85, no.147, PRL85-27, pp.1-10, Sept.1985

[136] 鈴木昇一:"不動点形構造受精認識法によって処理可能な類似・相違性", 電子通信学会昭和60年度情報システム部門全国大会講演論文集, 分冊1, 48, pl-48, Nov.1985
[137] 鈴木昇一:"パターン認識の数学的理論(第Ⅴ部認識停止と認識同値)",電子通信学会技術研究報告〔パターン認識・理解〕,vol.86,no.47,PRU86-8,pp.65-74,May 1986
[138] 鈴木昇一:"パターン認識の数学的理論(第Ⅵ部類似度関数の三構成法)", 電子通信学会技術研究報告〔パターン認識・理解〕, vol-86, no.95, PRU86-35, pp.51-60, July 1986
[139] 鈴木昇一:"パターンの意味を保つ同値変換", 情報処理学会, 第33回(昭和61年度後期)全国大会講演論文集(Ⅱ), 5p-10, pp.1649-1650, Oct.1986
[140] 鈴木昇一:"パターン認識の数学的理論(第Ⅶ部類似度関数の実現と解析)", 電子通信学会技術研究報告〔パターン認識・理解〕, vol.86, no, 288, PRU86-69, pp.1-8, Dec.1986
[141] 鈴木昇一:"パターン認識の数学的理論(第Ⅷ部大分類関数の自己組織化)", 電子情報通信学会技術研究報告〔パターン認識・理解〕, vol.87, no.38, PRU87-1, pp.1-8, May 1987
[142] 鈴木昇一:"パターン認識の数学的理論(第Ⅸ部帰属関係あいまい度と認識情報量)", 電子情報通信学会技術研究報告〔パターン認識・理解〕, vol.87, no.133, PRU87-28, pp.1-10, July 1987
[143] 鈴木昇一:"mixture条件を満たす収縮写像,類似度関数の構成", 昭和62年電子情報通信学会・情報システム部門全国大会講演論文集分冊1, 4.パターン情報処理と人工知能(講演番号85), p.1-85, Nov.1987
[144] 鈴木昇一:"パターン認識の数学的理論(第Ⅹ部mixture条件の研究)", 電子情報通信学会・技術研究報告〔パターン認識・理解〕, vol.88, no.111, PRU88-30, pp.1-8, Aug.1988
[145] 鈴木昇一:"パターン認識の数学的理論(第Ⅺ部認識プログラムFERTの近似の鎖)", 電子情報通信学会技術研究報告〔パターン認識・理解〕, vol.89, no.47, PRU89-1, pp.1-8, May 1989
[146] 鈴木昇一:"パターン認識の数学的理論(第Ⅻ部ポテンシャル関数による認識過程の評価)", 電子情報通信学会技術研究報告〔人工知能と知識処理〕, vol.89, no.120, AI89-38, pp.1-8, July 1989
[147] 鈴木昇一:"パターン認識の数学的理論(第XIII部認識プログラムFERTDの不動点認識定理)", 電子情報通信学会技術研究報告〔パターン認識・理解〕, vol.89, no.206, PRU89-40, pp.1-8, Sept.1989
[148] 鈴木昇一:"パターン認識の数学的理論(第XIV部線形帰属係数法と諸基本定理)", 電子情報通信学会技術研究報告〔パターン認識・理解〕", vol.89, no, 274, PRU89-66, pp.1-8, Nov.1989
[149] 鈴木昇一:"パターン認識の数学的理論(第XV部パターンの構造的類似性をもたらす四種類の収縮写像)", 電子情報通信学会技術研究報告〔パターン認識・理解〕, vol.89, no.336, PRU89-77, pp.1-8, Dec.1989
[150] 鈴木昇一:"パターン認識の数学的理論(第XVI部コネクショニスト・モデルと収縮写像)", 電子情報通信学会技術研究報告〔画像工学〕, vol, 89, no, 468, IE89-109, pp.9-16, Mar.1990
[151] 鈴木昇一:"パターン認識の数学的理論(第XVII部ホップフィールドネットワーク2値モデルと収縮写像(1))", 電子情報通信学会技術研究報告〔パターン認識・理解〕, vol.90, no.39, PRU90-5, pp.1-8, May 1990
[152] 鈴木昇一:"パターン認識の数学的理論(第XVIII部ホップフィールドネットワーク2値モデルと収縮写像(2))", 電子情報通信学会技術研究報告〔パターン認識・理解〕, vol.90, no.74, PRU90-15, pp.1-8, June 1990
[153] 鈴木昇一:"パターン認識の数学的理論(第XIX部、ホップフィールドネットワークの連続モデルと2種類の収縮写像(1))", 電子情報通信学会技術研究報告〔人工知能と知識処理〕, vol.90, no.121,

AI90-35, pp.9-16, July 1990
[154] 鈴木昇一：“パターン認識の数学的理論（第XX部ホップフィールドネットワークの連続モデルと2種類の収縮写像（2））”, 電子情報通信学会技術研究報告〔パターン認識・理解〕, vol.90, no.434, PRU90-125, pp.1-8, Feb.1991
[155] 鈴木昇一：“分析的/全体的処理とStochastic NEURO-COMPUTER（1）－誤差逆伝播モデル－”, 電子情報通信学会技術研究報告〔ニューロコンピューティング〕, vol.90, no, 483, NC90-68, pp.1-6, Mar.1991
[156] 鈴木昇一：“パターン認識の数学的理論（第XXI部誤差逆伝播ニューラルネットモデルと特徴抽出（1））”, 電子情報通信学会技術研究報告〔パターン認識・理解〕, vol, 91, no.50, PRU91-1, pp.1-8, May 1991
[157] 鈴木昇一：“パターン認識の数学的理論（第XXII部誤差逆伝播ニューラルネットモデルと特徴抽出（2））”, 電子情報通信学会技術研究報告〔パターン認識・理解〕, vol, 91, no.104, PRU91-29, pp.23-28, June 1991
[158] 鈴木昇一：“パターン認識の数学的理論（第XXIII部誤差逆伝播ニューラルネットモデルと特徴抽出（3））”, 電子情報通信学会技術研究報告〔パターン認識・理解〕, vol, 91, no.154, PRU91-42, pp.1-8, July 1991
[159] 鈴木昇一：パターン認識の数学的理論（第XXIV部再帰領域方程式と標本化）”, 電子情報通信学会技術研究報告〔パターン認識・理解〕, vol, 92, no.27, PRU92-1, pp.1-8, May 1992
[160] 鈴木昇一：“パターン認識の数学的理論（第25部画像前処理））”, 電子情報通信学会技術研究報告〔パターン認識・理解〕, vol, 92, no.104, PRU92-18, pp.1-8, June 1991
[161] 鈴木昇一：“パターン認識の数学的理論（第26部線形歪を持った多次元パターンの、モーメントによる正規化）”, 電子情報通信学会技術研究報告〔パターン認識・理解〕, vol, 92, no.227, PRU92-25, pp.1-8, May 1991
[162] 鈴木昇一：“パターン認識の数学的理論（第27部モデル構成作用素によるExtended Dynamic Axes Warping（1））”, 電子情報通信学会技術研究報告〔パターン認識・理解〕, vol, 92, no.338, PRU92-891, pp.1-8, May 1991
[163] 鈴木昇一：“パターン認識の数学的理論（第28部モデル構成作用素によるExtended Dynamic Axes Warping（2））”, 電子情報通信学会技術研究報告〔パターン認識・理解〕, vol, 92, no.443, PRU92-102, pp.1-8, Jan.1993

（鈴木昇一,佐久間拓也,前田英明、文教大学・情報学部・情報システム学科、“文教大学・情報学部・情報研究 no.17”投稿論文、論文題目 数理形態学における諸演算とモデル構成作用素、投稿年月日1996年10月4日（金））