岡　本　奎　六

1. 因子分析

（1） 二因子説と二因子法

知能因子に関する科学的な理論付けは，スピアマンにはじまるといつてよかろう。もちろん，それ以前にも，知能因子についてのさまざまな説が提案されていた。しかしながら，これらの説は科学的方法による裏付けが薄弱であり，思弁的理論の域を脱していなかつた。

スピアマンは，知能因子を分析するために二因子法といわれる因子分析法を考案した。これによつて知能因子の分析を試み，彼の二因子説を確立したのである。二因子説によると，

「知的活動のすべての面は，共通のただ一つの機能（ないし機能群）と，それとは異る活動の要素とから成り立つている。そして後者は，それぞれ互に完全に独立していて，他の要素とは異るものである」といわれる。

いま知能を測定する5つのテストについて，二因子説のいう因子構造を表示してみよう。表1がこれである。表にみられるように，各テストとも，共通の因子を含んでいる。その他に，テスト1はS_1，テスト2はS_2といつたように，それぞれのテストは，それぞれに固有な特殊因子を含んでいる。これが二因子説の考える知能の因子構造である。

ここで注意すべき点は，各テストに共通な因子であるGは，その値が(因子負荷量という)かなり大きい。したがつて，いくつかのテストを組み合せた知能検査法では（これをバッテリー式テストという），Gには一層比重が加わり，これに比し，S_1, S_2 などのそれぞれの特殊因子の比重は，極めて軽くなる。したがつて，バッテリー式テストの結果は，主としてGすなわち一般因子を測定する結果になる。知能においては，あらゆる知能活動に共通したこのGが中心であり，知能検査法はこのGを測定しようとするものである。これがスピアマンの考える知能の二因子説である。

表1　二因子説による知能の因子構造

因子＼テスト	一　般	特			殊	
1	G	S_1				
2	G		S_2			
3	G			S_3		
4	G				S_4	
5	G					S_5

（2） 多因子説と多因子法

多因子説は，二因子法をさらに拡充発展せしめたということができよう。この説はサーストンにより，確立されたものである。サーストンがスピアマンの分析した資料をつぶさに検討したところ，テストによつては二種以上の特殊因子を含んでいることが発見された。このことは「特殊因子はそれぞれ互に完全に独立であり，しかも異る知的活動に共通ではない」というスピアマンの規定に反するものである。このようなむじゆんを含まない知能因子説が，多因子説であり，これを裏付ける因子分析法が，サーストンにより考案された多因子説である。多因子説によると

「知的活動のすべての分野は，それぞれの分野に共通したいくつかの機能から成り立つている。いいかえればいくつかの共通因子から成り立つている。これらの機能ないし，共通因子相互は，お互に完全に独立したものである」ということになる。多因子説により，いま知能を測定するn箇のテストについて，その因子構造を示すと，表2のようになる。表にみられるように，テスト1も2も，その他のテストも，それぞれn箇のお互に独立した共通因子を含んでいる。

多因子説による分析結果をみると，各テスト共ただ一つの因子負荷量が大きく，他は因子負荷量が少さいのが普通である。たとえば，テスト1では（表2）のm_1だけが大きく，テスト2では（表2）のm_2だけが大きいといつたようにである。そこで，この大きな値をとる因子名が，そのテストの測定する因子であると考えることができる。いまm_1を記憶因子，m_2を知覚因子とすれば，テスト1は記憶のテスト，テスト2は知覚のテストということができよう。

なお，(表2で各因子ともその和を求め，これを$\sum m_1$, $\sum m_2 \cdots\cdots \sum m_n$とすれば，これらの値は，その大きさが近似しており，大きく異ることはない。後に述べるが，多因子法においては，各因子は全体とすると，いいかえれば，総和について考えるとほぼその大きさが等しくなるような構造をもつているものである。

表2　多因子説による知能の因子構造

因子＼テスト	共			通	
1	m_1	m_2	m_3	…………	m_n
2	m_1	m_2	m_3	…………	m_n
3	m_1	m_2	m_3	…………	m_n
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮
n.	m_1	m_2	m_3	…………	m_n
合　計	$\sum m_1$	$\sum m_2$	$\sum m_4$	…………	$\sum m_n$

ここでサーストンが分析した21のテストの因子構造を表３で眺めてみよう。この表をみると，その因子負荷量が各テストに共通に大きい共通因子は全くない。そして，各テストとも，因子負荷量の大きい共通因子は一つしかなく，他はやや少さいか０である。（空白の欄は因子負荷量の大きさが統計学上０と有意差がないので書いてない）

なお，ここにあげた21のテストは，あらかじめ60のテストを分析し，その中から，N, P, S, V, M, R, W という７つの知能因子を測定する代表的なテストをそれぞれ３つずつ選び，これについて特に因子分析を行つたものである。ここで，21のテストについて，簡単に説明をしよう。

（テスト１） 異る顔の抽出（P-知覚因子）三つの顔の絵のうち，他の二つと異る顔を見出だす。

（テスト２） 同一数の抽出（Ｐ）
多くの三桁の数の中から，ある三桁の数だけを見つけ出す。

（テスト３） 裏返し文字の抽出（Ｐ）
裏返し文字の系列の中から，あらかじめ指摘された裏返し文字だけを見つけ出す。

（テスト４） 加法（N-数量因子）
二桁の数３箇ずつから成り立つ加算の問題を行う。

（テスト５） 乗法（Ｎ）
二桁の数に一桁の数を乗ずる乗法の問題を行う。

（テスト６） 三つ多い数の抽出（Ｎ）
数系列の中で，すぐ前の数字より３多い数だけを見付けだす。

（テスト７） 同一頭文字の語（W-語の流暢さ）
頭字がＳではじまる文字をできるだけ多く書く。

（テスト８） 四文字の語（Ｗ）
四文字の綴字の語をできるだけ多く書く。

（テスト９） 同一語尾の語（Ｗ）
-tion という語尾をもつ語をできるだけ多く書く。

（テスト10） 文章完成（Ｖ-言語因子）
文章中の欠けている語のところに，５つの頭文字の中から，その語の頭文字をみつけて書く。

（テスト11） 同義語（Ｖ）
四つの語の中から，示された語の反対語を見つけだす。

（テスト12） 文章理解（Ｖ）
文章の意味を理解する。

（テスト13） 同一の模様（Ｓ-空間因子）
示された図形の廻転図形を６箇の図形の中から見つけ出す。

（テスト14） 同一のカード（Ｓ）
示されたカードを廻転したカードを６箇のカードの中から見つけ出す。

（テスト15） 同一の旗（Ｓ）
一対の旗について，一方は他方を廻転したものか，それとも裏返したものか見わける。

（テスト16） 絵と数の組み合せ（M-記憶因子）絵と数が対になつた系列を記憶し，つぎのページで，絵をみて，それと対になつていた数を再生する。

（テスト17） 姓名の記憶（M）
姓名の系列を記憶し，つぎのページに書いてある姓をみて，その名前を再生する。

（テスト18） 模様の認知（M）
多くの模様を記憶し，つぎのページで前のページにあつたのと同じ模様を，多くの模様の中から選択する。

（テスト19） 文字の系列（Ｒ-推理因子）
アルファベット系列について，その排列原理を発見し，最後の空白に入れるべき文字を見付ける。

（テスト20） 家系図（Ｒ）
家系図の表をみて，そこにある人間関係を読みとらせる。

（テスト21） 異る文字群（Ｒ）
四文字からなる文字群四組の中で，文字の排列原理の異る一つの文字群をみつける。

表３　21テストの多因子構造

テスト ＼ 因子	P	N	W	V	S	M	R
1 異子顔	.45				.20		
2 同一数	.42	.40					
3 裏文字	.36						
4 加法		.64					
5 乗法		.67					
6 3多い数		.38			.20		
7 同一頭字			.63				
8 四字の語			.61				
9 同一語尾			.45				
10 文章完成				.67			
11 語彙				.66			
12 文章理解				.66			
13 同一樹称					.76		
14 同一カード					.72		
15 同一の旗					.68		
16 絵と数						.58	
17 姓名	.20					.53	
18 模様の認知						.31	
19 文字系列							.53
20 家系図				.22			.44
21 文字の群							.42

（３） 重因子法

重因子法はケレーの示唆により，ホテリングが考案した因子分析法である。この方法は，他の因子分析法にくらべ，数学的に最も洗練されたものであるといわれる。

しかしながら重因子法は比較的手続きが面倒であるから，今日ではセントロイド法やアベロイド法を用いて因子を算出し，これをさらに重因子に処理しなおす方法が用いられている。

重因子法による因子構造は，二因子法による因子構造とは，異つた形態をとる。いま，ムレンの行つた，8つの身体的特徴の因子構造について，両者の比較を行つてみよう。表4は二因子法を用いた場合であり，表5は重因子法を用いた場合である。表4,5とも第1因子の因子負荷量は大きく，これは一般因子であり，一般的な発達要因を現わすものと考えられる。つぎに二因子法においては第2，第3の因子があるが，前者は肥満要因，後者は伸長要因を現わす因子と考えられよう。これに対して重因子法による場合は第3因子は算出されず，ただ第2因子だけしか算出されていない。しかもこの第2因子はテストにより正の値をとるものも，負の値をとるものもある。そこでこの第2因子は，相反する概念としての「肥満—伸長」を両極とする一次元的な一線上の位置を現わすものといえよう。それ故，第2因子は，正の方向が肥満要因，負の方向が伸長要因であるということができる。このように二因子法を用いても重因子法を用いても，同じように合理的な解釈を行うことができる。しかしながら，一般的にいえば，生物学者にとつては一般因子の他に，ただ一つの因子をたて，これによつて結果を解釈する方が容易である。こういう意味で，重因子法は生物学的な資料の解釈を行う場合には有利である。

なお，ムレンによる研究結果を示す表4と5を，幾何学的に示すと，図1のとうりである。図1の(イ)は二因

表4　8つの身体的特徴の二因子構造

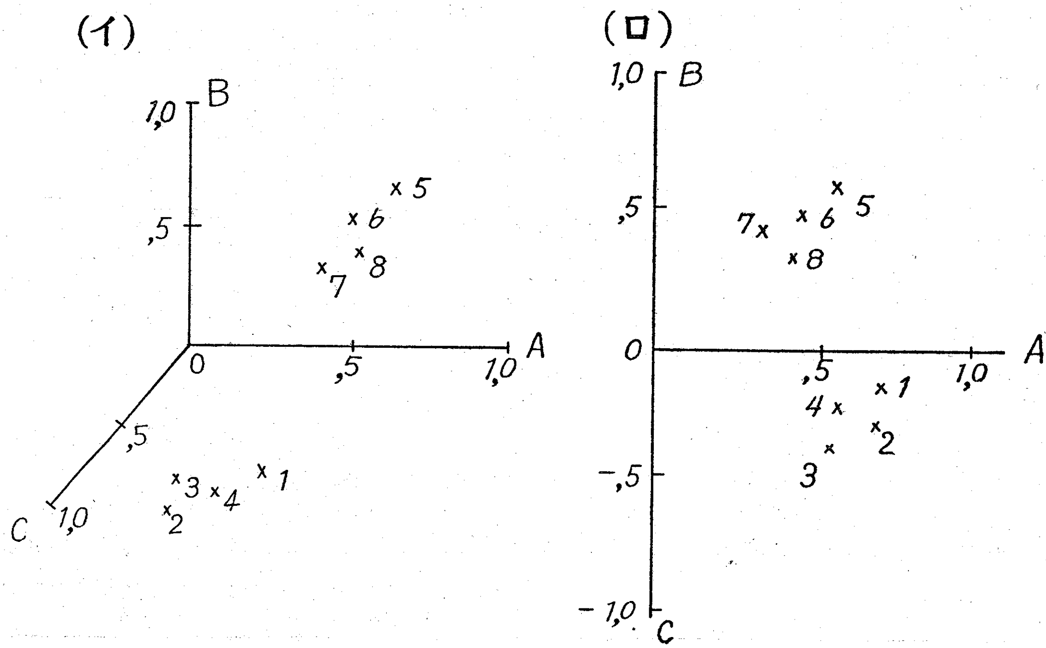
身体特徴＼因子	一般	特	殊
1	.691	.614	
2	.591	.740	
3	.581	.704	
4	.598	.652	
5	.694		.623
6	.677		.560
7	.562		.453
8	.596		.473

表5　8つの身体的特徴の重因子構造

身体特徴＼因子	一般	特殊
1 身　長	.858	−.328
2 　長	.849	−.414
3 前肢長	.810	−.412
4 下肢長	.825	−.339
5 体　重	,747	.561
6	.637	.507
7 胸　囲	.561	.488
8 胸　中	.619	.371

図1　8つの身体的特徴の幾何学的表示

（イ）　二因子法の場合　　　（ロ）　重因子法の場合



子法の場合，(ロ)は重因子法の場合を示す。二因子法の場合はＡＯ，ＢＯ，ＣＯいう三つの軸から成る三次元空間で表わされ，各身体的特徴は，この立体空間内にその位置を占る。これに対して，重因子法の場合はＡＯとこれに直交するＢＣという二つの軸で規定された二次元的な平面で現わされる。そして，この二元的な平面上に各身体的特徴はその位置を占めるのである。

2. アベロイド法の実際

すでに述べた多因子や重因子を算出するためには，先ずアベロイド因子，またはセントロイド因子を算出し，これをさらに求める因子に転換する方法がある。アベロイド法はいわば多因子法や重因子法の前段階として考えることができるのである。ここで，具体的な資料について，アベロイド因子を算出してみよう。

（１） 相関表を算出する

アベロイド法を行うためには，先づ各テストの相異を求める。相異の求め方はここでは省略し，相異係数を一表にまとめた相関表をかかげよう。表６がこれである。ただし，ここに用いられた各テストは，田中寛一博士と筆者とで作製中の診断性知能検査法の問題７テストと，新田中Ｂ式知能検査法の問題７テスト，あわせて14テトトである。

一般に相異係数は rjk で現わされる。そして j,k はテスト番号を現わすから $r_{1\cdot2}$といば，テスト１と２の相異である。表６をみると，$r_{1.2}$ は２列目の第１行で.414であることがわかる。

（２） Sj を算出する。

Sj とはテスト j と，他のテストとの相関値の和である。それ故，$Sj=\Sigma rj_k$ であり，

$$S_4=.304+.408+.214+.203+.336+\cdots\cdots+.204=3.832$$

$$S_{13}=.107+.065+.305+\cdots\cdots+.350+.271=3.950$$

となる。こうして求めた Sj の値を，表６の Sj の欄に記入する。

（３） Ｔを求める

Ｔとは Sj 欄の値の和である。それ故，$T=\Sigma Sj$ であり

$$T=2.490+3.904+\cdots\cdots+3.950+3.100$$
$$=48.142$$

となる。この値を表６の余白部分に記入する。

（４） $\sqrt{\dfrac{n}{(r.-1)T}}$ をもとめる。

n はテスト数であるから，ここでは$n=14$，$(n-1)=13$となる。これらの値を代入すると，求める値は.149となる。この値も表６の余白部でＴの下に記入する。

（５） aj_1 を求める。

aj_1 はアベロイド因子の第一因子である。その求め方は，Sj 欄のそれぞれの値に（４）で求めた.149を乗じたものである。それ故，テスト３の第１因子を a_{31} とすると，

$$a_{31}=Sj\times\sqrt{\frac{n}{(n-1)T}}$$
$$=3.195(.149)$$
$$=.476$$

となる。このようにして求めた各テストの第一因子の値を，表６の aj_1 の欄に記入する。

以上の過程を通して，第一因子は求められる。つぎに第二因子を求めるのであるが，そのためには，残差といわれるものを算出せねばならない。残差は，つぎに述べるように(６)～(13)の過程を通して求められる。

表６ rj_k

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	—													
2	.414	—												
3	.043	.264	—											
4	.304	.408	.214	—										
5	.276	.288	.230	.203	—									
6	.297	.447	.375	.366	.312	—								
7	.184	.210	.064	.187	.085	.144	—							
8	.051	.212	.275	.127	.148	.329	.043	—						
9	.091	.516	.444	.430	.373	.460	.133	.420	—					
10	.093	.125	.259	.451	.086	.261	.137	.448	.410	—				
11	.306	.270	.218	.205	.217	.193	.154	.110	.204	.223	—			
12	.255	.362	.226	.294	.317	.463	.154	.310	.475	.374	.241	—		
13	.107	.065	.305	.439	.178	.299	.193	.666	.323	.414	.340	.350	—	
14	.069	.233	.278	.204	.160	.301	.068	.293	.381	.322	.204	.316	.271	—
Sj	2.490	3.904	3.195	3.832	2.867	4.247	1.756	3.432	4.660	3.693	2.879	4.137	3.950	3.100
aj_1	.371	.582	.476	.571	.427	.633	.262	.511	.694	.550	.429	.616	.589	.462

$T=48.142$

$$\sqrt{\frac{n}{n-1}\times\frac{1}{T1}}=\sqrt{\frac{14}{13}\times\frac{1}{48.142}}$$
$$=\sqrt{0.0224}$$
$$=.149$$

（6） $a_{j1}\ a_{k1}$ 表を作る。

$a_{j1}\ a_{k1}$ は，二つの第一因子の積である。したがつてテスト1の第一因子と，テスト2の第一因子との積は，$a_{11}a_{21}$ であり，その値は，表6の a_{j1} 欄から，

$a_{11}a_{21}=.371(.582)=.216$　となる。

またテスト5とテスト9のそれぞれの第一因子の積は，同様に表6の a_{j1} 欄から，

$a_{51}\cdot a_{9.1}=0.427(.694)=.296$　となる。

このようにして求めた $a_{j1}\ a_{k1}$ の値を一表にまとめると（表7）が得られる。

（7） $\dot{r}_{jk}$ 表を作る。

$\dot{r}_{jk}$ は残差であるから，r_{jk}の表は残差表である。r_{jk} は，表6のそれぞれの値から，表7のそれに対応する値を引いた値である。それ故，表6と表7から，

$\dot{r}_{jk}=r_{34}-a_{31}a_{41}=.214-.272=-.058$

$\dot{r}_{jk}=r_{58}-a_{51}a^{8}{}_{1}=.148-.218=-.070$

となる。こうして求めたそれぞれの r_{jk} の値を，表8のそれぞれの欄に記入する。これが第一因子の残差表である。

（8） レフレクションを行う。

残差が算出されたなら，この値から第二因子を算出する。その場合に，この表のように負の残差が多く，任意のテストと他のすべてのテストとの間の残差を加えた和が負になる場合には，リフレクションを行う。（リフレクショの仕方はここでは省略し，後に表10について述べる）。リフレクションを行うと正負の符号に移動が行なわれ，したがつて，任意のテストと他のすべてのテストとの間の残差を加えた和の値が変つてくる。（表8の2）はリフレクション後の残差である。この表のテスト番号のうち，3, 4, 8, 9, 10, 13, 14 は負の符号がつけてある。これは，これらのテストについて，リフレクションが行われたことを示す符号である。

（9） Sj を求める。

Sj は，フレレクション後の残差についてテストjと他

表7　$A_{j1}\cdot A_{k1}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	—													
2	.216	—												
3	.177	.277	—											
4	.212	.332	.272	—										
5	.158	.249	.203	.244	—									
6	.234	.368	.307	.361	.270	—								
7	.097	.152	.125	.150	.112	.166	—							
8	.190	.297	.243	.292	.218	.323	.134	—						
9	.257	.404	.330	.296	.296	.439	.182	.355	—					
10	.204	.320	.262	.314	.235	.348	.144	.281	.382	—				
11	.158	.250	.204	.245	.183	.272	.112	.219	.298	.236	—			
12	.229	.359	.293	.352	.263	.390	.167	.315	.428	.339	.264	—		
13	.219	.343	.280	.336	.252	.373	.145	.301	.409	.324	.253	.363	—	
14	.171	.269	.220	.264	.197	.292	.121	.236	.321	.254	.198	.285	.272	—

表8　1） 第一因子の残差（$\dot{r}_{jk}$）

テスト	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	—													
2	.108	—												
3	−.134	−.013	—											
4	.092	.076	−0.58	—										
5	.118	.039	.027	−.041	—									
6	.063	.079	.074	.005	.042	—								
7	.087	.058	−.061	.037	−.027	−.022	—							
8	−.139	−.085	.032	−.165	−0.70	.006	−0.91	—						
9	−.166	.112	.114	.034	.077	.021	−0.49	.065	—					
10	−.111	−.105	−.003	.137	−.149	−.087	−.007	.167	.028	—				
11	.148	.020	.014	−.040	.028	−.079	.042	−.109	−.094	−.013	—			
12	.026	.003	−.067	−.058	.054	.073	−.007	−.005	.047	.035	−.023	—		
13	−.112	−.278	.025	.103	−.074	−.064	.039	.365	−.087	.090	.087	−.013	—	
14	−.102	−.036	.058	−.060	−.037	.009	−.053	.057	.060	.068	.006	−.031	−.001	—

表8　2）リフレクション後の ŕjk

テスト	1	2	−3	−4	5	6	7	−8	−9	−10	11	12	−13	−14
1	—													
2	.198	—												
3	.134	.013	—											
4	−.092	−.076	−.058	—										
5	.118	.039	−.027	.041	—									
6	.063	.079	−.074	−.005	.042	—								
7	.087	.058	.061	−.037	−.027	−.022	—							
8	.139	.085	.032	−.165	.070	−.006	.091	—						
9	.166	−.112	.114	.034	−.077	−.021	.049	.065	—					
10	.111	.105	−.003	.137	.149	.087	.007	−.167	.028	—				
11	.118	.020	−.014	.040	.028	−.079	.042	.109	.094	.013	—			
12	.026	.003	.067	.058	.054	.073	−.007	.005	−.047	−.035	−.023	—		
13	.112	.278	.025	.103	.074	.064	−.039	.365	−.080	.090	−.087	.013	—	
14	.102	.036	.058	−.060	.037	−.009	.053	.057	.060	.068	−.006	−.031	−.001	—
Sj_1	1.312	.726	.328	.020	.521	.192	.316	1.014	.267	.924	.281	.156	.911	.364
aj_2'	.503	.278	.126	.007	.200	.074	.121	.389	.102	.354	.108	.060	.349	.140
aj_2	.503	.278	−.126	−.007	.200	.074	.121	−.389	−.102	−.354	.108	.060	−.349	−.140

T＝7.332

$\sqrt{\frac{n}{(n-1)T}}=.383$

表9　$aj_2 \cdot ak_2$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	—													
2	.140	—												
3	−.063	−.035	—											
4	−.003	−.002	.001	—										
5	.010	.056	−.025	−.001	—									
6	.037	.021	−.009	−.001	.015	—								
7	.061	.034	−.015	−.001	.024	.009	—							
8	−.196	−.108	.049	.003	−.078	−.029	−.047	—						
9	−.051	−.028	.013	.001	−.020	−.008	−.012	.040	—					
10	−.178	−.098	.045	.002	−.071	−.026	−.043	.138	.036	—				
11	.054	.030	−.014	−.001	.022	.008	.013	−.042	−.011	−.038	—			
12	.030	.017	−.008	−.000	.012	.004	.007	−.023	−.006	−.021	.006	—		
13	−.176	−.097	.044	.002	−.070	−.026	−.042	.136	.036	.124	−.038	−.021	—	
14	−.070	−.039	.018	.001	−.028	−.010	−.017	.054	.014	.050	−.015	−.008	.049	—

のテストとの間の残差を加えた和である。したがつてS_3は表8の2から

$S_3=r_{13}+r_{23}+r_{33}+r_{53}+\cdots\cdots+r_{14\cdot 3}$

$=0.134+.013-.013-.058+\cdots\cdots+058$

$=.328$　となる。

（10）　Tを求める。

Tは Sj 欄の値の和であるから，表8の2より

$T=S_1+S_2+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots+_{14}$

$=1.312+.726+\cdots\cdots\cdots\cdots+.364$

$=7.332$

（11）　$\sqrt{\frac{n}{(n-1)T}}$　を求める。

n はテスト数であるから n=14，n−1=13 となるこれらの値を代入すると，求める値は.383となる。こうして求めた値を表8の2の余白部に記入する。

（12）　$a'j_2$ を求める。

$a'j_2$ はリフレクション後の第二因子であり，その求め方は，第一因子の場合と同様に，　$\sqrt{\frac{n}{(n-1)T}}\times Sj$ である。

それ故

$a'_{12}=.383\times 1.312=.5o3$

$a'_{32}=.383\times .020=.007$

となる。このようにして求めた $a'j_2$ の値を表8の2の $a'j_2$ 欄に記入する。

（13）　aj_2 を求める。

aj_2 は第二因子であり，その求め方は $a'j_2$ のうち，リフレクションを行つたテストについては負に符号をかえればよい。リフレクションを行つたテストは，表8の2のテスト番号に負の符号がつけてある。したがつて aj_2 の値は表8の2 aj_2 欄に記入してあるようになる。

（14）　aj_3 を求める。

aj_3 は第三因子であり，これを求める過程は aj_2 を求める過程と全く同様である。したがつて，先ず表９のような $aj_2 \cdot ak_2$ 表をつくり，この値を表８の残差表から引き残差を求める。（リフレクション後の残差表から引いてはいけない）ここではこの過程を省略し，第二因子の残差を求めた表をかかげよう。表10がこれである。

(15)　第一回目のリフレクションを行う。表10の第二残差についてリフレクションを行う。その過程は(15)～(17)にのべるように行う。

先ずテスト j と他のテストとの間の残差に負の符号の最も多いものをみつける。表10ではテスト３と他のテストとの間の残差（$\dot{r}_{3k}$）のうち，８つが負の符号がついていて，最も多い。そこで $\dot{r}_{3k}$ について先ずリフレクションを行う。

$\dot{r}_{jk}$ については正負の符号を逆にし，これを表10の $\dot{r}jk$ 欄のすぐ前の小欄に記入する。たとえば $\dot{r}_{13}$ は－.071 であるから，$\dot{r}_{13}$ 欄の前の欄には＋の符号を記入する。また，$\dot{r}_{9\cdot3}$ は .101であるから，$r_{9\cdot3}$ の前の欄には－の符号を記入する。なおテスト３はリフレクションを行つたことを示す目印として，テスト３の３という数字の前に負の印をつける。

(16)　Sj′ を算出する。

Sj′ は j 列についてのリフレクション後の残差の和である。それ故

$S_2' = \dot{r}_{2.1} + \dot{r}_{2.3} + r_{2.4} + \cdots\cdots\cdots + \dot{r}_{2.14}$

$= -.058 + .022 - 0.78 + \cdots + .003$

$= .177$

このようにして求めたそれぞれの Sj′ の値を，表10のSj′ 欄に記入する。

(17)　第二回目のリフレクションを行う。

Sj′ の値をみると負の値を示すものがある。$S^{6\prime}$, S_9', S_{11}, S_{14}', はいずれも負である。リフレクションはこれらの値が正になるまで続けねばならない。そのためには Sj′ の値が負となるテストについてさらにリフレクションを行う。ここではSj_{14}'が正となるように変数14についてリフレクションを行う。そのやり方は前と同様に，8_{14k} の正負の符号をかえればよいのである。そ

表10　ṙ 第二因子の残差表

	1	−2	−3	4	−5	−6	7	−8	−9	10	11	−12	13	−14
1														
2	− .058	—												
3	+−.071	±−.022	—											
4	.095	− .078	+−.059	—										
5	− .108	±−.017	∓ .052	+−.040	—									
6	− .026	∓ .058	∓ .083	− .006	∓.027	—								
7	.026	− .024	+−.046	.038	±−.051	+−.031	—							
8	− .057	∓ .023	±−.017	+−.168	∓ .008	∓ .035	+−.044	—						
9	+−.115	∓ .140	∓ .101	− .033	∓ .097	∓ .029	+−.037	± .025	—					
10	.067	+−.007	+−.048	.135	+−.078	+−.061	.036	− .029	+−.008	—				
11	.094	+−.010	− .000	− .039	− .006	+−.087	.029	+−.067	+−.083	.025	—			
12	∓ .004	±−.014	±−.059	+−.058	∓ .042	∓ .069	.000	∓ .018	∓ .053	− .056	+−.029	—		
13	.064	+−.181	+−.019	.101	+−.004	+−.038	.081	− .229	+−.122	−.034	.125	− .008	—	
14	+−.032	∓ .003	∓ .040	− .059	±−.009	∓ .019	+−.036	∓ .003	∓−.046	− .018	− .021	∓ .039	+−.050	—
Sj^1	.515	.177	.065	.181	.037	−.031	.080	.165	−.043	.226	−.015	.239	.198	−.077
Sj^2	.579	.171	.145	.299	.055	−.069	.152	.159	−.135	.190	−.057	.161	.298	.077
Sj^3	.909	−.109	.347	.233	−.139	−.127	.226	.109	.135	.206	.109	.055	.543	.169
Sj^4	.693	−.075	.451	.313	.139	−.181	.328	.093	.329	.362	.093	−.029	.551	.151
Sj^5	.641	−.191	.617	.295	.193	.181	.390	.023	.387	.484	.167	−.167	.627	.189
Sj^6	.525	.191	.573	.139	.159	.298	.342	−.023	.667	.598	.187	−.139	.989	.195
Sj^7	.533	.167	.455	.255	.243	.435	.342	−.059	.773	.486	.245	.139	.973	.273
Sj^8	.419	.213	.421	.591	.261	.505	.430	.059	.823	.428	.379	.175	.515	.279
aj^3	.059	−.030	−.059	.083	−.037	−.071	.060	−.008	−.115	.060	.053	−.025	.072	−.039

$T = 5.498$

$\sqrt{\dfrac{n}{(n-1)T}} = .140$

れ故，たとえば $\dot{r}_{1.14}$ は＋に，$\dot{r}_{2.14}$ は－になる。$\dot{r}_{3.14}$ は前回のリフレクションで－にかえたので，再びこれを＋に変え $\dot{r}_{3.14}$ 欄の前の小欄の符号の下に＋と記入する。

こうして $\dot{r}_{14.k}$ について，新に正負の符号をつけかえたならこの新しい残差を加えて，Sj^2 欄のそれぞれの値を求める。なおテスト14の14に－符号をつけることは前と同様である。

ここで Sj^2 の値を簡単に求めるには，Sj^1 の値から，新に符号をかえた $\dot{r}jk$ の2倍を除けばよい。たとえば，S_1^2 については

$$S_1^2=S_1^1-2(\dot{r}_{1.14})$$

$$=.514-2(-.032)$$

$$=.579$$ となる。また S_5^2 については

$$S_5^2=S_5'-2(\dot{r}_{5.14})$$

$$=.037-2(-.009)$$

$$=.055$$ となる。このようにして求めた Sj' の値を表10の Sj' 欄に記入する。

(18) 最後のリフレクションを行う。

以上のようにして Sj 欄に負の値がなくなるまでリフレクション行う。この場合は，7回リフレクションを行うと負の値がなくなる。これが求める Sj の値であり，これを表10の Sj 欄に記入する。

(19) リフレクション完了後の aj_3 を求める計算を行う。この方法は aj_2 の場合と同様であるから省略し，表10の最下欄に，結果だけを示そう。

(20) 以上のようにして，つぎつぎに第一，第二，三……と因子を求めて行く。そのためには第一，第二……と残差もつぎつぎに求めるわけである。この残差の値があまり小さくなると因子分析を終りにする。普通残差表のすべての値に，有効数字が小数第二位までなく，第三位から始まるようになれば因子分析を止める。この資料の場合は第3残差表をつくるといずれも小数2倍以上に有効数字はない。そこでこれ以上因子分析をつづける必要はないのである。

ここで以上の過程を通して求めたアベロイド因子を表にまとめてみよう。表11がこれである。この表で明らかなように，アベロイド因子は一般に正の大きな値をとる。第二因子はぐつと絶対値が小さくなり，負の値をとることもしばしばある。このような傾向は第三因子以下についてもみられるのである。

表11　14のテストのアベロイド因子構造

テスト ＼ 因子	第　一	第　二	第　三
1	.371	.503	.059
2	.582	.278	−.030
3	.476	−.126	−.059
4	.574	−.007	.083
5	.427	.200	−.037
6	.633	.074	−.071
7	.262	.121	.060
8	.511	−.389	−.008
9	.694	−.102	−.115
10	.550	−.354	.060
11	.429	.108	.053
12	.616	.060	−.025
13	.589	−.349	.072
14	.462	−.140	−.039

3. 多因子法による因子の算出

多因子はアベロイド因子からこれを導き出すことができる。その方法は先ずアベロイド因子の第一因子と第二因子について図表を作製する。表11の第一因子と第二因子について図表を作ると，図1の(イ)のようになる。図1の(イ)の $a_1\ a_1'$ 軸は第一因子を，$a_2\ a_2'$ 軸は第二因子を表わす。両者の交点は直角に交わり，かつ因子負荷量は0となる。

（1） 座標転換を行う。

アベロイド因子を多因子に転換するためには，図1の(イ)にみられるように，軸を θ だけ転換する。θ の大きさは一義的に規定することはできないが，多因子法においては各因子の負荷量の間に極端な相異がなく，かつ各因子とも正の因子負荷量をもつように軸の転換を行う。この規準からいうと，θ はほぼ$-45°$となる。$\theta=-45°$ とすると，新しい座標軸においてはテストの第一因子以外は$\angle M_1OM_1'$ 内に含まれるから正の値をとる。

（2） 多因子を算出する

ここで多因子の第一，第二因子を mj_1，mj_2 とし，アベロイド因子の第一，第二因子を aj_1，aj_2 とすれば，両者の関係はつぎの公式によつて示される。

$$mj_1=\cos\theta\, aj_1+\sin\theta\, aj_2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$mj_2=-\mathrm{sjn}\theta\, aj_1+\cos\theta\, aj_2 \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

ところで

$$\cos\theta=\cos(-45°)=\cos45°=.702$$

$$\sin\theta=\sin(-43°)=-\sin45°=-.702$$

となる。

これらの値を上式に代入すると

$$mj_1=.702\ aj_1--.702aj_2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

$$mj_2=.702\ aj_1+.702aj_2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

これらの式に表11の aj_1，aj_2 の値を代入すれば，アベロイド因子を多因子に転換することができる。たとえば第一因子については，表11から $a_{11}=.371$，$a_{12}=.503$ であるから

$$m_{11}=.702(.371)-.702.503)=-.093$$

$$m_{12}=.702(.371)+.702(.503)=.613$$

となる°このようにして求めた mj_1，mj_2 の値は表12の

因子の図表による表現

図 1.

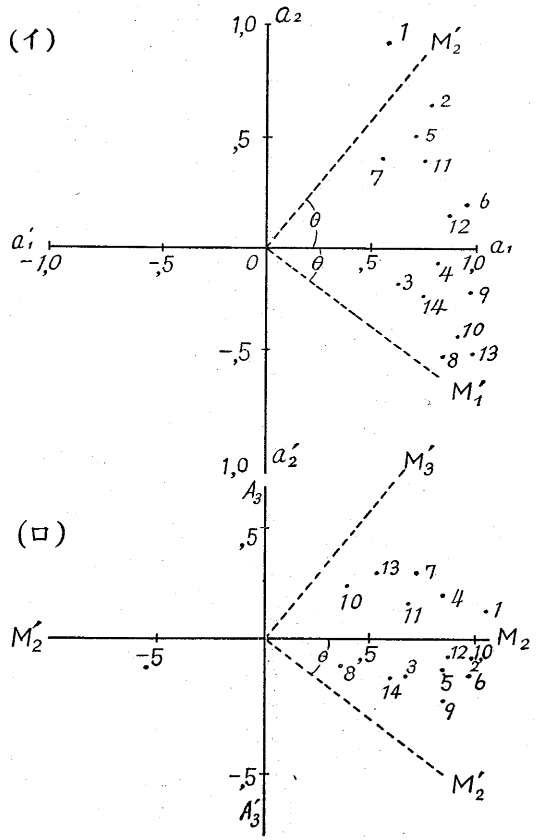


表12 の(イ)14テストの多因子構造

因子 / テスト	mj_1	mj_2
1	−.093	.613
2	.214	.604
3	.422	.246
4	.406	.396
5	.160	.440
6	.392	.496
7	.099	.269
8	.632	.083
9	.559	.415
10	.633	.137
11	.099	.251
12	.390	.474
13	.638	.188
14	.422	.226

表12 の(ロ)14テストの多因子構造

因子 / テスト	mj_2	mj_3
1	.389	.471
2	.445	.403
3	.214	.132
4	.219	.335
5	.335	.283
6	.398	.298
7	.147	.231
8	.066	.054
9	.372	.210
10	.054	.138
11	.139	.213
12	.359	.317
13	.081	.183
14	.186	.132

(イ)のとうりである。

（３） mj_2 と aj_3 の値を図表の上に表わす。つぎに表12の(イ)にある mj_2 と，表11の aj_3 の値を図表上の点で現わす。図表２の (ロ) がこれである。この 図表に おいては mi_2 因子はM_2M_2'軸で，aj_3 因子は A_3A_3' 軸で示されている。

（４） 座標軸の転換を行う。

座標軸を，すでに(１)で述べた規準にしたがつて転換する。この場合も，θ −45° 位でよい。

（５） mj_2, mj_3 を算出する。

その算出の仕方は(２)の公式にあてはめればよい。したがつて，

$$mj_2 = \cos\theta\ mj_2 + \sin\theta aj_3$$
$$= \cos(-45^\circ) mj_2 + \sin(-45^\circ) aj_3$$
$$= .702 mj_2 - .702\ aj_3 \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$
$$mj_3 = -\sin\theta mj_2 + \cos\theta aj_3$$
$$= .702 mj_2 + .702\ aj_3 \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

これらの公式と表11, 12の(イ)から mj_2, mj_3 を算出した結果は表12のロである。

（６） mj_1' と mj_3' とを求める。

mj_1 と mj_3 を比較したとき，その因子負荷量のバランスをさらによくするために，前と同じ手続きをふんで mj_1', mj_3' を求める。ただしこの資料では mj_1 と mj_3 とのバランスは比較的よくとれている。そこでここでは，この操作を行わないことにした。

以上のようにして求めた mj_1, mj_2, mj_3 のそれぞれの値が求める因子である。

4. 座標転換に関する考察

アベロイド因子を多因子に転換する際の軸の廻転角度については，一義的に決定することができない。ただ

(イ) 負の因子の数をできるだけ少くするような角度にすること。

(ロ) 第一，第二……それぞれの因子の負荷量に著しい大小の差がないようにすることであつた。それ故，因子の箇数が多くなると，何回も座標転換を行う必要がでてくる。

因子の箇数が二つの場合，すなわち第一因子と第二因子しかない場合，座標転換は一回でよい。

因子の箇数が三つの場合，すなわち第一から，第三因子までである場合は，三回座標転換を行う。たとえばアベロイド因子を A_1, A_2, A_3, であらわし，多因子をM_1, M_2, M_3, で現わせばつぎのように座標転換を行う。なお，座標転換を行う際，軸の廻転角度を θ であらわせば多因子とアベロイド因子の間には，つぎの関係があつた。

$$M_1 = \cos\theta A_1 + \sin\theta A_2$$
$$M_2 = -\sin\theta A, + \cos\theta A_2$$

これを行列式で表わすする。

$$\|M_1 M_2\| = \|A' A_2\| \begin{Vmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\mathrm{sim}\theta & \cos\theta \end{Vmatrix}$$

という形で現わされる。

さて，因子が三階級の場合に移ろう。この場合座標転換はつぎのように行われる。

1） $\|Y_1\ Y_2\|=\|A_1\ A_2\|\begin{Vmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{Vmatrix}$

2） $\|M_1\ Y_3\|=\|Y_1\ A_3\|\begin{Vmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{Vmatrix}$

3） $\|M_2\ M_3\|=\|Y_2\ Y_3\|\begin{Vmatrix}\cos\theta & \mathrm{cin}\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{Vmatrix}$

このように原則として座標転換は三回行われる。

因子の箇数が四つある四階級の場合はどうであろうか。この場合は，つぎのように行われる。

1） $\|Y_1\ Y_2\|=\|A_1\ A_2\|\begin{Vmatrix}\cos\theta & \mathrm{stm}\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{Vmatrix}$

2） $\|Z_1\ Y_3\|=\|Y_1\ A_3\|\begin{Vmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{Vmatrix}$

3） $\|M_1\ Y_4\|=\|Z_1\ A_4\|\begin{Vmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{Vmatrix}$

このようにA_1—Y_1—Z_1—M_1という過程を通り，M_1は求められる。M_2以下はさらに，

4） $\|Z_2\ Z_3\|=\|Y_2\ Y_3\|\begin{Vmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{Vmatrix}$

5） $\|M_2\ Z_4\|=\|Z_2\ Y_4\|\begin{Vmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{Vmatrix}$

6） $\|M_3 M_4\|=\|Z_3\ Z_4\|\begin{Vmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{Vmatrix}$

以上のように四階級の因子構造においては原則的には六回の座標転換が必要である。しかしこれだけの操作を通しても，各因子にいちぢるしい大小の差がみられる場合には，さらに座標転換を行わねばならない。実際の資料について，この点をしらべてみよう。表24はホルチンガーが24テストについてアベロイド因子を多因子に転換したものである。$M_1M_2M_3M_4$ の各欄の値がこれである。

この表でみると ΣM_1 は ΣM_3, ΣM_4 のほぼ二倍の値となつている。このように各因子の間に著しい大小がある時は，さらに座標転換を行わねばならない。ここではつぎのように行う。

（7） $\|M_1'M_3'\|=\|M_1M_3\|\begin{Vmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{Vmatrix}\theta=-10$

（8） $\|M_1'\ M_4'\|=\|M_2\ M_4\|\begin{Vmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{Vmatrix}\theta=-10$

このようにして新に $M_1'M_2'M_3'M_4'$ を求めると表13の後半にみられるような多因子構造が得られる。

表13　24 テストの多因子構造

テスト	M_1	M_2	M_3	M_4	M_1'	M_2'	M_3'	M_4'
1	.204	.354	.590	.144	.098	.324	.616	.203
2	.138	.173	.392	.101	.068	.153	.410	.130
3	.186	.140	.507	.108	.095	.119	.532	.131
4	.240	.194	.496	.083	.150	.177	.530	.115
5	.779	.175	.122	.126	.746	.150	.255	.154
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
11	.132	.711	.069	−.096	.267	.612	−.045	.286
12	.290	.628	.266	−.089	.128	.717	.091	.029
13	.224	.269	−.059	.442	.239	.634	.312	.021
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
22	.376	.185	.340	.373	.311	.117	.400	.399
23	.402	.330	.474	.197	.314	.291	.537	.251
24	.406	.503	.073	.222	.387	.457	.142	.306
計（Σ）	4.040	3.450	2.071	1.821	3.430	2.917	2.683	2.358

5. リフレクションに関する考察

リフレクションの仕方は，すでに表10で述べた。これはサーストンのやり方を改善した最も代表的な方法である。

リフレクションの方法で，これとは別にホルチンガーは新しい仕方を発表している。ホルチンガーの方法においてはj列の残差について，その値が負となつているものの箇数を求める。そして，最も負の箇数の多いテストについてリフレクションを行なうのである。すでに述べた表10の仕方においては，j列の残差の値の和(Sj)を求める。そしてこの和の値(Sj)が最も少さいもので負の値をとるテストについてリフレクションを行うのであつた。ここでホルチンガーのやり方の実例を示そう。彼のやり方では，先ず(表14)を作らねばならない。表の第一欄は変数番号であり，第二欄はリフレクションの行われ

た変数がどれであるかをチエックする欄である。第三欄には，リフレクションを行う前，すなわち残差表に見られる j 列の残差のうち，負の値を示す残差の個数である。たとえば第三欄の変数の列 1 をみると，そこには 7 とある。これは，この残差表において変数 1 の列には負の残差の個数が 7 あることを示すものである。なお第三欄のそれぞれの負の残差の個数をかえると 96 になるので，これを合計欄に記入する。以下リフレクションの仕方を順を追つて述べることにしよう。

（1） 第三欄で最も大きい値を求めると，それは変数10および変数11でその値は 9 である。このうちのどちらかについてリフレクションをまずおこなう。ここでは変数10について行うことにしよう。

（2） 変数10についてリフレクションを行つたしるしとして，変数10の第 2 欄に負の符号を記入する。さらに第四欄の上の方に10という数を書き入れ，ここでも変数10についてリフレクションを行つたことを明らかにしておく。

（3） 第四欄の変数10の列に，リフレクション後の負の残差の箇数を記入する。その求め方は「変数の個数より 1 少ない数(n−1)から変数10の負の残差の箇数を引いたものである。それゆえ (13−1)−9=3 が求める値である。

（4） 第四欄の変数 10 以外の各変数の列の値を求める。これらの値の求め方は，つぎの二通りの場合がある。

（5） 第一は(表15)の残差表の変数10（リフレクションを行つた変数）の欄の k 列の値が正となるような変数 k の場合である。たとえば $\dot{r}_{10.11}$(=.240) のように正となる変数11の場合である。この時は表14の第四欄の変数11の列の値は，第三欄の値に 1 を加えたものとなる。したがつて変数11の列は 9+1=10 となる。

（6） 第二の場合は，残差表のリフレクションを行つた変数(10)の欄の k 列の値が負となる場合である。たとえば，$\dot{r}_{10.9}$ は −.148 で負となるが，この時は表14の第三欄の値から 1 を引く。それゆえ，変数 9 の列の場合は 8−1=7 となる。このようにして，第四欄のそれぞれの値を求める。

（7） リフレクションの計算の検査を行なう。そのやり方は第四欄の値の和を求めると84となるから，これを合計欄に記入する。つぎにこの値を，その前の合計欄の値から引くと(96−84=)12となる。この値を84の下の列に記入する。こうして記入された値が，リフレクションの行われた変数のリフレクションの前と後の値の差の 2 倍となれば計算は正しかつたことになる。ここでは，変数10については 9−3=6 となりこれを 2 倍すると12となるから計算は正しかつたといえる。

（8） 第 5 欄に第 2 回目のリフレクションの結果を記

表14 リフレクション後の残差の符号の算出 （I）

変数	リフレクションの行われた変数	リフレクションの前	リフレクションの後				
			10	11	12	13	1
1	—	7	6	5	6	7	5
2		7	6	5	4	5	6
3		7	6	5	4	5	6
4		7	6	5	4	3	6
5		7	6	5	4	4	2
6		8	7	6	5	4	3
7		8	7	6	5	2	3
8		6	5	4	3	4	1
9		8	7	6	5	0	3
10	—	9	3	2	1	0	1
11	—	9	10	2	1	0	1
12	—	8	9	10	2	1	0
13	—	5	6	7	8	4	3
合計	—	96	84	68	52	44	40
差	—	—	12	16	16	8	4

表15 残 差 表 $\dot{r}jk$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	.190												
2	.103	.077											
3	.149	.169	.187										
4	.178	.060	.105	.086									
5	−.122	.026	−.058	−.121	.115								
6	−.094	−.017	−.028	−.011	.107	.141							
7	−.134	−.099	−.078	−.010	.130	.212	.230						
8	−.096	−.093	.087	.054	.064	.029	.111	.074					
9	−.098	−.053	−.108	−.009	.214	.221	.182	.040	.271				
10	−.160	−.105	−.265	−.118	−.021	−.119	−.082	−.036	−.148	.347			
11	−.080	−.041	−.133	−.147	−.047	−.027	−.155	−.079	−.095	.240	.161		
12	.018	−.028	−.064	−.073	−.140	−.249	−.170	−.072	−.227	.363	.166	.294	
13	.080	.000	.039	.005	−.147	−.168	−.141	−.080	−.190	.101	.173	.184	.145
$\Sigma\dot{r}jk$	−.004	−.001	.002	−.001	.000	−.003	−.004	.003	.000	−.003	−.002	.002	.001

入する。そのやり方は第回1目にのべたやり方に準ずる。すなわち第4欄中最も大きい値をとる変数を求め，これについてリフレクションを行うのである。それは変数11であるから，第2欄の変数の列に負の符号をつけ，第5欄の上の方には11と書いてこれについてリフレクションの行われたことを示す。なお第5欄の各列の値はつぎのとうりである。

変数11の列　(13−1)−10=2
変数12の列　9+1=10　∴$\dot{r}_{11.12}$ は正
変数13の列　6+1=7　∴$\dot{r}_{1.113}$ は正
変数1の列　6−1=5　∴$\dot{r}_{11.1}$ は負
変数2の列　6−1=5　∴$\dot{r}_{11.2}$ は負

以下同様にして，第5欄の各列の値を求めることができる。

ここで注意すべきは，すでに数回リフレクションを行つた変数の場合である。このような変数については，符号は逆になる。たとえば変数10については，すでに一度リフレクションを行つてある。それゆえ $\dot{r}_{11.10}$ が正のときは前の値から1を引き負のときに1を加える。残差表によれば$\dot{r}_{11.10}$ は.240 正である。したがつて求める値は

3−1=2　となる。

ここで以上のことを表示すれば，つぎのとうりである。

すでに行つたリフレクション	$\dot{r}jk$ が正	$\dot{r}jk$ が負
偶数回(含なし)	k 列の値は1を加える	k 列の値は1を引く
奇　数　回	k 列の値は1を引く	k 列の値は1を加える

なおリフレクションを行うとき，残差の値が0の時はどう考えたらよいか。この時は0の記号は正とみなして $\dot{r}jk=+0.0$ とする。

(9) リフレクションを一度行つた変数の値が他の変数の値にくらべ再び最大の値をとることがある。この時は，その変数について再びリフレクションを行う。その際第2欄の符号は正にもどし“+”と記入する。

(10) 以上のようにしてリフレクションを行つてゆくうちに，各列とも負の残差の箇数が，変数の総数の半分ないしは半分以下になる。この時にリフレクションを止める。表14の最後の欄では，各変数ともその値は変数の総数の半分以下であるから，ここでリフレクションは終る。

(11) さて，ここでリフレクションを奇数回行つた変数を求めると，それは，つぎの5つの変数である。

変数　1，10，11，12，13

そこでこれらの変数だけ，残差表の変数番号に負の符号をつける。そして負をつけた列について，残差の符号転換を行う。その仕方についてはすでに，サーストンの方法でのべたとうりであるから，ここでは再びのべる労をさけることにしよう。

ホルチンガーの仕方は，彼が行つた以上の資料については極めて好都合に，能率的に行うことができた。しかしながら，このやり方は，すべての資料に必ずあてはまるとは限らない。筆者がセントロイド法を用いてすでに行つた14テストについて，ホルチンガーの仕方を行うと(表16)のようになる。この表では6回リフレクションを行つているが，まだ7という値を消すことができない。このように，このやり方では解き得ない場合がある。ここにホルチンガーの仕方に問題点があるといえよう。

ホルチンガーの仕方は負の残差の箇数と正の残差の箇数を問題にしている。多くの場合には負の残差の箇数が正のそれより少くなれば，j列の残差の和は正となろう。しかし負の残差の値がとくに大きい場合は，そうならないはずである。このような考察からみてもホルチンガーの方法は必ずしも妥当とはいえないのである。

表16　リフレクション後の残差の符号の算出（II）

変数	リフレクションの行われた変数	リフレクションの前	リフレクションの後					
			7	13	11	3	8	14
1		6	7	6	7	6	5	4
2		5	6	5	6	5	4	3
3	—	6	5	6	7	6	5	4
4		6	7	8	7	6	5	4
5		6	5	4	5	6	5	4
6		4	3	2	1	2	3	4
7	—	8	5	4	3	4	5	6
8	—	7	6	7	6	7	6	5
9		4	3	2	1	2	3	4
10		7	6	7	6	5	6	7
11	—	6	7	8	5	4	5	4
12		6	5	4	3	2	1	2
13	—	7	8	5	4	3	2	3
14	—	6	5	4	5	6	7	6
		84	78 6	72 6	66 6	64 2	62 2	60 2

6.　新田中B式知能検査法の多因子構造

新田中B式知能検法(註1)ははつぎの7つのテストから成り立つており，わが国の代表的なB式知能検査の一つである。

(テスト1) 迷路図形

これは迷路図形を限られた単時間検査時間に，できるだけ早く鉛筆で線を引くテストである。したがつて精神速度ともいうべき能力を必要とするが，同時に迷路の抜け道と袋路とを予見する高度の予察能力 (for-sight) を必要とする。

（テスト２）立法体テスト

これは，積み重ねられた立法体群の図形について，その個数を計算する問題である。主として空間関係を把握する空間能力をみる問題とされている。

（テスト３）置換テスト

これはいくつかの図形があり，それぞれの図形は，1，2，3，4，といつたよううな数値を現わす記号であるという約束を決めておく。この約束にしたがい，図形系列を約束によつて決められた数値と置きかえるテストである。しかもこのテストでは，限られた短時間に多くの問題を行うことを要求している。したがつて，このテストは図形の形を速やかに知覚，弁別するという，知覚速度と手腕運動速度をみる問題ということができる。

（テスト４）異同弁別テスト

一対になつた無意味綴字の群について，その対をなす二つの無意味綴字群は同じであるか異るものであるかを，速やかに弁別するテストである。したがつてこのテストは知覚速度のテストということができる。

（テスト５）数系列の完成テスト

一定の規則にしたがつて並べられた数系列の一部が空白になつている。この空白部に数列にみられる排列の規則を理解して，適当な数値を入れるテストである。したがつて，このテストでは主に数的な推理力，ないし原理発見の能力がみられる。

（テスト６）図形の抹消テスト

いくつかの異る図形が不規則にでたらめの順序にならべあてる図形系列がある。この図形系列の中から，あらかじめ指定された図形だけをみつけ，斜線で抹消するのがこのテストである。このテストも短い検査時間に多くの抹消を行うものである。したがつて手腕運動の速度と知覚弁別の速度とから成る精神速度をみるテストということができよう。

（テスト７）図形の完成テスト

これは手本となる完成図形をみて，それに対応した未完成図形を完成するテストである。なお，未完成図形は廻転しており，したがつてお手本の図形とは方向が異つている。

新田中Ｂ式知能検査法は，以上のような７テストから成り立つている。これらのテストを，比較的思考力を要するものと，速度が問題となるものとに分けると，つぎのとうりである。

比較的高度の思考を要するテスト………1，3，4，6.

比較的問題解決の速度を要するテスト……1, 2, 5, 7.

このように，テスト１だけは，一見思考と速度とを共に用するように思われる。なおこの検査法はＢ式知能検査法であるから，言語を用いないテストから成り立つている。したがつて多因子法を適用しても，言語因子は求めることができない。

表17　新田中式Ｂ知能検査の多因子構造

テスト	m_1	m_2	テスト名
1	.559	−.008	迷路図形
2	.667	.011	立法的計算
3	.490	.486	置き換え
4	.400	.561	異同弁別
5	.638	.165	数系列
6	.557	.246	図形抹消
7	.731	.027	図形完成

因子分析の過程は省略し，ここでは各テスト間の内部相関から，因子分析法により求めた因子の負荷量表を直ちに考察することにしよう。

本検査法について，多因子法を用いて得られた因子負荷量は（表17）のとおりである。この表でみると，第１因子と第２因子とがある。（第３以下の因子は負荷量が小さく，統計的に無意味な数値であるので算出してない）。まず，第１因子についていえば，比較的高度の思考力を要すると考えられるテスト 1，2，3，7.が比較的大きい因子負荷量を示している。したがつて一見これは思考因子を表わすようにもみえる。しかしながら，他のテストにおいても，かなり，大きい負荷量を示しており，これをもつて思考因子と考えることは必ずしも適切でない。つぎの第２因子であるが，これは問題解決速度を必要とするテスト 3，4，6. においてかなり大きい負荷量がみられ，他のテストにおいては，その負荷量は極めて少ない。それ故，この第２因子は，精神速度因子を測定するものということもできよう。ここでいう精神速度とは，サーストンのいう知覚速度因子に極めて似たものである。しかしながら知覚速度因子よりやや一般的であり，知覚と共に，手腕運動の速度を含めたような一般的な速度因子と考えられよう。

ここで問題となるのは，本検査法においては，各テストの因子負荷量は（表２）にみられるようなそれぞれ異る因子を含んでいない。このことは，本検査法の各テストが多くの多因子を測定し得ないような，偏つたテストから成り立つているためであろうか。それとも，もつと別な解釈が可能であろうか。この問題に答える前に，サーストンの行つた一連の研究を想起する必要がある。彼の研究は最初 57 のテストについて行なつたところ，これらはその因子構造からみて13群に分けることができた。そこでつぎにサーストンは60のテストについて第二実験を行つた。その結果，これらのテストは異る因子構

造を持つ10群に分けることができた。ここで第一実験と第二実験との結果を比較したところ，明らかに前後で共通しているテスト群が7箇見出された。そこでこの7群の知能因子を彼はつぎのように命名した。

第1因子　数的因子
第2〃　知覚速度因子
第3〃　空間因子
第4〃　言語因子
第5〃　記憶因子
第6〃　帰納因子
第7〃　語の流暢さの因子

第3実験はこれら7因子の夫々を測定する代表的なテストを，それぞれ3テストずつ，合計21テスト選び，これらについて因子分析を行つた。その結果は前出の（表3）に示すとおりである。この（表3）にみられるように，本実験においても，第1,第2実験の場合と同様に，3テストずつからなる7群に分かれている。なお，この相関表をみると，つぎのようなことがいえる。

（1） 帰納因子を測定するテスト（テスト19,20,21は他のテストとの相関が比較的高く，この点から知能の中核的な因子と考えられる。
（2） 比較的高い相関を示すテストは帰納と言語，帰納と数，言語と語の流暢さ，である。
（3） どのテストとも比較的低い相関しかないのは，空間および記憶のテストである。これからみると，この両者は知能の中核からやや，はずれた，独自の因子と考えられる。

以上のように，第一実験から第三実験までを通して，10内外の多因子が発見された。

そこで，サーストンはさらに第4実験を試みた。第4実験においては，知覚(P)のテストを除いたテストの中から，6因子を測定する6箇のテストを選び，これについて実験を試みたのである。ところが因子分析の結果はただ一箇の多因子しか算出されず，第二因子以下は統計的に無意味なものであつた。そこで彼は，これを第2次的共通因子と名づけたのである。この第2次的共通因子は，スピアマンのいう一般因子と同一のものであるか，彼自身は明らかにしていない。また，他の心理学者の意見はまちまちであり，今日これについての定見はないといつてよかろう。

ここで前述の新田中B式における因子の考察をふたたび行うことにしよう。（表3）の結果は，サーストンの研究と考えあわせると，第一因子は彼のいわゆる第2次的共通因子に当るものと考えることもできる。そして第二因子は，彼の因子分類でいえば知覚速度に最も近い，精神速度因子ともいうべきものと考えることができる。一般にテスト数が少い場合には，多数の場合には夫々分かれるテストも，一，二の共通因子のみしか算出されないのではなかろうか。このことは，サーストンの第一実験から第三実験までの結果と，第四実験の結果とを比較考察することにより，推定されるのである。

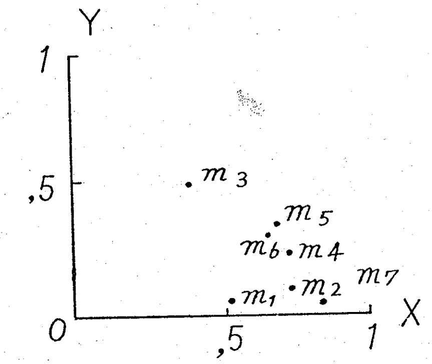
7. 新田中B式知能検査法の重因子構造

新田中式B知能検査法について，先きに多因子法を用いて因子分析を行い，その結果の考察を行つてきた。つぎに，この分析に用いた相関表から，主因子（principal factor）を算出し，これについて考察することにしよう。主因子を算出する過程の詳細は後にゆずり，ここではその幾何学的説明と，分析結果の考察のみにとどめよう。（表5）は主因子法によつて分析された因子の負荷量である。この表においても，多因子法による場合と同様に，第一因子(p_1)は各テストともかなり大きい因子負荷量を示している。この点は二因子法による分析結果についても同様である。つぎに第二因子であるが，これは多因子法の場合が，正の負荷量のみ，（負はあつても，その値は統計学的に問題にならないほど小さい）であるのに対し，主因子法の場合は正負ともにかなり大きい値を示す。そこでいま，(表17)と(表18)とを図にえがいてみよう。(図3)と(図4)とがこれである。これらの図でX軸は第1因子を，Y軸は第2因子の負荷量を示す。この表でみると，第1因子は多因子法，主因子法の別なく，原則として0から1までの間の値をとる。これに対して，第2因子については，多因子法においては0から1までの間の値をとるが，主因子方では，0から1と0から −1という，相反する方向の値をとるのである。このように0を中心に1と−1という相反する両極の間の値をとるのであるから，その因子もまた，負の相関関係を持つような二つの性質のものと考えられよう。このような立場からすると，(表18)はつぎのように解釈することができよう。まず第一因子であるが，これはスピアマン流の考え方でいえば一般因子を，サーストン流の考えでいえば第

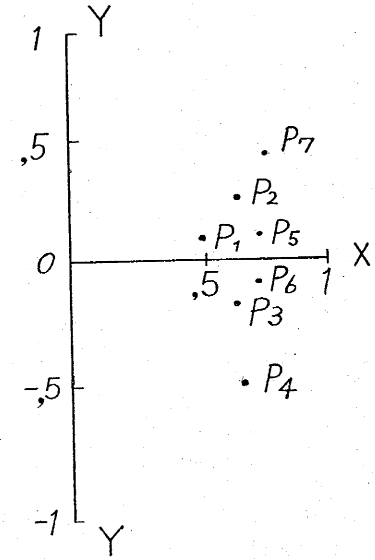
表18　新田中式B知能検査の多因子構造

テスト	P_1	P_2	テスト名称
1	.487	.133	迷路図形
2	.637	.288	立法体の計算
3	.647	−.180	置き換え
4	.613	−.442	異同弁別
5	.664	.078	数系列
6	.598	−.135	図形抹消
7	.566	.297	図形完成

（図表3）



（図表4）



２次的共通因子のような性質のものと考えられる。このような因子を各テストとも，かなり多く含んでいることを，第１因子の行は示している。第２因子は，正の方向は一般的は精神速度を示し，負の方向は精神速度に対立するものとしての，思考力，いいかえればじつくりと思考的手段に訴える能力を示す。このことは，時間制限式テストの要素が強いテスト 3，4，6，が負の値をとり，作業制限式要素の強いテスト 1，2，(5)，7 が正の値を示すことからも推定できるのである。

8. 14テストの多因子構造

新田中Ｂ式知能検査法の７テストについて多因子法を用いて行つた結果をみると，その因子は第１因子と第２因子が算出されるにすぎなかつた。このことは，７テストがそれぞれ異る因子を測定するテストではないとはいい切れない。サーストンのいわゆる第２次的共通因子を測定しているのであり，したがつてさらに多くのテストについて因子分析を行うならば，それぞれ異る因子を測定することが明らかになるかもしれないのである。この点を研究すると共に，新に作製した７テストの因子を明らかにするために，この研究は行なわれた。新に作製されたテストは，田中寛一，岡本奎六共著の診断性知能検査法の予備テストである。その名称および内容はつぎのとおりである。

（テスト１）乗法

簡単な乗法のテストであり，限られた検査時間に多数の問題を実施する。サーストンはこの検査法により，数的因子が測定されるとしている。

（テスト２）反対語

与えられた語の反対語を４つの選択肢の中から選ぶテストであるサーストンの研究によると，これは言語因子を測定するものである。

（テスト３）転換図形の発見

与えられた図形の転換図形を，５つの選択肢の中から２つずつ発見する問題群から成り立つている。サーストンはこの種のテストは空間関係因子を測定するといつている。

（テスト４）図形抹消

６種の図形がでたらめな順序に排列してある図形系列の中から，３種類の図形だけを斜線で抹消するテストである。サーストンはこのテストは，知覚測度の因子を測定するといつている。

（テスト５）語の構成テスト

与えられた７文字のうち，２文字以上の文字を用いた語を作りだすテストである。この種のテストは，サーストンによれば語の流暢さといわれる因子を測定する。

（テスト６）数系列の完成

一定の規則にしたがつて排列された数系列の最後の数を除いて空白にしてある枠内にその数値を発見して

入れる問題である。サーストンは，この種テストは推理因子を測定するといつている。

（テスト7）記憶

一対の語の表を一定時間みた後，これを除き，一方の語をみて，これと対になつていた語を4つの選択肢の中からみいだすテストである。サーストンはこれを記憶因子のテストと呼んでいる。

以上のように，本検査法の各テストは，サーストンのいわゆる7因子を測定するテストから成り立つている。以上の7テストとすでに述べた新田中B式のテストをあわせ，本研究では14テストについて，その分析を行つている。なお新田中B式のテスト1から7までは，本研究においてはテスト8から 14 までの名称が付してある。（表18）はこれら14テストの多因子構造を示す。この表で第一因子の負荷量が大きいテストは，つぎの各テストである。

テスト 3.　転換図形の弁別
テスト 4.　図形の抹消
テスト 8.　迷路図形
テスト 9.　立法体の計算
テスト10.　図形と文字の置き換え
テスト13.　図形の抹消
テスト14.　図形の完成

これらの各テストは，いずれも図形が用いてあり，しかもその形を速やかに正確に弁別することが要求されている。それゆえ，この第一因子はサーストンのいう知覚的速度の因子にほぼ近似した因子と考えられる。

つぎに第二因子についてその負荷量の大きいテストをあげと，

テスト 1.　乗法の計算
テスト 2.　反対の語彙
テスト 5.　同一頭文字の語
テスト 6.　数系列の完成
テスト 9.　立法体の計算
テスト12.　数系列の完成

表19　14テストの多因子構造

テスト ＼ 因子	m_1	m_2	m_3
1. 乗法	−.093	.389	.471
2. 反対語	.214	.445	.403
3. 転換図形の弁別	.422	.214	.132
4. 図形抹消	.406	.214	.335
5. 語の構成	.160	.335	.283
6. 数系列	.392	.348	.298
7. 語の記憶	.099	.147	.232
8. 迷路図形	.632	.066	.054
9. 立法体の計算	.559	.372	.210
10. 置換	.633	.054	.138
11. 文字系列の異同	.099	.139	.213
12. 数系列	.390	.349	.317
13. 図形抹消	.638	.081	.183
14. 図形完成	.422	.186	.132

となつている。これらのテストにおいては，いずれも思考的操作がかなり必要とされることがわかろう。それ故，第一因子が速度的要素に中心がおかれていたのに対し，この第二因子においては思考的要素に中心のある因子ということができよう。

最後に第三因子の負荷量が比較的大きいテストを挙げると，

テスト 1.　乗法の計算
テスト 2.　反 対 語
テスト 4.　図形の抹消
テスト12.　数 系 列

の各テストである。これらのテストがいかなる知的機能を表わすかは，少しく，むずかしい問題である。少くとも，これらのテストはサーストンの7因子，速度ないし思考の因子のいずれを中心とした因子と考えることもできない。

本学専任教授　教育心理学専攻