中学校数学科における
論理的に考察し表現する能力についての一考察

永　田　潤一郎（文教大学教育学部）

A Study on the Ability to Think and Represent Logically in Junior High School Mathematics

NAGATA　JUNICHIRO

(Faculty of Education, Bunkyo University)

要　旨

子どもに育むべき資質・能力という観点から，中学校数学科の指導を通してその育成が求められている論理的に考察し表現する能力について，子どもの学習の状況を実践と調査を通じて考察した。その結果，図形の性質の一般性の証明と個別具体な図形の性質についての説明に関する子どもの学習状況には差異が見られることを明らかにし，今後は，個別具体な図形の性質について説明することの指導を一層重視すべきであることを提案した。

１．はじめに

グローバル化や情報化が一層進展すると共に，将来の変化を予測することが困難な時代の到来を見据え，子どもにとって必要な資質・能力を育成していくために今後の学校教育にはどのような役割が期待されるのだろうか。次期学習指導要領の改訂に向けて，中央教育審議会の教育課程企画特別部会がまとめた「論点整理」においては，学校教育を通して育成すべき資質・能力が以下のような「三つの柱」に整理されている。

・「何を知っているか，何ができるか（個別の知識・技能）」
・「知っていること・できることをどう使うか（思考力・判断力・表現力等）」
・「どのように社会・世界と関わり，よりよい人生を送るか（学びに向かう力，人間性等）」

このうち，「知っていること・できることをどう使うか」について，算数・数学科においては「数学的な思考力等は，根拠に基づき考察を深めたり意思決定を行ったりするために欠かせない力である」と位置付けられている（中央教育審議会，2015）。この様な視点から，現行学習指導要領においても重視されている資質・能力に，論理的に考察し表現する能力がある。ここでは，中学校数学科における論理的に考察し表現する能力の育成の状況について，「図形」の領域における指導の初期段階に注目して考察する。

２．指導の現状と課題

論理的に考察し表現する能力とは，中学校数学科の３年間の指導を通して，その育成が求められている資質・能力である。学習指導要領においては，各学年の目標のうち，「図形」の領域に対応する項目の中に，第１学年では「論理的に考察し表現する能力を培う」こと，第２学年では「論理的に考察し表現する能力を養う」こと，第３学年では「論理的に考察し表現する能力を伸ばす」ことがそれぞれ明記され，継続的な指導が求められている（文部科学省，2008）。ここで，論理的に考察し表現する対象は，予想した図形の性質

や図形の中に見いだせる関係である。このことから，「図形」の領域における指導では，論理的に考察し表現する能力の育成が，図形の性質の一般性を証明できるようにすることの指導と同義に解釈される傾向が強い。この図形の性質の一般性を証明できるようにすることの指導については，従来から多くの課題が指摘されている。例えば，全国学力・学習状況調査の平成19年度から22年度のまでの調査結果を基にまとめられた「全国学力・学習状況調査の４年間の調査結果から今後の取組が期待される内容のまとめ　－児童生徒への学習指導の改善・充実に向けて－（中学校編）」においては，「中学校数学の課題」のひとつとして，図形の証明が上げられている(国立教育政策研究所，2012)。こうした図形の証明に関する課題を改善するための研究も進められている。宮﨑らは課題探究として証明することの指導の実現を目指し，カリキュラム開発を進めている（宮﨑他，2014)。この研究では，証明することを「事柄の正否を根拠に基づいて明らかにすること」とし，「成否」には命題の論理的な真偽以外に現実場面における妥当性や整合性なども含まれると捉えることで，証明の対象を図形の性質以外にも広げ，その指導の充実を図ろうとしている（岩田他，2015，永田他，2015)。

こうした研究の一方で，現場の実践からは，証明することの指導の成果が実感できず，論理的に考察し表現する能力の育成についても実現は困難であると考える教師が少なからず存在していることが感じられる。論理的に考察し表現する能力が中学校数学科の指導を通して育成すべき資質・能力であることを考えると，その育成に関する現状には鬼胎を抱かざるを得ない。

３．研究の経緯

本研究においては，数学教育における「論理的に考察する」ことの意味するところが本質的には「根拠を明らかにしながら筋道立てて推論する」ことである点に注目し，論理的に考察する対象を必ずしも図形の性質が一般的に成り立つかどうかだけに限定しない。具体的な図形の辺の長さや角の大きさを求め，なぜそのような長さや大きさになるのかを理由を明らかにして説明することの指導を通じてでも，論理的に考察し表現する能力を育成する指導は可能である。

図形の性質の一般性を証明し，それを根拠として新たな図形の性質を導くという従来からの論証指導を樹木の「幹」に喩えるならば，証明した図形の性質を根拠とし，個別具体な図形の性質について説明することの指導は樹木の「枝」に喩えることができる。子どもたちが今後の人生で求められる資質・能力を育成するという視点から考えた場合，論理的に考察し表現する能力については，図１のように一般的に成り立つ図形の性質だけでなく，個別具体な図形の性質もその対象として捉え，幹と枝を合わせた一本の樹木として育成していくことが一層必要になってきている。

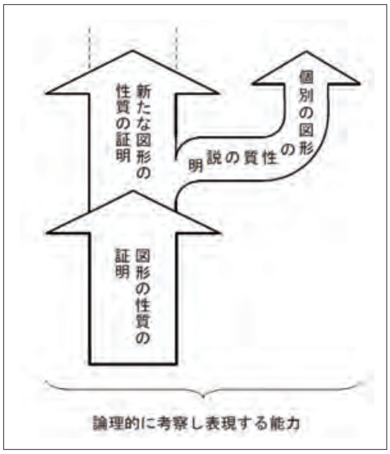


図１　論理的に考察し表現する能力の構成

これまでの研究では，義務教育最終段階の子どもの学習の状況に注目し，第３学年の「円周角と中心角の関係」における授業を通じて，論理的に考察し表現する能力の育成の

状況を考察した。その結果，図形の性質を証明することができなくても，個別具体の場面で成り立つ図形の性質を根拠を明らかにして説明することができる子どもは少なからず存在しており，指導を通じて論理的に考察し表現する能力の育成がなされているにも関わらず見過ごされている可能性があることが明らかになった（永田，2014)。

しかしその一方で，このような子どもの学習状況の差異がいつ頃どのように発生するのかは明らかになっていない。論理的に考察し表現する能力の育成について考えるためには，中学校数学科において証明することの指導が本格的に始まる第２学年の段階における子どもの学習の状況を検討する必要がある。

４．研究の目的

本稿の目的は，中学校第２学年「図形」の領域における論理的に考察し表現する能力の育成の状況を，図形の性質の一般性の証明と個別具体な図形の性質について説明の両面から捉え，その実態を明らかにすることである。

５．研究の方法

(1) 教育課程上の位置付け

学習指導要領解説においては，中学校第２学年「図形」の領域の指導について，「この学年から，いわゆる論証によって図形の性質を調べることが取り扱われるようになる」と述べられている。また，その内容については，「三角形や多角形についての角の性質を見いだし，平行線の性質を基にしてそれらを確かめる。また，平面図形の合同の意味を理解し，三角形や平行四辺形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめる」とされている。そこで本稿においては，学習指導要領に示された次の２つの事項に注目し，それぞれの指導場面における子どもの論理的に考察し表現する能力の状況を捉え比較検討する。

①平行線や角の性質を理解し，それに基づいて図形の性質を確かめ説明すること。

②三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり，図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること。

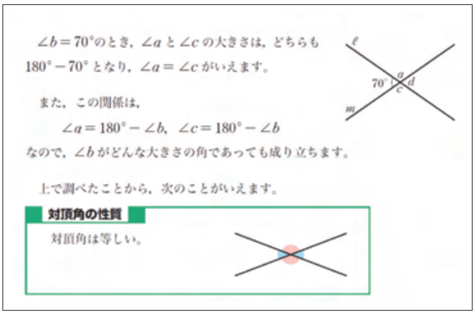
中学校で行われている授業の時間的な流れと重ねてみると，証明の必要性と意味及び方法について指導するのは，①と②の間になるのが一般的である。つまり，①は証明について指導する前の内容であり，②は証明について指導した後の内容である。また，②は大変多くの内容を含んでいるので，ここでは平行四辺形の基本的な性質の指導に注目することにする。

(2) 授業と調査の計画

(1)の視点から，子どもの学習の状況を明らかにするために，次の授業１と授業２のような２時間の授業実践と，それぞれの授業における調査１から調査４を計画した。

［授業１］

①角と平行線の性質について，対頂角の性質と平行線と同位角の関係について指導する。対頂角の性質については，図２のような教科書の記述を基に一斉指導を行う。


$\angle b = 70°$のとき，$\angle a$と$\angle c$の大きさは，どちらも$180° - 70°$となり，$\angle a = \angle c$がいえます。

また，この関係は，

$\angle a = 180° - \angle b$，$\angle c = 180° - \angle b$

なので，$\angle b$がどんな大きさの角であっても成り立ちます。

上で調べたことから，次のことがいえます。

対頂角の性質

対頂角は等しい。

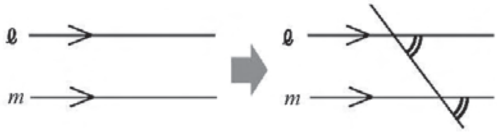
図２　対頂角の性質に関する教科書の記述

この際，説明の根拠として，「直線のつくる角は180°である」ことが用いられていることを確認する。

②平行線と同位角の関係について，「２つの直線に１つの直線が交わるとき，２つの直

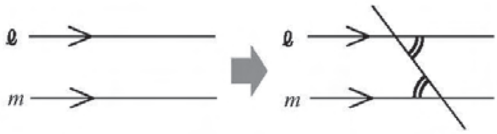
［問題１］平行線と角の性質について，次の$\boxed{1}$のことを学習しました。

$\boxed{1}$ ２つの直線に１つの直線が交わるとき，２つの直線が平行ならば，同位角は等しい。



$\boxed{1}$やこれまでに学習した図形の性質を使って，次の$\boxed{2}$が正しいことを説明しなさい。

$\boxed{2}$ ２つの直線に１つの直線が交わるとき，２つの直線が平行ならば，錯角は等しい。



説明には，右の図を使ってもかまいません。

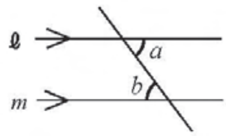


図３ 調査１

［問題２］次の(1)と(2)の各問に答えなさい。

(1) 右の図で，２直線 ℓ，m が平行であるとき，$\angle x$ と $\angle y$ の大きさをそれぞれ求めなさい。

(2) (1)で求めた$\angle x$ が，その大きさになる理由を，［問題１］の$\boxed{1}$や$\boxed{2}$，これまでに学習した図形の性質などを使って説明しなさい。

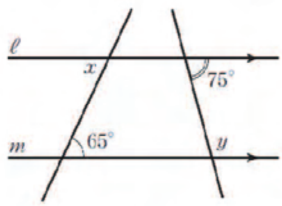
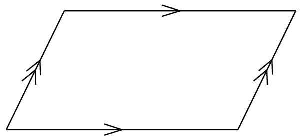


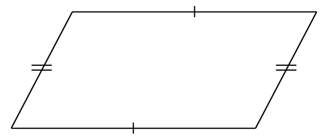
図４ 調査２

［問題１］平行四辺形について，定義と$\boxed{1}$の性質を学習しました。

定義　２組の向かいあう辺が，それぞれ平行な四角形を平行四辺形という。



$\boxed{1}$　平行四辺形の２組の向かいあう辺の長さは，それぞれ等しい。



平行四辺形については，次の$\boxed{2}$の性質も成り立ちます。

$\boxed{2}$　平行四辺形の２組の向かいあう角は，それぞれ等しい。

平行四辺形の定義や$\boxed{1}$の性質，これまでに学習した図形の性質を使って，$\boxed{2}$の性質を証明することができます。

右の図の四角形ＡＢＣＤが平行四辺形であるとき，対角線ＡＣをひいて，∠ＡＢＣ＝∠ＣＤＡ であることを証明しなさい。

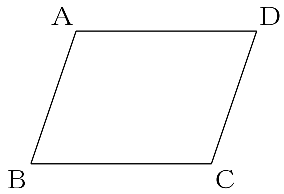


図５ 調査３

［問題２］次の(1)と(2)の各問に答えなさい。

(1) 右の図で，四角形ＡＢＣＤが平行四辺形であるとき，$\angle x$ と$\angle y$ の大きさをそれぞれ求めなさい。

(2) (1)で求めた$\angle x$ が，その大きさになる理由を，［問題１］の平行四辺形の定義や$\boxed{1}$，$\boxed{2}$の性質，これまでに学習した図　形の性質などを使って説明しなさい。

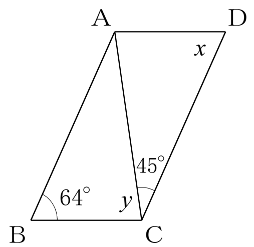


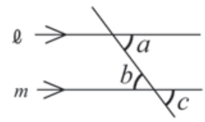
図６ 調査４

線が平行ならば，同位角は等しい」ことを指導する。

③授業の最後に，小テストとして，図３の調査１と図４の調査２を実施する。なお，調査２の設問(1)は，教科書に掲載されている練習問題であり，これに(2)を新たに加えている。また，調査１と調査２は，Ａ４判の同じ用紙に印刷して配布する。

④調査１では，次のような説明ができるかどうかをみる。

$\angle b$ の対頂角を$\angle c$ とすると，対頂角は等しいから，



　$\angle b=\angle c$ … ①

ℓ // m で，２つの直線が平行ならば，同位角は等しいから，

　$\angle a=\angle c$ … ②

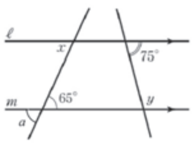
①と②から，$\angle a=\angle b$ であり，２つの直線に１つの直線が交わるとき，２つの直線が平行ならば，錯角は等しいことが分かる。

なお，下線部分については「$\boxed{1}$から」といった表現も認めることにする。

⑤調査２の(2)では，次のような説明１または説明２ができるかどうかをみる。

説明１：ℓ // m で，２つの直線に１つの直線が交わるとき，２つの直線が平行ならば，錯角は等しいから，$\angle x=65^\circ$

説明２：図のように$\angle a$ を決めると，対頂角は等しいから，



　$\angle a=65^\circ$ … ①

ℓ // m で，２つの直線が平行ならば，同位角は等しいから，

　$\angle x=\angle a$ … ②

①と②から，

　$\angle x=65^\circ$

なお, 下線部分については「$\boxed{1}$から」や「$\boxed{2}$から」といった表現も認めることにする。

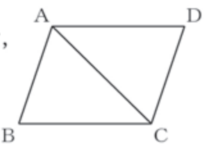
［授業２］

⑥平行四辺形の定義とその基本的な性質のうち「平行四辺形の２組の向かいあう辺は，それぞれ等しい」ことの証明を指導する。証明については，子どもに個別に考えさせてから発表させ，一斉指導で確認する。

⑦授業の最後に，小テストとして，図５の調査３と図６の調査４を実施する。調査３と調査４は，Ａ４判の同じ用紙に印刷して配布する。

⑧調査３では，次のような説明ができるかどうかをみる。

△ＡＢＣと△ＣＤＡで，四角形ＡＢＣＤは平行四辺形だから，２組の向かいあう辺の長さはそれぞれ等しく，



　ＡＢ＝ＣＤ … ①，ＢＣ＝ＤＡ …②

共通な辺なので，ＣＡ＝ＡＣ …③

①，②，③より，対応する３辺の長さがそれぞれ等しいので，

　△ＡＢＣ≡△ＣＤＡ

合同な図形の対応する角の大きさは等しいから，

　∠ＡＢＣ＝∠ＣＤＡ

なお，下線部分については「$\boxed{1}$から」といった表現も認めることにする。

⑨調査４の(2)では，次のような説明１または説明２ができるかどうかをみる。

説明１：四角形ＡＢＣＤは平行四辺形だから，２組の向かいあう角は，それぞれ等しいので，$\angle x=64^\circ$

説明２：△ＡＢＣと△ＣＤＡで，四角形ＡＢＣＤは平行四辺形だから，２組の向

かいあう辺の長さはそれぞれ等しく，
　ＡＢ＝ＣＤ … ①，ＢＣ＝ＤＡ …②
共通な辺なので，ＣＡ＝ＡＣ …③
①，②，③より，対応する３辺の長さがそれぞれ等しいので，
　△ＡＢＣ≡△ＣＤＡ
合同な図形の対応する角の大きさは等しいから，$\angle x = 64^\circ$

なお，下線部分については「1から」や「2から」といった表現も認めることにする。

授業１と授業２を通して，図形の性質の一般性の証明という視点から調査１と調査３の調査結果を比較する。また，個別具体な図形の性質についての説明という視点から調査２(2)と調査４(2)の調査結果を比較する。これらを通して，中学校第２学年「図形」の領域における論理的に考察し表現する能力の育成の状況を検討する。

６．調査結果と考察

(1) 授業と調査の実施状況

授業と調査は，2013年10月に千葉市内の公立中学校において実施した。指導に当たったのは教師経験９年目の教師で，担当する第２学年の４学級（各学級の在籍は37～39名）を対象とした。このうち考察の対象としたのは，授業１と授業２の両方に出席した合計147名の子どもである。授業を担当する教師とは事前に打ち合わせを行い，普段の指導の流れを尊重しながら５(2)の授業の進め方を決定した。調査１から調査４については，授業の最後に10分程度の時間を取って小テストとして実施し，実施後に用紙を回収した。

(2) 調査１と調査２

授業１は，中学校第２学年における図形の学習の入り口に当たっており，教師は子どもに図をかかせたり，小学校や中学校第１学年における関連する学習内容を振り返らせたりしながら授業を進めた。授業１の①から②の過程では，子どもに考えたことを積極的に発言させ，推論の過程を自分の言葉で表現することを重視していた。

授業１の最後に小テストとして実施した調査１と調査２(2)の結果は，表１の通りである。表中の数値は該当する子どもの人数であり，括弧内は全調査対象147名に対する割合である。また，「無答」とは解答を何も記述していなかったことを意味し，何らかの誤った解答を記述した「誤答」とは区別している。

表１　調査１と調査２の結果

		調査２(2) 正答	調査２(2) 誤答	調査２(2) 無答	合計
調査１	正答	３８ (25.9%)	１０ (6.8%)	０ (0.0%)	４８ (32.7%)
調査１	誤答	９ (6.1%)	３０ (20.4%)	９ (6.1%)	４８ (32.7%)
調査１	無答	３ (2.0%)	２１ (14.3%)	２７ (18.4%)	５１ (34.7%)
合計		５０ (34.0%)	６１ (41.5%)	３６ (24.5%)	１４７ (100.0%)

調査１と調査２(2)の両方に正答できた子どもは38名であり，全体の25.9%にとどまった。事前の打合せの段階で，授業者はこれまでの指導を前提に「40%位の正答率」と予想していたが，これを大きく下回った。この教師は，これまでの指導においても事柄の根拠を問う発問を意図的にしてきたとのことであったが，授業の中で口頭による解答を求める場面が多く，記述する機会が少なかったことが影響しているのかもしれないと分析していた。また，調査１と調査２(2)のそれぞれの正答率は32.7%と34.0%であり，大きな違いは見られなかった。調査前の段階では「２つの直線が平行ならば，錯角は等しい」とい

う一般的に成り立つ図形の性質を証明することは，「∠x＝65°」という個別具体の図形の性質について説明するよりも難易度が高いのではないかと予想したが，この学習段階の子どもからは，そうした差異は見いだせなかった。しかし，誤答に注目してみると，調査１と調査２⑵のそれぞれの無答率は，34.7％と24.5％であり，調査１が調査２⑵を約10ポイント上回った。調査１に正しく解答できなかった子どものうち，無答であった子どもは半数に達しており，何をどのように記述すればよいのか分からなかったものと考えられる。これに対し，調査２⑵に正しく解答できなかった子どもでは，無答よりも誤答の子どもが多い。調査２⑵に誤答であった子どもの解答には，「錯角だから」，「対頂角の同位角だから」などが多く見受けられる。表現としては曖昧だが，∠x＝65°であることを明らかにしてから，その思考の過程を振り返り，∠x＝65°になる理由を説明しようとしていることから，調査１に比べて説明が記述しやすかったのではないかと考えられる。

⑶ 調査３と調査４

授業２は，授業１を行った後に実施したが，２つの授業は連続的に行われたわけではない。授業を担当する教師との事前の打ち合わせでは，普段の授業の進め方を前提として指導計画を立案し，授業１を行ってから授業２を実施するまでの間の主な指導内容と指導時間を表２の通り整理した。つまり，授業２が行われたのは，授業１が実施されてから18時間後ということになる（実際には，調査を実施した４学級の状況によって多少の授業時間数の違いが出た）。これらのうち，「証明の仕組と進め方」の指導において，図形の性質の一般性を説明することが証明として顕在化される。授業２の段階の子どもの学習の状況を授業１の段階と比較すると，図形の性質について説明することや記述することについての学習が深まっていると予想される。

表２　主な指導内容と指導時間

主な指導内容	指導時間
多角形の角の性質	４時間
三角形の合同条件	３時間
証明の仕組と進め方	４時間
二等辺三角形の性質	５時間
直角三角形の性質	２時間

なお，授業を担当する教師には，今回の調査を前提として特に説明することの指導を重視する必要はなく，普段通りに授業を進めて欲しいことを事前に伝えた。また，授業者には，授業２を実施する時点で調査１と調査２の結果を伝えなかった。

授業２の最後に小テストとして実施した調査３と調査４⑵の結果は，表３の通りである。

表３　調査３と調査４の結果

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2"></th><th colspan="3">調　査　４⑵</th><th rowspan="2">合計</th></tr>
<tr><th>正答</th><th>誤答</th><th>無答</th></tr>
<tr><td rowspan="3">調査３</td><td>正答</td><td>５４
(36.7%)</td><td>５
(3.4%)</td><td>１
(0.7%)</td><td>６０
(40.8%)</td></tr>
<tr><td>誤答</td><td>１８
(12.2%)</td><td>２０
(13.6%)</td><td>３
(2.0%)</td><td>４１
(27.9%)</td></tr>
<tr><td>無答</td><td>４
(2.7%)</td><td>２３
(15.6%)</td><td>１９
(12.9%)</td><td>４６
(31.3%)</td></tr>
<tr><td colspan="2">合計</td><td>７６
(51.7%)</td><td>４８
(32.7%)</td><td>２３
(15.6%)</td><td>１４７
(100.0%)</td></tr>
</table>

調査３と調査４⑵の両方に正答できた子どもは54名であり，全体の36.7％であった。授業１で，調査１と調査２⑵の両方に正答できた子どもが全体の25.9％であったことを考えると10ポイント程度高くなっており改

善が見られるが，引き続き課題が残る状況である。調査３と調査４⑵の正答率についても，それぞれ調査１と調査２⑵の正答率と比較すると改善が見られるが，その状況は異なっている。この点を誤答や無答も含め，図形の性質の一般性の証明という視点から調査１と調査３の調査結果を，個別具体な図形の性質についての説明という視点から調査２⑵と調査４⑵の調査結果をそれぞれ比較すると図７から図９のようになる。

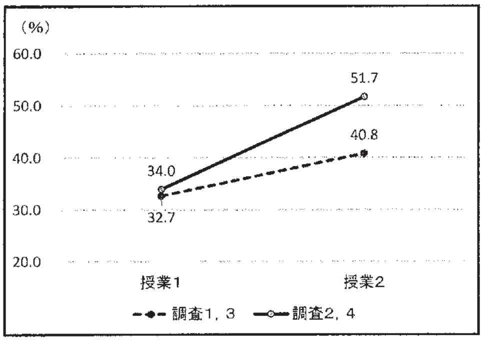


図７　正答率の変化

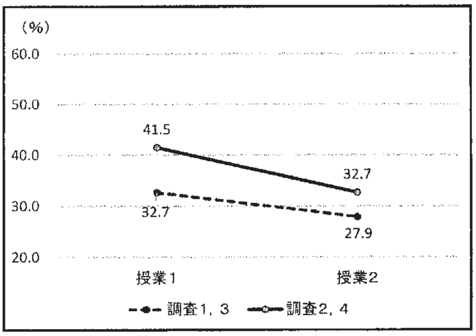


図８　誤答率の変化

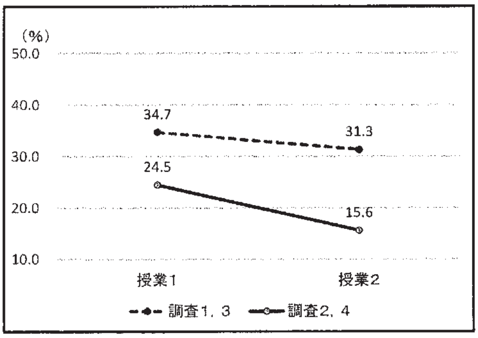


図９　無答率の変化

図７から分かるように，正答率については授業１の段階では大きな差が見られなかったが，授業２の段階では，個別具体な図形の性質についての説明に大きな改善が見られ，図形の性質の一般性の証明との差が10ポイント程度まで広がった。調査４⑵で求められている解答は，調査３に比べると短く単純ではあるが，これは調査２⑵と調査１を比べた場合も同様である。授業１から授業２までの間に行われた指導の成果が結果に表れているのではないかと考えられる。

図８からは，誤答率の差が小さくなっているものの，授業１と授業２を通して図形の性質の一般性の証明の方が誤答率が低くなっていることが分かる。一見して，上述した正答率の状況と矛盾しているようだが，これは「誤答」を誤った解答を記述したものとし，「無答」と区別しているために生じた現象である。

無答率の状況は，図９の通りである。授業１の段階では，個別具体な図形の性質についての説明の方が，図形の性質の一般性の証明よりも低い傾向が見られた。授業２の段階では，両方とも無答率に減少の傾向が見られるものの，授業１で見られた傾向が一層顕著になっている。正答になるかどうかは別にして，個別具体な図形の性質についての説明を記述する子どもが，図形の性質の一般性の証明を記述する子どもよりも増えていることが分かる。論理的に考察し表現する能力の育成のためには，こうした子どもの記述を教師の指導を通して評価・改善することが必要である。

７．おわりに

今回の授業と調査を通じて，中学校第２学年「図形」の領域における論理的に考察し表現する能力の育成の状況について，以下の２点が明らかになった。

(1) 「角と平行線の性質」の指導の段階において，図形の性質の一般性の証明と個別具体な図形の性質についての説明に関する子どもの学習の状況を比較すると，無答率に異なった傾向が見られるが，正答率には大きな差異は見られなかった。

(2) 「平行四辺形の性質」の指導の段階においては，「角と平行線の性質」の指導の段階と比較して，図形の性質の一般性の証明よりも個別具体な図形の性質についての説明で，正答率が上昇すると共に無答率が減少しており，改善の傾向が見られた。

こうした現状を考えると，論理的に考察し表現する能力の育成のためには，論証指導の初期段階から，個別具体な図形の性質についての説明に注目した指導の在り方や教育課程上の位置付けを検討する必要がある。今回の調査結果について，授業を担当した教師は，「図形の性質の一般性を証明することの課題については以前から実感があった」としながら，「個別具体な図形の性質について説明することについては予想以上によくできており意外だった」と述べている。図形の性質の一般性を証明することはできないが，個別具体な図形の性質について説明することはできるまたはしようとしている子どもが指導の過程で見過ごされている可能性は高い。こうした子どもを学習の早い段階で見いだし，適切な指導を行うことで，論理的に考察し表現する能力の充実に結びつけることが求められる。

今後はこうした視点から，論理的に考察し表現する能力を育成するための指導の具体化や，その教育課程上の位置付けについての研究を深めていきたい。

参考文献

・中央教育審議会教育課程企画特別部会「論点整理」，2015，http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/053/sonota/1361117.htm（参照：2015.9.25）

・岩田耕司，宮﨑樹夫，牧野智彦，藤田太郎「課題探究として証明することのカリキュラム開発　－領域「関数」における証明の構成の学習レベルー」，『日本数学教育学会　第３回春期研究大会論文集』，2015，pp. 13-18

・国立教育政策研究所「全国学力・学習状況調査の４年間の調査結果から今後の取組が期待される内容のまとめ　～児童生徒への学習指導の改善・充実に向けて～　中学校編」教育出版，2012

・宮﨑樹夫・永田潤一郎・茅野公穂「中学校数学における課題探究として証明することのカリキュラム開発　－進行状況と授業化の意味・役割－」，『日本数学教育学会誌数学教育』，第96巻 第9号，2014，pp.2-5

・文部科学省「小学校学習指導要領解説 算数編」東洋館出版社出版社，2008

・文部科学省「中学校学習指導要領」東山書房,2008

・永田潤一郎「中学校数学科における論理的に考察し表現する能力の育成について」，『文教大学教育学部紀要』，第48集，2014，pp.21-29

・永田潤一郎，青山和裕，辻山洋介，小松孝太郎「課題探究として証明することのカリキュラム開発　－領域「資料の活用」の開発枠組みの構築－」，『日本数学教育学会　第３回春期研究大会論文集』，2015，pp. 19-22

・岡本和夫他「未来にひろがる 数学２」新興出版社啓林館，2011